

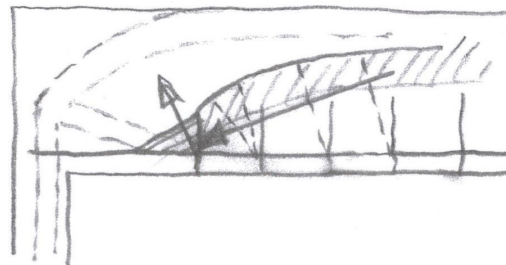


STAHLBETONANALYSE 21

von Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

Teil 1:

Tragverhalten ohne Stegbewehrung



Wissenschaftliche Mitarbeiter:

Dipl.-Ing. Univ. Andreas Bürklin
Dipl.-Ing. Univ. Ralph Romer
Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller

Gefördert durch die



VORWORT

Zu Beginn des neuen Jahrtausends wird in Deutschland eine neue Generation von Bemessungsregeln für Stahlbetontragwerke eingeführt (DIN 1045-1 [0.1]), die in manchen Teilbereichen gegenüber den noch keine zehn Jahre alten Regeln des Eurocodes 2 [0.2] bereits wieder ganz erheblich fort geschrieben wurden.

Dennoch gelten verschiedene Aspekte, wie insbesondere die so genannte Schubbemessung - neuerdings als Querkraftbemessung bezeichnet - als noch nicht ausreichend erforscht. Man ist zwar in der Lage, das Tragverhalten gut vorher zu bestimmen mit Regeln, die an zahlreichen Versuchen empirisch justiert wurden; diese beschreiben jedoch nicht direkt die tatsächlichen physikalischen Zusammenhänge.

Diese Situation wird zu Recht als unbefriedigend empfunden und auch in der ganz aktuellen Fachliteratur entsprechend kommentiert. So schreiben *König* und *Zink* in ihrem Aufsatz [0.3] im November 1999: „Trotz umfangreicher Forschungsarbeiten basieren auch die neueren Bemessungsansätze noch immer rein auf empirisch ermittelten Zusammenhängen.“

Diese Situation empfand auch der Projektleiter in zunehmendem Maße als Herausforderung, obwohl er bis vor wenigen Jahren eher sporadisch in Forschungsprojekte involviert war. Seine über dreißigjährige Berufserfahrung erwarb er vielmehr etwa je zur Hälfte zunächst in dem weltweit renommierten Ingenieurbüro *Leonhardt und André* in Stuttgart und dann als Professor für Massivbau an der Fachhochschule Augsburg im Rahmen der praxisorientierten Lehre. Seit etwa dreizehn Jahren beschäftigt er sich zusätzlich als Prüflingenieur für Baustatik mit dem praktischen, statisch-konstruktiven Umgang mit den Bemessungsregeln für Stahlbetontragwerke, insbesondere auch im Brückenbau.

Sein besonderes Interesse an der so genannten Schubbemessung wurde bereits bei seiner Tätigkeit im Ingenieurbüro geweckt, wo er die Gelegenheit hatte, als Projektleiter eine ganze Reihe von Brückenentwürfen für die damaligen Neubaustrecken Hannover - Würzburg und Mannheim - Stuttgart der Deutschen Bahn in enger persönlicher Zusammenarbeit mit *Prof. Dr. mult. Fritz Leonhardt* zu erarbeiten. Eigens für diese Brücken hatte *Leonhardt* seine weltweit anerkannten Regeln zur Schubbemessung weiterentwickelt und empfohlen, sie der Bemessung dieser Bauwerke zu Grunde zu legen.

Es war aber erst sehr viel später die Zufälligkeit eines kollegialen Fachgesprächs, das beim Projektleiter das latent stets vorhandene Interesse für dieses Thema erneut entfachte. Die sporadische Analyse von Rissbildern durchgeführter Versuche führte zu immer mehr neuartigen Erkenntnissen über das Tragverhalten der Stahlbetontragwerke, die vom derzeitigen Stand der Wissenschaft noch nicht erfasst sind und nun vertieft werden.

Es ist geplant, die vorgesehenen Untersuchungen in sechs Teilen durchzuführen:

- Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung
- Teil 2: Tragverhalten mit Stegbewehrung
- Teil 3: Tragverhalten vorgespannter Bauteile
- Teil 4: Versuche ohne Stegbewehrung
- Teil 5: Versuche mit Stegbewehrung
- Teil 6: Zusammenfassung mit Bemessungsvorschlägen.

Leider ist zum Zeitpunkt der Fertigstellung des vorliegenden ersten Teils nur ein Bruchteil des insgesamt zu erwartenden Aufwandes durch die Zusage von Fördermitteln gedeckt.

Die Verfasser bitten bereits vorab um Nachsicht, falls sich bei der Fülle neuartiger Betrachtungen der eine oder andere Punkt des vorliegenden Teils als nicht uneingeschränkt haltbar erweisen sollte. Es sollte bedacht werden, dass der vorliegende erste Teil der Analysen ausschließlich auf dokumentierten, fremden Versuchen aufbaut und auf der Basis einiger handschriftlicher Notizen vor dem Hintergrund begrenzter Fördermittel innerhalb von nur etwa sechzehn Monaten erarbeitet wurde. Es ist unbedingt erforderlich, die bislang festgestellten Zusammenhänge ergänzend an Hand eigener Versuche abzusichern. Erforderliche Verfeinerungen können dann in einem abschließenden Teil vorgenommen werden.

Es gilt weiterhin zu beachten, dass es nicht vorrangiges Ziel der ersten Teile der vorliegenden Stahlbetonanalyse ist, sofort praxisingerechte Bemessungsregeln zu entwickeln. Der Schwerpunkt liegt vielmehr in dem Ziel, über die Analyse von zahlreichen Rissbildern die physikalischen Hintergründe in den verschiedenen Rissstadien zu erforschen. Auch hier gilt, dass erst in einem abschließenden Teil des gesamten Forschungsvorhabens praxisingerechte Vereinfachungen vorgeschlagen werden sollen.

Der Projektleiter konnte der Versuchung nicht widerstehen, bei dem gewählten Titel den Bezug auf die numerische Zufälligkeit aufzugreifen, dass die Untersuchungen zu Beginn des neuen Jahrtausends durchgeführt werden. Dieser Titel soll verdeutlichen, dass die vorliegende Forschungsserie keine unmittelbare Fortschreibung der Entwicklung der ersten hundertzwanzig Jahre Stahlbetonforschung darstellt, sondern in vielen Punkten auf völlig neuartigen Ansätzen aufbaut.

Der Verfasser dankt in erster Linie den maßgebenden Herren der Regierung von Schwaben, die die Förderung eines ersten Teils des vorliegenden Forschungsvorhabens im Rahmen der Regionalen High-Tech-Offensive Bayerns befürworteten und für die Unterstützung durch das Leitungsgremium der Fachhochschule Augsburg. Sein Dank gilt weiterhin dem Bayerischen Ministerrat und dem Haushaltsausschuss des Bayerischen Landtags, die den Vorschlag der Regierung von Schwaben unterstützten und genehmigten.

Wie in den meisten vergleichbaren Fällen wäre auch die vorliegende Arbeit nicht ohne die engagierten Mitarbeiter möglich gewesen; auch ihnen gebührt in besonderem Maße Dank.

Augsburg, im Dezember 2003

E. Roß



INHALT

	Seite
1. Einleitung	9
2. Was ist Schub? - Ein weiterer Erklärungsversuch	11
2.1 Die Bestimmung der Schubspannungen	11
2.2 Querkraftbemessung im Biegebereich	15
2.3 Stegbeanspruchung im Biegebereich	17
2.4 Stegbeanspruchung in D-Bereichen	20
2.5 Schlussfolgerungen	22
3. Qualitative Betrachtung des Tragverhaltens im Zustand I	32
3.1 Der Biegebereich	33
3.2 Frei drehbare Endauflagerbereiche	34
3.3 Gleichlasten auf gedrunenen, frei drehbar gelagerten Einfeldträgern	40
3.4 Innen angreifende Einzellasten	51
3.5 Auflagernahe Lasten	62
3.6 Momentennullpunkte	74
3.7 Einflüsse der Querschnittsformen	75
3.8 Neigungsrichtungen der Hauptzugspannungen	80
3.9 Größe der Hauptzugspannungen	85
3.10 Zusammenfassende Darstellung	89
4. Qualitative Betrachtung des Tragverhaltens im Zustand II	90
4.1 Die Stegbeanspruchung im Biegebereich	96
4.2 Frei drehbare Endauflagerbereiche	110
4.3 Gleichlasten auf gedrunenen, frei drehbar gelagerten Einfeldträgern	113
4.4 Innen angreifende Einzellasten	120
4.5 Einzellasten in der Nähe von Endauflagern	140
4.6 Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten	164
4.7 Momentennullpunkte	175
4.8 Einflüsse der Querschnittsformen	180
4.9 Hinweise zur Kornverzahnung in Rissen	190
4.10 Zum Tragverhalten der Biegedruckzone	195

	Seite
5. Rechenmodelle für die Stegbeanspruchungen im Biegebereich	202
5.1 Ermittlung des Rissabstandes	203
5.2 Ermittlung der Risstiefe	205
5.3 Grenztragfähigkeit im Zustand II.1	222
5.4 Grenztragfähigkeit im Zustand II.2	233
5.5 Grenztragfähigkeit im Zustand II.3	235
5.6 Grenztragfähigkeit in den Zuständen II.4 und II.5	238
5.7 Grenztragfähigkeit im Zustand II.6	240
5.8 Grenztragfähigkeit im Zustand II.7	249
6. Rechenmodelle für die Stegbeanspruchungen an Endauflagern	261
6.1 Direkte Lagerung	261
6.2 Indirekte Lagerung	262
7. Rechenmodelle für innen angreifende Einzellasten	265
7.1 Direkte Lasteinleitung	265
7.2 Indirekte Lasteinleitung	269
7.3 Einzellasten in der Nähe von Endauflagern	271
7.4 Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern	280
7.5 Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten	286
8. Rechenmodelle für die Stegbeanspruchungen bei Momentennullpunkten	292
9. Vergleich mit anderen Forschungsarbeiten	293
10. Zusammenfassung	310
Bezeichnungen	315
Literatur	338

	Seite
Anlagen	343
A.1 Rissbildende Stegzugspannungen im Biegebereich	343
A.2 Rissneigungen im D_e -Bereich	353
A.3 Kritische Stegrisse im Bereich von Druckgewölben	364
A.4 Beispiele zur 45°-Regel	371
A.5 Kritische Stegrisse im Bereich von Sprengwerks-Druckstreben	401
Impressum	418

1. EINLEITUNG

Zu den wesentlichen Faktoren, die sowohl bei Forschern als auch bei praktisch tätigen Ingenieuren Faszination für den Stahlbetonbau auslösen, gehört die Tatsache, dass es sich hier im wahrsten Sinne des Wortes um eine *gerissene Bauweise* handelt: Bei guter Druckfestigkeit weist der Beton nur eine geringe Zugfestigkeit auf, was bereits bei geringen Dehnungen zu Rissen führt. Die Kunst der Stahlbetonbemessung besteht nun darin, die daraus resultierenden Schwachstellen zu erkennen und durch eingelegte Bewehrung möglichst wirtschaftlich zu überbrücken. Allerdings gibt es bis heute kein Berechnungsmodell, das für die Stegbereiche biegebeanspruchter Bauteile einen aus den Rissbildern direkt abgeleiteten, physikalisch begründeten Kraftfluss beschreibt.

Biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile werden vielmehr im Stegbereich seit über hundert Jahren weltweit empirisch oder mit Hilfe von Fachwerkmodellen bemessen, die vor rund vierzig Jahren von *Leonhardt* maßgeblich erweitert wurden. Die aktuelle Neufassung der deutschen Stahlbetonnorm - DIN 1045-1 [0.1] - baut auf der Grundlage umfangreicher empirischer Ermittlungen erweiternd darauf auf, wobei die erhöhte Tragfähigkeit gegenüber dem klassischen Fachwerkmodell im Wesentlichen der Rissreibung zugeschrieben wird. Diese Modelle werden zwar teilweise auch für Bauteile ohne Stegbewehrung verwendet, bieten jedoch nicht die Möglichkeit, diese Bauteile damit direkt bemessen zu können. Vielmehr werden für deren Bemessung Ansätze verwendet, deren Komponenten in der verwendeten Form nicht eindeutig physikalisch begründbar sind und daher durch Vergleich mit Versuchsergebnissen empirisch kalibriert werden müssen. Da für diese Kalibrierung umfangreiches Datenmaterial ausgewertet wurde, wird mit den neuen Bemessungsregeln ein wirtschaftliches und sehr zuverlässiges Sicherheitsniveau erreicht - nur weiß man leider hinsichtlich des Stegtragverhaltens noch immer nicht genau, warum.

Das Ziel des vorliegenden Forschungsvorhabens besteht darin, das Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen in den Stegbereichen analytisch zu erforschen. Als Steg wird unabhängig von der jeweiligen Querschnittsform der verbindende Bereich zwischen den extremen Biegedruck- und -zugspannungen in den Randzonen der Tragwerke bezeichnet. Der vorliegende Teil 1 befasst sich mit Konstruktionen ohne Stegbewehrung.

Zunächst soll über die Fragestellung „Was ist Schub?“ versucht werden, auf (bekannte) physikalische Zusammenhänge der Stegbeanspruchungen hinzuweisen, die leider durch die etwas unglückliche Verwendung des Begriffs „Schub“ häufig zu sehr ins Ungewisse verlagert werden.

Als Grundlage der Untersuchungen dienen im vorliegenden Teil dokumentierte Versuche mit Stahlbetonkonstruktionen. Aus den Rissbildern werden Spannungszustände abgeleitet, wobei auch die lastabhängige Entwicklung der Risse berücksichtigt werden soll. Dabei wird unterstellt, dass vor dem Entstehen der jeweiligen Risse rechtwinklig zu ihrer Richtung Zugspannungen herrschten.

Eine weitere wichtige Grundlage der Untersuchungen bildet die konsequente Unterscheidung von Biegebereichen (B-Bereiche) und Diskontinuitätsbereichen (D-Bereiche). Das unterschiedliche Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen in den beiden Bereichen ist zwar schon lange bekannt und wurde insbesondere von *Schlaich* und *Schäfer*, beispielsweise in [1.1], zuletzt fortgeschrieben in [1.2], klar abgegrenzt, fand bislang aber keinen Eingang in die Bemessung der Stegbereiche.

Aus diesen Grundlagen sollen neuartige, physikalisch begründete Bemessungsmodelle entwickelt werden, die auch den aufgezeigten Unterschieden in der Beanspruchung Rechnung tragen sollen.

So weit nicht ausdrücklich anders erwähnt, beziehen sich die folgenden Untersuchungen auf Rechteckquerschnitte, da diese den Standardfall darstellen für biegebeanspruchte Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung. Ebenso werden im vorliegenden Teil nur Systeme betrachtet, die ausschließlich durch Biegung und Querkräfte beansprucht werden ohne zusätzliche, zentrisch wirkende Längskräfte. Deren Einfluss soll in einem weiteren Teil gesondert untersucht werden.

Der vorliegende Teil 1 des Forschungsvorhabens verfolgt somit bezüglich der Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung vor Allem folgende Ziele:

- ⇒ Aus den Rissbildern dokumentierter Versuche sollen für die verschiedenen Risstadien die jeweils wirksamen physikalischen Zusammenhänge abgeleitet werden.
- ⇒ Es soll konsequent zwischen Biegebereichen und Diskontinuitätsbereichen unterschieden werden.
- ⇒ Aus den abgeleiteten physikalischen Wirkungen sollen neuartige Bemessungsmodelle entwickelt werden.
- ⇒ Die Brauchbarkeit der neu entwickelten Bemessungsmodelle soll durch Vergleich mit den empirisch ermittelten Tragfähigkeitsbestimmungen überprüft werden.

2. WAS IST SCHUB? - EIN WEITERER ERKLÄRUNGSVERSUCH

2.1 Die Bestimmung der Schubspannungen

Zur rechnerischen Vorherbestimmung der Beanspruchungen biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen werden zunächst Schnittgrößen ermittelt, um diese dann den Bauteilwiderständen gegenüber stellen zu können. Hierzu wird für balkenförmige Tragwerke das eindimensionale Modell des Stabes gemäß *Bild 2.1* verwendet. Für plattenartige Tragwerke wird sinngemäß ein ebenes, zweidimensionales Modell zu Grunde gelegt. Im Allgemeinen wird unterstellt, dass die betrachteten Modelle elastisch, homogen und isotrop sind.

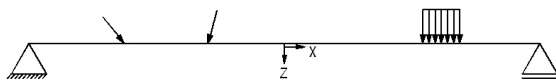


Bild 2.1: Eindimensionales Stabmodell

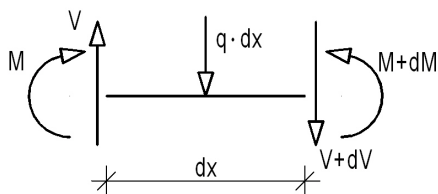


Bild 2.2: Gleichgewicht am Stabelement

Zur Bestimmung der Schnittgrößen betrachtet man ein hinreichend kleines Element des Stabes gemäß *Bild 2.2* und bildet das Gleichgewicht. Man erhält die bekannten Differentialgleichungen der Biegetheorie (bei der Berechnung von dM wird der sehr kleine Term $q \cdot dx^2 / 2$ vernachlässigt):

$$dV + q \cdot dx = 0 \quad (2.1)$$

$$dM = V \cdot dx \quad (2.2)$$

und daraus

$$V = dM / dx \quad (2.3)$$

$$q = -dV / dx = -d^2M / dx^2 \quad (2.4).$$

Besonders bedeutsam ist hierbei, dass die Änderung der Momentengröße pro Längeneinheit direkt bestimmt wird von der Größe der zugehörigen Querkraft V .

Da es sich hier noch um ein eindimensionales Modell handelt, gibt es gar keine andere Möglichkeit, als Resultierende Kräfte und Momente anzusetzen an Stelle der in Wirklichkeit in der Regel ungleichmäßig über den Querschnitt verteilten Spannungen. Die Kräfte werden zerlegt in Komponenten parallel und rechtwinklig zur Stabachse.

Aus den auf diese Weise gewonnenen Biegemomenten werden im Allgemeinen zunächst mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes (homogener, isotroper und linearelastischer Baustoff) und der Annahme von Bernoulli (Ebenbleiben der Querschnitte) Spannungs- und Dehnungsverteilungen über den Querschnitt bestimmt. (Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, dass speziell bei der Stahlbetonbemessung das nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verhalten im

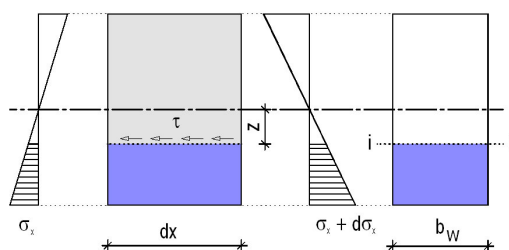


Bild 2.3: Gleichgewicht am Teilelement

Druckbereich berücksichtigt wird und die resultierenden Zugspannungen der am gezogenen Rand konzentriert angeordneten Biegezugbewehrung zugeordnet werden.)

Betrachtet man nun gemäß *Bild 2.3* ein - nunmehr dreidimensionales - Stabelement, auf das die Biegespannungen σ_x nach der Biegetheorie wirken, so stellt man fest, dass die auf beiden Seiten des blau dargestellten Teilelements angreifenden Spannungen nicht

im Gleichgewicht sind, da sich im Allgemeinen über die Länge dx das Biegemoment um einen kleinen Wert dM ändert und somit auch die Spannungen eine entsprechende Änderung $d\sigma_x$ aufweisen. Für das Gleichgewicht werden deshalb an der inneren Begrenzung des betrachteten Teilelements (gestrichelte Linie $i-i$ in *Bild 2.3*) randparallele Spannungskomponenten angesetzt. Obwohl der nunmehr betrachtete Spannungszustand zwei-dimensional ist und somit grundsätzlich an der Begrenzungslinie $i-i$ beliebig in der Ebene gerichtete Spannungen auftreten können und auch tatsächlich auftreten, werden im Rahmen der Biegetheorie zur Vereinfachung am betrachteten Schnitt für das Gleichgewicht ausschließlich diese randparallelen Spannungskomponenten angesetzt, die als „Schubspannungen“ τ bezeichnet werden. Dies heißt keinesfalls, dass in diesem Schnitt tatsächlich eine „schiebende“ Beanspruchung herrscht, sondern es sind vielmehr reine Rechenhilfsgrößen, die verwendet werden, um am betrachteten Teilelement auf einfachste Weise das Gleichgewicht herstellen zu können. Zur weiteren Vereinfachung werden sie über die kleine Länge dx in konstanter Größe angenommen, obwohl gleichzeitig bei den Normalspannungen σ_x die Änderung $d\sigma_x$ berücksichtigt wird; es wird praktisch der Mittelwert von τ über die Länge dx angesetzt.

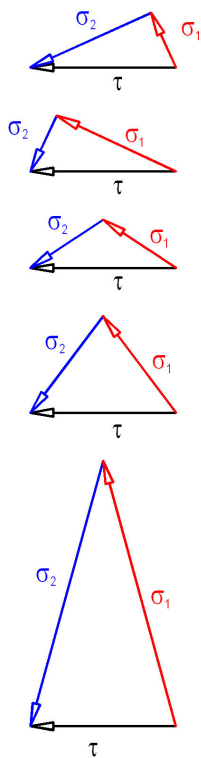


Bild 2.4: Schubspannungen und mögliche zugehörige Hauptspannungen

Diese „Schubspannungen“ bieten keinerlei Aussagemöglichkeit über *Beanspruchungen* des betrachteten Schnitts. *Bild 2.4* zeigt einige Möglichkeiten, welche tatsächlichen, sehr unterschiedlichen Spannungen im Schnitt $i-i$ wirken können, bei nominell immer gleich großen Schubspannungen τ . Maßgebend für die Beanspruchung des biegebeanspruchten Bauteils sind aber die tatsächlichen Spannungen, beim Beton insbesondere die Hauptzugspannungen. *Bild 2.4* zeigt mit aller Deutlichkeit, wie wenig die für die vereinfachte Gleichgewichtsbetrachtung verwendeten Schubspannungen geeignet sind für eine Aussage über die *Beanspruchung* des Steges.

Der ausschließliche Ansatz von randparallelen Spannungskomponenten in den achsparallelen Schnitten ist also eine völlig willkürlich gewählte Vereinfachung. Genau so gut hätte man beliebig geneigte Spannungskomponenten ansetzen können; dies hätte allerdings zu komplizierteren Gleichgewichtsbedingungen geführt. Der Ansatz dient lediglich der einfachen Ermittlung eines Gleichgewichtszustandes und ist keinesfalls ein Beleg für eine entsprechende Beanspruchung. Für das Gleichgewicht an dem betrachteten Teilelement ist es ausreichend, schnittparallele Spannungskomponenten anzusetzen. Rechtwinklig zur Schnittlinie wirkende Spannungskomponenten müssen sich das Gleichgewicht halten, da am betrachteten Teilelement keine sonstigen äußeren Einwirkungen in dieser Richtung angesetzt wurden. Auch dies ist eine Vereinfachung gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen, da in Wirklichkeit an den Elementbegrenzungsflächen rechtwinklig zur Stabachse nicht nur Spannungskomponenten in x -Richtung vorhanden sind.

Das Gleichgewicht am Teilelement führt mit diesem vereinfachenden und für die Gleichgewichtsbildung ausreichenden Ansatz unter Verwendung der Glg. (2.3) zu der bekannten Bestimmungsgleichung

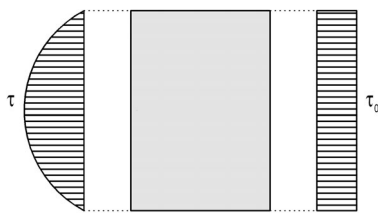
$$\tau = V \cdot S / (l \cdot b) \quad (2.5).$$

Es handelt sich hierbei um eine Spannungskomponente, die gemäß *Bild 2.3* parallel zur Stabrichtung x gerichtet ist und aus Gleichgewichtsgründen dennoch von V abhängt, obwohl diese Kraft definitionsgemäß rechtwinklig zur Spannungskomponente τ wirkt. Dieser scheinbare Widerspruch wird aber verständlich, wenn man sich vergegenwärtigt, dass V hier nicht als Kraft, sondern gemäß Glg. (2.3) als **Momentendifferenz pro Längeneinheit** wirksam ist - mit der Dimension [kNm/m] (statt [kN]).

Allerdings muss aus Gründen des Momentengleichgewichts an jedem einzelnen Element die genau gleich große Schubspannung rechtwinklig zur Stabrichtung - also in Richtung von V - wirken:

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (2.6).$$

Da es somit auch Schubspannungen gibt, die mit der Querkraft gleichgerichtet sind, entsteht wohl häufig der - falsche - Eindruck, dass τ mit V physikalisch sinngemäß verknüpft sei wie Normalspannungen σ mit Normalkräften N , nämlich über eine Fläche als Proportionalitätsfaktor wie bei $\sigma = N / A$. Dieser Eindruck wird noch dadurch verstärkt, dass bei Rechteckquerschnitten aus Glg. (2.5) die maximale Schubspannung im Querschnitt den Wert



$$\max \tau = 3 \cdot V / (2 \cdot b_w \cdot h) \quad (2.7)$$

erreicht und daraus wiederum für die Bemessung von Stahlbeton ohne physikalische Begründung zur weiteren Vereinfachung ein weiterer Rechenwert eingeführt wurde:

$$\tau_0 = V / (b_w \cdot d) \quad (2.8).$$

Bild 2.5: Parabolische und gleichmäßige Schubspannungsverteilung

Geometrisch lässt sich die Entwicklung von τ_0 gemäß Glg. (2.8) aus $\max \tau$ gemäß Glg. (2.7) einfach dadurch erklären, dass die nach Glg. (2.5) bestimmte, parabelförmige Schubspannungsverteilung flächengleich durch gleichmäßig verteilte Schubspannungen ersetzt werden, vgl. *Bild 2.5* (und h durch d ersetzt wird). Diese freie Definition hat jedoch nichts mehr mit der ursprünglichen Herleitung zu tun. Dieser Fehler wird im Sinne der Vereinfachung bewusst in Kauf genommen und durch eine entsprechende Kalibrierung des Sicherheitsabstandes zum empirisch ermittelten Bauteilwiderstand ausgeglichen.

Der hier scheinbar bestehende Zusammenhang

$$\text{Schubspannung} = \text{Querkraft} / \text{Fläche} \quad [\text{kN/m}^2]$$

als Deutung einer durch eine (Schub-)Kraft beanspruchten Fläche ist physikalisch ebenso unzutreffend wie beispielsweise die Vermutung, die eine Fläche unterstützende elastische Bettung habe auf Grund ihrer Dimension [kN/m³] etwas mit dem Raumgewicht zu tun. Die physikalisch zutreffende Bedeutung der Schubspannungen ist ausschließlich durch Glg. (2.5) bestimmt. Die darin enthaltene Größe V hat hier nur scheinbar die Dimension [kN], tatsächlich hat sie in ihrer Bedeutung als Momentengradient auf Grund der Glg. (2.3) die Dimension [kNm/m].

Der vereinfachende Schritt des Ansatzes von Schubspannungen mit dem Ergebnis der Glg. (2.5) hat die Biegetheorie und ihre praktische Anwendung ganz entscheidend geprägt. Mit der Zeit wurde in den Hintergrund gerückt, dass die so genannten Schubspannungen reine Rechenhilfsgrößen zur einfachen Ermittlung des Gleichgewichts am Teilelement darstellen und sie wurden fälschlicherweise als Beanspruchung behandelt. Dies führte zeitweise sogar dazu, dass diesen Rechenhilfsgrößen „Schubfestigkeiten“ zugeordnet wurden (s. z. B. *Dimitrov* [2.1]).

Diese stark verbreitete, erhebliche Unschärfe bei der Betrachtung der Spannungszustände infolge von Biegebeanspruchungen ist um so verwunderlicher, als die Rechenhilfsgrößen τ allein und in Verbindung mit den Normalspannungen in realistische, aber (leider) schiefwinklig wirkende Hauptspannungen nach Betrag und Richtung umgerechnet werden können:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \quad (2.9)$$

$$\tan \varphi = \tau / \sigma_1 \quad (2.10)$$

φ beschreibt hier den Winkel zwischen der Richtung der Hauptspannung σ_1 und der x -Richtung. Wie in der Biegetheorie meist üblich, wurde hier auf den Ansatz einer Spannungskomponente σ_z verzichtet. Die hinreichende Übereinstimmung dieser Ergebnisse mit den tatsächlichen Spannungszuständen konnte vielfach bestätigt werden. Somit sind die aufgezeigten Vereinfachungen in den Ansätzen völlig berechtigt.

Die hier wiedergegebenen Zusammenhänge ergeben für ein bestimmtes, typisches Zahlenbeispiel (s. z. B. *Leonhardt und Mönnig* [2.2], Bild 8.3) in einem Querschnitt folgende Hauptspannungen:

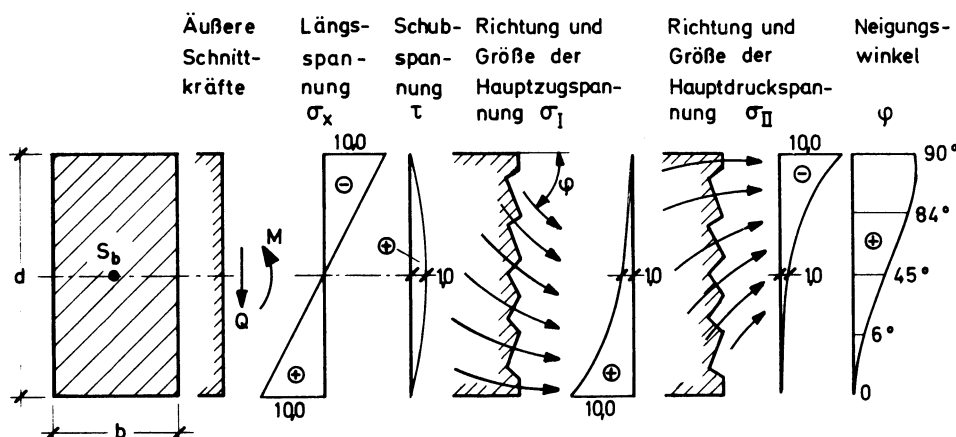


Bild 2.6: Zahlenbeispiel für Hauptspannungen und ihre Richtungen (nach [2.2])

Die Darstellung zeigt einen interessanten Zusammenhang auf, der bislang in der Literatur kaum Beachtung fand: Diejenigen Hauptspannungen, deren Richtungswinkel nahe bei 90° gegenüber der x -Richtung liegen und die somit näherungsweise in ihrer Wirkung den parallel zur Querkraft verlaufenden Schubspannungen gleichgesetzt werden könnten, bestehen im vorliegenden Beispiel in der Nähe des oberen Querschnittsrandes aus Zugspannungen, in der Nähe des unteren Randes jedoch aus Druckspannungen! Die Rechenhilfsgröße „Schubspannung“ steht also in ein und dem selben Querschnitt sowohl für Druck- als auch für Zugspannungen - was insbesondere für die Beanspruchung von Betonbauteilen einen ganz erheblichen Unterschied ausmacht.

2.2 Querkraftbemessung im Biegebereich

Man darf aus diesen Zusammenhängen nicht zwingend folgern, dass die Betrachtung von Spannungszuständen infolge von Biegebeanspruchungen grundsätzlich falsch sein muss, wenn Schubspannungen ersatzweise für die tatsächlichen Beanspruchungen zu Grunde gelegt werden (obwohl dies im puristischen analytischen Sinn zutrifft). Die darauf aufbauende Stahlbetonbemessung hat einen Stand erreicht, mit dem das Tragverhalten - dank empirischer Zuordnungen - in einer Weise vorher bestimmt werden kann, dass die Bauwerke zuverlässig ausreichende Sicherheiten aufweisen.

Auf der anderen Seite wird durch die vorliegende Betrachtung klar, dass die analytische Bestimmung der Zusammenhänge nicht gelingen kann, so lange die tatsächlichen Beanspruchungen durch Rechenhilfsgrößen ersetzt werden. Dies wird auch nicht besser, wenn man den Begriff der Schubspannungen vermeidet, indem man sie mit der wirksamen Querschnittfläche $b_w \cdot d$ multipliziert [vgl. Glg. (2.8)!] und dann als Kraftgröße (aufnehmbare Querkraft) ausweist. Genau so wie der Begriff der Schubspannungen verwischt auch der Begriff der Querkraftbemessung den Blick auf die tatsächlichen Beanspruchungsverhältnisse, da es für die Querschnitte in den Biegebereichen, wie die folgende Betrachtung zeigt, in Wirklichkeit meist kein Problem darstellen würde, der reinen Querkraft ein Gleichgewicht zu bieten.

Wenn es tatsächlich darum ginge, dass die Querschnitte nur in der Lage sein müssten, die Querkraft zu übertragen, so könnte dies im Biegebereich leicht nachgewiesen werden, indem die Aufnahme der Querkraft als Reibungskraft der Biegedruckkraft betrachtet wird. Schließt man Momentennullpunkte und Auflagerbereiche als D-Bereiche aus, die nach anderweitigen Kriterien zu beurteilen sind, dann erhält man die kleinsten Momente und damit die kleinsten Biegedruckkräfte in der Nähe von frei drehbaren Endauflagern (bzw. sinngemäß in der Nähe von Momentennullpunkten).

Gemäß *Bild 2.7* gilt in einem auflagnahen Schnitt für einen Träger, auf den im einfachsten Fall keine gleichmäßig verteilten Lasten wirken, wenn im betrachteten Schnitt nur Reibung angesetzt und die zusätzlich aktivierbare Kohäsion vernachlässigt wird:

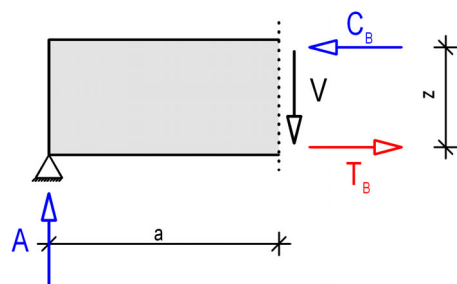


Bild 2.7: Gleichgewicht im auflagnahen Bereich

$$A = V \quad (2.11)$$

$$M = V \cdot a \quad (2.12)$$

$$C_B = M / z = V \cdot a / z \quad (2.13)$$

$$\max V = \mu \cdot C_B = \mu \cdot V \cdot a / z \quad (2.14).$$

Setzt man gemäß DIN 1045-1 [0.1], Tab. 13, den Reibbeiwert $\mu = 1,0$, so ergibt sich aus Glg. (2.14), dass die Aufnahme der Querkraft nach diesem Nachweis möglich ist für alle Bereiche, die durch

$$a \geq z \quad (2.15)$$

gekennzeichnet sind - dies ist der gesamte B-Bereich! Auch wenn man im Sinne eines Standsicherheitsnachweises für die Wirkung der Reibung noch einen Teilsicherheitsfaktor von beispielsweise 1,5 einsetzt, ist mit nunmehr $a \geq 1,5 \cdot z$ näherungsweise immer noch der gesamte Biegebereich abgedeckt.

Mit diesem Nachweis ist zwar die Aufnahme der Querkraft in jedem Querschnitt des Biegebereichs sichergestellt, jedoch nicht die gesamte Tragfähigkeit für Biegung. Nach dem zu-

vor betrachteten Modell würde nämlich der Druckgurt - ähnlich einem Vierendeelträger - ein biegebeanspruchtes Teilsystem darstellen, während der Zuggurt nur als zugehöriges Zugband mit konstanter Zugkraft über die gesamte betrachtete Länge wirksam sein könnte. Um die Gesamttragfähigkeit sicher zu stellen, ist es daher notwendig, dass Zug- und Druckgurt stets zusammen wirken. Dies wird sichergestellt durch den Steg, der bei veränderlicher Momentenbeanspruchung für die Herstellung des Gleichgewichts zwischen den veränderlichen Zug- und Druckgurtkräften in Anspruch genommen wird.

2.3 Stegbeanspruchung im Biegebereich

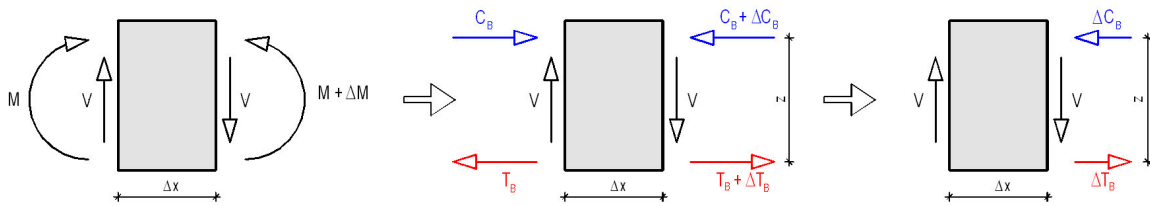


Bild 2.8: Gurtdifferenzkräfte infolge veränderlicher Momentenbeanspruchung

Betrachtet man gemäß *Bild 2.8* ein biegebeanspruchtes Element der Länge Δx , wobei hier zur Vereinfachung keine Auflast q berücksichtigt wird, kann man die Gurtdifferenzkräfte ΔC_B und ΔT_B , die der Integration der Spannungen $d\sigma_x$ entsprechen, wie folgt bestimmen:

$$\Delta T_B = -\Delta C_B = \Delta M / z \tag{2.16}$$

Dies führt analog Glg. (2.2) zu

$$\Delta T_B = V \cdot \Delta x / z \tag{2.17}$$

Diese Bestimmungsgleichung für ΔT_B (und ΔC_B) stellt zugleich das äußere Momentengleichgewicht des betrachteten Elements der Länge Δx sicher, wobei an den rechtwinklig zur Balkenachse verlaufenden Elementrändern die randparallel verlaufende Querkraft V den Gleichgewichtszustand bezüglich Verdrehungen sicherstellt. Ähnlich wie bei der Betrachtung des Schnittes $i - i$ gemäß *Bild 2.3* ist dies jedoch auch hier kein Beleg dafür, dass an diesen Rändern nicht auch anders gerichtete Kraftkomponenten angreifen.

Unabhängig davon fehlt jedoch noch eine Aussage über das innere Gleichgewicht des betrachteten Elements, das zwischen den einwirkenden Kräften ΔC_B und ΔT_B gegeben sein muss. Dieses Gleichgewicht kann nur mit Hilfe von geeigneten Kraftkomponenten nachgewiesen werden.

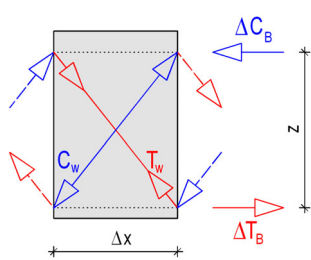


Bild 2.9: Mögliches inneres Gleichgewicht für ΔT_B und ΔC_B

Im *Bild 2.9* ist ein mögliches inneres Gleichgewichtssystem für die Kräfte ΔT_B und ΔC_B dargestellt. Die Horizontalkomponenten der dargestellten Stegkräfte T_w und C_w stehen jeweils mit ΔT_B bzw. ΔC_B im Gleichgewicht, die Vertikalkomponenten erhalten durch die entsprechenden, im *Bild 2.9* gestrichelt dargestellten Vertikalkomponenten der Stegkräfte der benachbarten Elemente ein Gleichgewicht. Die Vertikalkomponenten von T_w und C_w entsprechen gemeinsam aber auch der Größe der Querkraft V .

Aus dem Bild kann weiterhin abgeleitet werden, dass die Querkraft *im Biegebereich* nicht einfach beispielsweise allein dem Druckgurt zugeordnet werden kann. **Aus Gleichgewichtsgründen ergibt sich vielmehr zwingend, dass jeweils genau $V / 2$** (als jeweilige - gleich große - Vertikalkomponente von T_w und C_w) **sowohl dem Druckgurt als auch dem Zuggurt zugeordnet sind.**

Die Richtungen und damit die Beträge der im Stegbereich wirkenden Kraftkomponenten T_w und C_w hängen nach *Bild 2.9* von der willkürlich gewählten Größe von Δx ab. Tatsächlich sind bekanntlich im homogenen, also ungerissenen Gesamtsystem - ohne beschrän-

kende Betrachtung einer Teillänge Δx - T_w und C_w keine geraden Kraftstreben, sondern bilden vielmehr gemäß den in den *Bildern 2.10* und *2.11* wiedergegebenen Darstellungen von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] ein veränderlich gekrümmtes Geflecht von Zug- und Druckstreben, das über die jeweils entstehenden Umlenkkräfte auf äußerst elegante Art an jedem Punkt ein Gleichgewicht bildet und auf diese Weise das Minimum der Formänderungsarbeit erreicht.

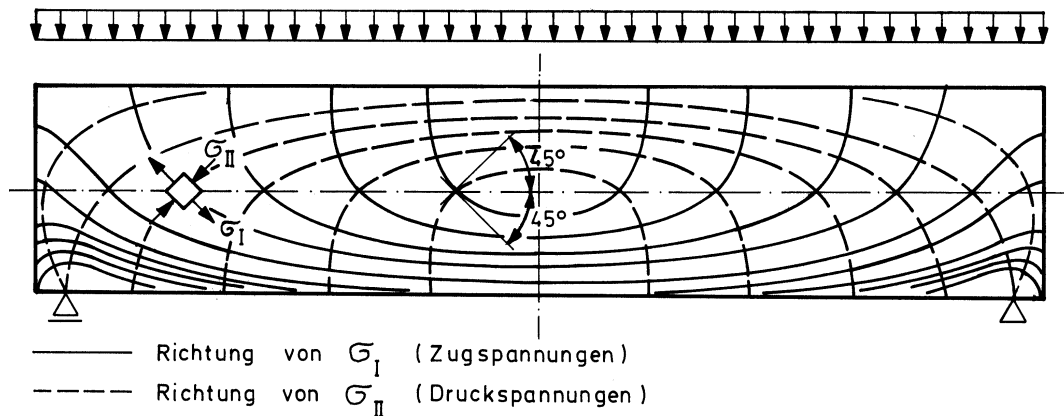


Bild 2.10: Hauptspannungstrajektorien eines Balkens unter Gleichlast

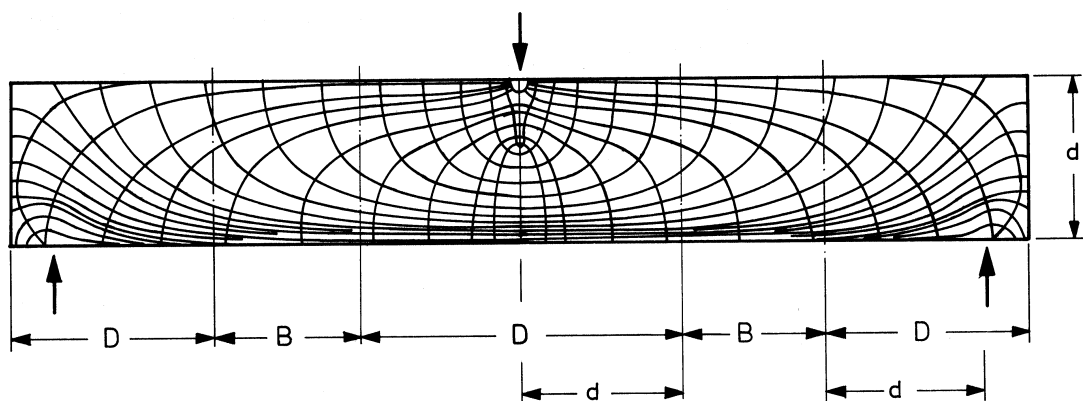


Bild 2.11: Hauptspannungstrajektorien eines Balkens mit Einzellast in Feldmitte

Die Aufgabe des Steges besteht demnach im Biegebereich nicht im geringsten darin, Festigkeiten gegenüber Schubspannungen aufweisen zu müssen und - wie gezeigt wurde - auch nicht darin, Querkräfte aufnehmen zu müssen. Die Bezeichnung „Querkraftbemessung“ kann als Missverständnis betrachtet werden, da gemäß Glg. (2.3) der Betrag der Querkraft an jeder Stelle das Maß für den Gradienten des Momentenverlaufs und damit gemäß Glg. (2.16) für die Gurtdifferenzkräfte ΔT_B und ΔC_B darstellt, die mit Hilfe des Steges ein Gleichgewicht erreichen.

Auf Grund dieser Aufgabenstellung kann es physikalisch nicht zutreffend sein, wenn in der Fachliteratur verschiedentlich davon ausgegangen wird, dass unterschiedliche Traganteile der Stege wie z. B. geneigte Druckstrebe, Rissverzahnung, Einspannung der Betonzähne oder Dübelwirkung der Biegezugbewehrung beliebig addiert werden können zur Querkraftabtragung. Es ist vielmehr erforderlich, dass die Stegbeanspruchung mit ihren einzelnen Komponenten so ausbalanciert ist, dass in Biegebereichen das Gleichgewicht zwischen ΔT_B und ΔC_B gegeben ist. Dies hat zwingend zur Folge, dass die daraus resultierenden

Vertikalkomponenten im Biegedruckbereich und in der Biegezugzone genau gleich groß sind und damit jeweils $V/2$ betragen müssen.

Die Aufgabe des Steges besteht also in Biegebereichen darin, das Zusammenwirken der Gurte zur Aufnahme der Biegemomente als Gesamtquerschnitt sicher zu stellen. Die kraftschlüssige Verbindung der Gurte wird durch Stegkräfte T_w und C_w (bzw. entsprechende Spannungen) sichergestellt. Der Steg muss also darauf bemessen werden, diese Kräfte bzw. Spannungen aufnehmen zu können. Der Begriff „Steg“ beinhaltet bereits sehr anschaulich diese Aufgabenstellung, da dieser Begriff ganz allgemein ja nichts anderes als ein Verbindungselement beschreibt - hier also die Verbindung von Biegedruck- und -zuggurt. Durch die zwischenzeitlich entstandene Dominanz des Begriffs der Schubspannungen bzw. der Querkraftbemessung ist die Bedeutung dieser äußerst anschaulichen Bezeichnung zu Unrecht in den Hintergrund geraten.

Noch bildhafter erscheint im Übrigen die entsprechende englische Bezeichnung „web“ für den Steg, insbesondere, wenn man aus deutscher Sicht an ihre Verwandtschaft mit dem Wort „Gewebe“ denkt. Mit dieser Bezeichnung wird besonders anschaulich verdeutlicht, dass der Verbindungsteil zwischen Zug- und Druckgurt gekennzeichnet ist durch ein Geflecht (ein Gewebe) von Zug- und Drucktrajektorien.

Es wird daher vorgeschlagen, die Nachweisführung, dass der Steg in der Lage ist, mit ausreichender Sicherheit das Zusammenwirken von Zug- und Druckgurt in den Biegebereichen - und in abgewandelter Form auch in den verschiedenen D-Bereichen - zu gewährleisten, mit **Stegbemessung** zu bezeichnen.

2.4 Stegbeanspruchung in D-Bereichen

Das von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] übernommene *Bild 2.11* weist darauf hin, dass die Gesetzmäßigkeiten der Biegetheorie nur in Teilbereichen der Tragwerke, den so genannten B-Bereichen, gültig sind. Außerhalb dieser Bereiche, die - wie das *Bild 2.11* veranschaulicht - oft nur einen geringeren Anteil der Tragwerke betreffen, können daher auch grundsätzlich nicht die aus der Biegetheorie abgeleiteten Zusammenhänge der Gln. (2.5), (2.7) und (2.8) gelten. In den D-Bereichen gibt es keine Spannungsverteilung gemäß *Bild 2.3* und dem zu Folge kann es hier auch keine Schubspannungen geben, die den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen wie in den B-Bereichen.

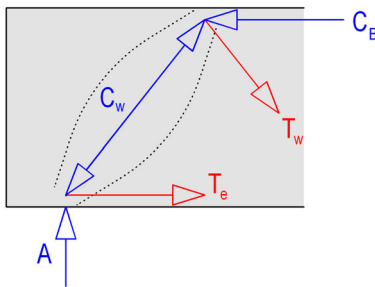


Bild 2.12: Mögliches inneres Gleichgewicht an einem Endauflager

Während in den B-Bereichen die Querkraft lediglich indirekt als Maß des Momentengradienten die Stegbeanspruchung bestimmt, geht es in den D-Bereichen meist darum, die Querkräfte als äußere Lasten einzuleiten. Als typischen und häufigen Fall eines D-Bereiches zeigt *Bild 2.12* eine mögliche Gleichgewichtssituation an einem Endauflager mit direkter Unterstützung. Die Querkraft V entspricht in diesem Beispiel in ihrer Größe der Auflagerkraft A . Das Gleichgewicht der vertikalen Kraftkomponenten entsteht im Querschnitt jedoch dadurch, dass die geneigte Druckstrebe C_w so groß wird, dass ihre Vertikalkomponente gleich groß wird wie die Auflagerkraft A . Die zugehörige Horizontalkomponente von C_w wird durch T_e im Gleichgewicht gehalten. All dies hat nicht das geringste mit den Zusammenhängen zu tun, die nach der Biegetheorie zur Bestimmung von Schubspannungen τ nach Glg. (2.5) führen.

Würde man tatsächlich für die im *Bild 2.12* dargestellte Situation den Verlauf der Schubspannungen ermitteln, würde sich qualitativ etwa die im *Bild 2.13* skizzierte Verteilung ergeben. Da die Integration über die Schubspannungsfläche - bei gleicher Querkraft - zum flächengleichen Ergebnis mit den im *Bild 2.5* dargestellten Verteilungen führen müsste, wäre die tatsächliche maximale Schubspannungsordinate im *Bild 2.13* um ein Mehrfaches größer als im *Bild 2.5*. Die genauere Betrachtung des Phänomens der Schubspannungen führt also zu erheblichen Ungereimtheiten und Widersprüchen.

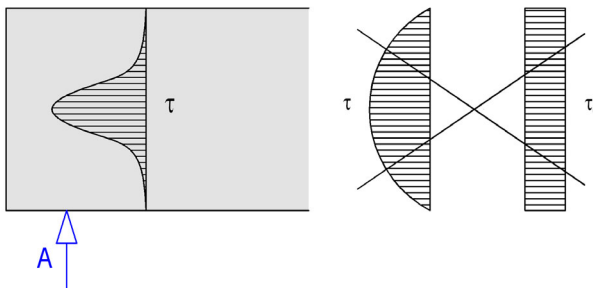


Bild 2.13: Qualitativer Verlauf der Schubspannungen gemäß *Bild 2.12*

Ungeachtet dessen wird bislang bei der praktischen Bemessung der Stahlbetonstege kein Unterschied gemacht zwischen D- und B-Bereichen. Hier wurde bis vor kurzem ohne Beachtung der oben dargelegten Zusammenhänge und Widersprüche mit den Gln. (2.5) bis (2.8) sowohl in B- als auch in D-Bereichen gleichermaßen die Schubspannung τ_0 gemäß Glg. (2.8) ermittelt und praktisch angenommenen Schubfestigkeiten („zul τ_0 “ bzw. „Grundwert τ_0 “) gegenübergestellt. Die aktuelle Vorgehensweise unterscheidet sich davon nur dadurch, dass diese Schubspannungen

sowohl als Beanspruchung als auch als Bauteilwiderstand nunmehr jeweils mit der Querschnittsfläche $b_w \cdot d$ multipliziert werden. (Neben der Betondruckfestigkeit und der

Bauteilhöhe bestimmt nun zusätzlich auch der Längsbewehrungsgrad den Bauteilwiderstand.)

Sowohl für die Biegebereiche als auch für die verschiedenen D-Bereiche werden die gleichen theoretischen Grundlagen verwendet, was grundsätzlich nicht richtig sein kann. Diesem Widerspruch wird teilweise dadurch Rechnung getragen, dass der durchgehenden Biegebemessung eine gleichfalls durchgehende Bemessung nach der Fachwerkanalogie überlagert wird. Dadurch wird erreicht, dass sowohl in den B-Bereichen als auch in den D-Bereichen eine Bemessung durchgeführt wird, die an jeder Stelle die ausreichende Tragfähigkeit sicherstellt. Auf mögliche unterschiedliche Beanspruchungen in den verschiedenen Bereichen geht diese Vorgehensweise nicht ein.

Tatsächlich bestehen jedoch - wie im Folgenden noch aufgezeigt werden wird - wesentliche Unterschiede in den Stegbeanspruchungen von B- und D-Bereichen. Dies gilt um so mehr, als aus zahlreichen Versuchsergebnissen abgeleitet werden kann, dass die D-Bereiche in bestimmten Konstellationen erheblich größere Bereiche umfassen können, als dies nach der heute geltenden Anschauung ($\ell_D \approx d$) angenommen wird.

Es sei allerdings schon an dieser Stelle vorweg genommen, dass sich die Tragmechanismen der verschiedenen Bereiche in den Endstadien der Tragfähigkeit stark annähern.

2.5 Schlussfolgerungen

Schubspannungen sind eine geeignete Rechenhilfsgröße, um für den Zustand I in Biegebereichen Gleichgewichtsbedingungen zu erfüllen sowie die Hauptspannungen bestimmen zu können. Insbesondere, da sie in ein und dem selben Querschnitt sowohl überwiegend Hauptzug- als auch überwiegend Hauptdruckspannungen repräsentieren, sind sie jedoch nicht geeignet, um *Beanspruchungen* und / oder Bauteilwiderstände im Steg zu erfassen - weder in B-Bereichen und schon gar nicht in D-Bereichen. In D-Bereichen gilt auch nicht die Korrelation der Schubspannungen mit den Hauptspannungen nach den Gesetzmäßigkeiten der Biegetheorie, so dass sie hier überhaupt keine physikalisch fundierte Aussage erlauben.

Dies gilt erst recht für die Situation im Zustand II. Es gibt keine plausible Erklärung für Schubspannungen im Zustand II. Betrachtet man einen Schnitt, der in einem (Biege-)Riss liegt, so können in der Zugzone außerhalb der Bewehrung keinerlei Spannungen vorhanden sein, also auch keine Schubspannungen. (Die viel diskutierte Rissreibung könnte auch theoretisch nur dann entstehen, wenn sich die Rissufer parallel zur Rissrichtung gegeneinander verschieben könnten, was aber im Bereich der Risswurzel nicht möglich ist und auch durch die Biegezugbewehrung behindert wird - hierauf wird später noch eingegangen werden.) Betrachtet man Schnitte außerhalb der Risse, so werden die Spannungsverteilungen davon abhängen, wie weit der Schnitt vom nächsten Riss entfernt ist und erreichen in jedem Schnitt andere Größen und Verteilungen.

Es liegt ferner auf der Hand, dass die Risstiefen und -abstände (in Folge Biegung) das Tragverhalten der Stege entscheidend beeinflussen müssen. Ein solcher Einfluss kann aber mit Schubspannungen - explizit oder mit der Querschnittsfläche multipliziert - in keiner Weise erfasst werden.

Dementsprechend kann es auch nicht gelingen, mit auf Schubspannungen aufbauenden Berechnungsmodellen auch nur ansatzweise die typische Bruchfigur für das Stegversagen (ohne Stegbewehrung) - gekrümmte oder polygonale Rissbilder, die letztendlich zum Versagen der Biegedruckzone führen - zu erklären.

Die sehr unterschiedlichen physikalischen Hintergründe für die Stegbeanspruchungen in B-Bereichen einerseits und in D-Bereichen andererseits können mit den bisher verwendeten Modellen nicht erfasst werden.

Wie wenig Schubspannungen - explizit oder mit dem Querschnitt $b_w \cdot d$ multipliziert - dementsprechend auch tatsächlich geeignet sind, das Tragverhalten biegebeanspruchter Stahlbetonbauteile für alle Fälle zutreffend zu beschreiben, zeigt die Analyse einiger ausgewählter Versuchsergebnisse.

In den folgenden Tabellen werden von verschiedenen dokumentierten Versuchen die beim Bruch erreichten Querkräfte V_u zusammengestellt und zunächst die Schubspannungen $\tau_0 = V / (b_w \cdot d)$ ermittelt. Für die Balken ohne Stegbewehrung wird weiterhin gemäß DIN 1045-1 [0.1] die Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ ermittelt. Das Verhältnis $V_u / V_{Rd,ct}$ gibt an, welchen Teilsicherheitsfaktor das System für den Tragwiderstand aufweist. Bei den unbewehrten Stegen müsste das Verhältnis mindestens $\gamma_c = 1,8$ sein, sollte aus Gründen der Wirtschaftlichkeit aber auch nicht wesentlich größer sein. Da bei den Versuchen die Betonfestigkeit wohl stets sichergestellt war - die jeweils gemessene Festigkeit bildet die Grundlage für die Tabellenwerte - könnte man sinngemäß zur Regelung für Fertigteile auch einen Wert von $\gamma_c = 1,8 \cdot 1,35 / 1,5 = 1,62$ akzeptieren.

Bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,sy}$ bei Tragwerken mit Stegbewehrung geht nach DIN 1045-1 [0.1] der Bemessungswert V_{Ed} der Querkraft in Folge äußerer Einwirkungen ein. Da ein solcher Wert für die Versuchskörper sinnvoll nicht vorgegeben werden

kann, wird in den folgenden Tabellen stets der günstigste Wert ermittelt, der sich aus der Tragfähigkeit der Stegbewehrung ergibt, indem $\cot \theta$ jeweils gleich 3,0 gesetzt wurde. Dies bedeutet, dass die zugehörige Tragfähigkeit $V_{Rd,max}$, die sich aus den Stegdruckstreben ergibt, in der Regel nicht den maximal erreichbaren Wert ausweist. Dieser könnte bei Bedarf errechnet werden, indem θ so bestimmt wird, dass $V_{Rd,sy}$ und $V_{Rd,max}$ gleich groß werden. Dies ist jedoch nicht das Ziel der vorliegenden Analyse.

Wenn in den folgenden Tabellen $V_{Rd,sy}$ kleiner ist als $V_{Rd,max}$ und damit für die Tragfähigkeit maßgebend wird, sollte das Verhältnis $V_u / V_{Rd,sy}$ möglichst $\gamma_s = 1,15$ betragen. In den Fällen mit maßgebender Druckbeanspruchung der Stege sollte - wiederum in Analogie mit der Regel für Fertigteile mit der sichergestellten Betonfestigkeit - $V_u / V_{Rd,max}$ einen Wert von 1,35 aufweisen.

In der *Tabelle 2.1* wurde darüber hinaus noch berücksichtigt, dass auflagernahe Einzellasten nach DIN 1045-1 [0.1] abgemindert werden dürfen. Die abgeminderten Werte sind unter der Bezeichnung $V_{u,a}$ in einer eigenen Spalte aufgeführt. Trotz dieser Abminderung weisen die Versuchsergebnisse für die Laststellungen bis zu $a = 2,5 d$ deutlich höhere Sicherheiten auf, als nach der Norm erforderlich wäre. Für größere Lastabstände ($a / d \geq 3,0$) wird jedoch der vorgegebene Sicherheitsabstand ziemlich gut erreicht.

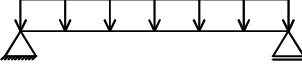
Für die Versuchsbalken, die mit Gleichlasten belastet wurden, sind in den Tabellen neben den maximal erreichten Querkräften auch noch sinngemäß zur DIN 1045-1 die entsprechenden Werte im Abstand $x = d$ vom Auflager rand angegeben, die mit $V_{u,x=d}$ bezeichnet sind.

Tabelle 2.1: Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] für Einfeldträger unter paarweisen Einzellasten ohne Stegbewehrung

System:						
Balken	a / d	V_u [kN]	$V_{u,a}$ [kN]	$V_{u,a} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,ct}$ [kN]	$V_{u,a} / V_{Rd,ct}$
1	1,0	396,0	158,4	3,1	36,9	4,3
2	1,5	265,0	157,0	3,1	36,9	4,3
3	2,0	150,0	120,0	2,3	36,9	3,3
4	2,5	83,2	82,6	1,6	36,9	2,2
5	3,0	61,5	61,5	1,2	36,9	1,7
6	4,1	62,0	62,0	1,2	36,9	1,7
7-1	4,9	63,5	63,5	1,2	38,3	1,7
7-2	4,9	69,5	69,5	1,3	38,3	1,8
8-1	5,8	67,0	67,0	1,3	38,3	1,7
8-2	5,9	67,0	67,0	1,3	37,9	1,8
9-1	6,9	(60,0)	(60,0)	(1,2)	38,0	(1,6)
9-2	6,9	(60,0)	(60,0)	(1,2)	38,3	(1,6)
10-1	7,9	(51,5)	(51,5)	(1,0)	37,3	(1,4)
10-2	7,9	(56,0)	(56,0)	(1,1)	37,3	(1,5)

Werte in Klammern: Biegebruch

Tabelle 2.2: Versuchsergebnisse von *Leonhardt und Walther* [2.4] für Einfeldträger unter Gleichlast ohne Stegbewehrung

System:						
Balken	ℓ / d	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,ct}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,ct}$
11/1	5,2	275,5	150,6	2,7	40,8	3,7
11/2	5,1	298,0	160,5	2,9	41,4	3,9
12/1	7,3	202,5	137,1	2,6	38,5	3,6
12/2	7,4	160,5	108,8	2,1	38,4	2,8
13/1	9,2	139,0	103,1	2,0	38,7	2,7
13/2	9,2	139,0	103,2	2,0	38,6	2,7
14/1	11,0	107,0	84,0	1,6	38,4	2,2
14/2	11,0	107,5	84,4	1,6	38,4	2,2
15/1	14,7	95,5	80,1	1,6	38,8	2,1
15/2	14,7	101,5	85,1	1,6	39,0	2,2
16/1	18,3	96,3	83,9	1,6	38,8	2,2
16/2	18,2	95,8	83,4	1,6	38,9	2,1
17/1	22,0	(87,5)	(78,1)	(1,5)	38,2	(2,0)
17/2	21,9	87,0	77,6	1,5	38,3	2,0

Werte in Klammern: Biegebruch

Bei den in den *Tabellen 2.1* und *2.2* zusammengestellten Versuchsergebnissen aus [2.4] wurde ausschließlich die Stützweite der Rechteckbalken ($b_w / d = 19 / 27$ cm) variiert. Die Querschnittsabmessungen und die Biegezugbewehrung sind bei allen Trägern gleich. Es wurde keine Stegbewehrung eingebaut.

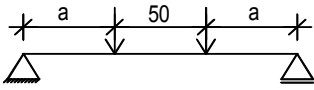
An den Ergebnissen der *Tabelle 2.2* fallen vor Allem zwei interessante Aspekte auf: Zunächst weisen auch hier bei den Gleichlasten die kürzeren Träger (bis $\ell \approx 10 d$) deutlich höhere Sicherheiten auf, als die längeren Balken, bei denen das erreichte Sicherheitsniveau sehr gleichmäßig ausgeprägt ist. Dieser Teilsicherheitsabstand von ca. 2,2 liegt nicht nur deutlich über dem Sollwert von ca. 1,62, sondern ist auch erkennbar höher als bei den längeren Balken der *Tabelle 2.1*, die mit Einzellasten belastet wurden, ansonsten aber gleich sind. Die Sicherheit ist bei den Balken unter Gleichlasten etwa $2,2 / 1,7 \approx 1,3$ mal größer als bei den Balken unter Einzellasten mit größerer Entfernung zu den Auflagern. Bezieht man das Verhältnis auf die Maximalwerte der Querkräfte $V_{u,x=0}$, die die Balken mit Gleichlasten im Bruchzustand aufweisen, so sind diese sogar etwa 1,6-fach größer als bei den vergleichbaren Balken mit Einzellasten.

Diese ersten Ergebnisse führen zum Einen zu dem Schluss, dass sowohl bei Tragwerken mit Einzellasten als auch bei Tragwerken mit Gleichlasten kürzere Tragsysteme andere Trag- und Bruchmechanismen aufweisen als die längeren. Eine analytische Begründung gibt es hierfür noch nicht. Zum Anderen führen offensichtlich unterschiedliche Zusammenhänge zum Bruch, je nachdem, ob Einzellasten wirken oder Gleichlasten, so dass deutlich unterschiedliche Bruchlasten erreicht werden. Tatsächlich kann man ja auch feststellen, dass das Stegversagen bei Balken unter Gleichlasten im Bereich der größten Querkräfte auftritt, bei Einzellasten jedoch in deren Nähe, obwohl die Querkräfte zu den Auflagern hin auf Grund des Eigengewichts jeweils noch anwachsen.

In den folgenden *Tabellen 2.3* und *2.4* sind Ergebnisse zusammengestellt von Rechteckbalken mit den gleichen Querschnitten wie zuvor, wobei nun verschiedene Arten von Steg-

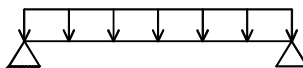
bewehrungen verglichen und wiederum Einzellasten den Gleichlasten gegenüber gestellt wurden. Die Ziffern in den Balkenbezeichnungen stehen jeweils für gleichartige Bewehrung. Mit der Ziffer 6 wurden Referenzbalken bezeichnet, der wiederum ohne Stegbewehrung geprüft wurden. Die Balken 1 wiesen Aufbiegungen auf, die Balken 2 und 3 geneigte Bügel und die Balken 4 und 5 lotrechte Bügel, wobei die Bügel jeweils unterschiedliche Abstände aufwiesen.

Tabelle 2.3: Versuchsergebnisse von Leonhardt und Walther [2.4] für Einfeldträger unter paarweisen Einzellasten mit Stegbewehrung

System:				$a / d = 75 / 27 = 2,8$	
Balken	V_u [kN]	$V_u / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_u / V_{Rd,min}$
E 1	170,5	3,3	201,7	282,9	0,8
E 2	186,0	3,6	112,8	314,3	1,6
E 3	186,0	3,6	116,1	294,6	1,6
E 4	(187,5)	(3,7)	170,9	235,7	(1,1)
E 5/1	(189,0)	(3,7)	171,0	235,7	(1,1)
E 5/2	(170,5)	(3,3)	171,0	220,9	(1,0)
E 6	93,0	1,8	ohne Stegbew.	[36,8]	2,5
Mittelwerte:		3,5			1,3

Werte in Klammern: Biegebruch

Tabelle 2.4: Versuchsergebnisse von Leonhardt und Walther [2.4] für Einfeldträger unter Gleichlasten mit Stegbewehrung

System:				$\ell / d = 200 / 27 = 7,4$		
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,min}$
G 1	(307,5)	209,1	(4,1)	201,7	314,3	(1,0)
G 3	(301,0)	204,7	(4,0)	116,1	280,0	(1,8)
G 5	(296,5)	201,6	(3,9)	171,0	210,0	(1,2)
G 6	200,5	136,3	2,7	ohne Stegbew.	[36,2]	3,8

Werte in Klammern: Biegebruch

Hier fällt zunächst einmal auf, dass der Balken E 1 die erforderliche Teilsicherheit von 1,15 um 30 % unterschritt. Das Bemessungskonzept der aktuellen Norm scheint nicht geeignet zu sein, die Kombination von Einzellasten und Stegbewehrung nur in Form von Aufbiegungen zutreffend zu beschreiben. Allerdings ist diese Art der Bewehrung nach der Norm auch nicht zulässig; es müssen vielmehr mindestens 50 % der aufzunehmenden Querkraft durch Bügel abgedeckt sein.

Wird jedoch der gleiche Balken - unter der Bezeichnung G 1 - mit Gleichlasten belastet, so ist seine Querkrafttragfähigkeit wiederum erheblich größer als bei den Einzellasten. Sie

konnte bei dem Versuch gar nicht ermittelt werden, weil der Balken vorher auf Biegung versagte.

Die Teilsicherheit der Balken E 2 und E 3 unter Einzellasten mit geneigten Bügeln ist nicht ganz so hoch wie bei den vergleichbaren Balken ohne Stegbewehrung, liegt aber dennoch ca. 40 % über dem von der Norm geforderten Wert. Ein Vergleich dieser Balken mit denjenigen unter Gleichlasten ist gleichfalls nicht möglich; in dieser Versuchsserie erreichten alle Balken mit Stegbewehrung unter Gleichlasten nicht die volle Tragfähigkeit der Stege, da sie vorher auf Biegung versagten. Dennoch weist der Balken G 3 im Bruchzustand gegenüber der rechnerischen Querkrafttragfähigkeit bereits einen beachtlichen Sicherheitsabstand von 1,8 auf.

Die sehr eindeutige Tendenz, dass einfeldrige Tragwerke unter Gleichlasten eine deutlich bessere Querkrafttragfähigkeit aufweisen als solche unter Einzellasten, wird auch besonders eindrucksvoll durch die beiden Balken ohne Stegbewehrung bestätigt: Das Verhältnis der Teilsicherheitsfaktoren der Balken G 6 und E 6 beträgt $3,8 / 2,5 = 1,5$. Bei beiden Balken liegen die Teilsicherheitsfaktoren sehr deutlich über den aus Gründen der Wirtschaftlichkeit anzustrebenden Mindestwerten der Norm.

Die Ergebnisse der *Tabellen 2.3* und *2.4* bestätigen somit die aus den beiden ersten Tabellen gewonnene Erkenntnis, dass einfeldrige Tragwerke unter Gleichlasten eine deutlich höhere Querkrafttragfähigkeit der Stege aufweisen können als solche, die mit Einzellasten belastet sind. Dies wird mit dieser Versuchsserie nicht nur für Tragwerke ohne Stegbewehrung, sondern auch für solche mit Stegbewehrung bestätigt. Theoretische Ansätze, die diesen Unterschied begründen könnten, sind bislang nicht bekannt. Die bisherigen Ansätze mit Schubspannungen oder empirisch festgelegten Bemessungswerten der Querkrafttragfähigkeit - die nicht zwischen B- und D-Bereichen unterscheiden - können diesen Unterschied nicht erklären.

In den folgenden beiden *Tabellen 2.5* und *2.6* sind Versuchsergebnisse von *Rüsch et al.* [2.5] ausgewertet, bei denen jeweils Rechteckbalken mit Gleichlasten (genauer: je 10 gleichmäßig verteilte Einzellasten) belastet wurden, wobei alle Balken die selbe Breite von

Table 2.5: Versuchsergebnisse von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* [2.5] für Einfeldträger unter Gleichlasten ohne Stegbewehrung

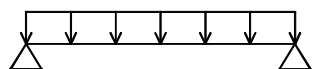
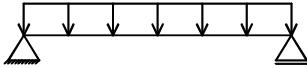
System:						$l / d = 144 / 20 = 7,2$
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,ct}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,ct}$	
BO 1	106,0	63,6	3,2	14,2	4,5	
BO 2	97,5	58,8	2,9	14,2	4,1	
BO 3	106,0	63,6	3,2	14,2	4,5	
BO 4	97,0	58,2	2,9	14,2	4,1	
BO 5	91,0	54,6	2,7	14,2	3,9	
BO 6	93,5	56,1	2,8	14,2	4,0	
Mittelwerte:			3,0		4,2	

Tabelle 2.6: Versuchsergebnisse von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* [2.5] für Einfeldträger unter Gleichlasten mit Stegbewehrung

System:							$l / d = 7,2$
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,sy}$	
A 1	75,0	45,0	3,8	8,6	38,3	5,3	
A 2	69,0	41,4	3,5	8,6	38,3	4,8	
A 3	75,5	45,3	3,8	8,6	38,3	5,3	
A 4	75,5	45,3	3,8	8,6	38,3	5,3	
A 5	72,0	43,2	3,6	8,6	38,3	5,0	
A 6	75,5	45,3	3,8	8,6	38,3	5,3	
Mittelwerte:			3,7			5,2	
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,sy}$	
B 1	123,5	74,1	3,7	14,3	67,2	5,2	
B 2	106,0	63,6	3,2	14,3	67,2	4,5	
B 3	111,0	66,6	3,3	14,3	67,2	4,7	
B 4	117,0	70,2	3,5	14,3	66,3	4,9	
B 5	109,0	65,4	3,3	14,3	66,3	4,6	
B 6	116,0	69,6	3,5	14,3	66,3	4,9	
Mittelwerte:			3,4			4,8	
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,sy}$	
C 1	171,0	102,6	3,7	20,0	101,2	5,1	
C 2	166,5	99,9	3,6	20,0	101,2	5,0	
C 3	162,5	97,5	3,5	20,0	96,2	4,9	
C 4	168,5	101,1	3,6	20,0	96,2	5,1	
C 5	162,5	97,5	3,5	20,0	100,4	4,9	
C 6	176,0	105,6	3,8	20,0	100,4	5,3	
Mittelwerte:			3,6			5,0	

10 cm und die gleiche Schlankheit aufweisen und lediglich die Balkenhöhe und die Längsbewehrung variiert wurden. Es wurden jeweils sechs gleichartige Exemplare geprüft. Besonders interessant erscheint die Serie B, die einmal ohne und einmal mit Stegbewehrung ausgeführt und belastet wurde. In den stegbewehrten Balken wurden allerdings jeweils nur Bügel eingebaut, die nach der heutigen Norm der Mindeststegbewehrung entsprechen. Dies kommt in den Tabellen dadurch zum Ausdruck, dass bei den Balken B die Werte für $V_{Rd,ct}$ (unbewehrte Stege) und für $V_{Rd,sy}$ praktisch gleich groß sind. Nach dem Stand der Technik zum Zeitpunkt der Versuche hätte jedoch die Stegbewehrung dem Mörsch'schen Fachwerk entsprechen müssen, wovon sie weit entfernt ist. Insofern ist es nicht sonderlich überraschend, dass die Querkrafttragfähigkeit der stegbewehrten Balken der Serie B im Mittel nur etwa 15 % höher lag als bei den vergleichbaren Balken der Serie BO.

Das auffallendste Ergebnis der beiden *Tabellen* 2.5 und 2.6 ist zunächst der in allen Fällen sehr große Teilsicherheitsfaktor gegen das Bauteilversagen. Dieser Teilsicherheitsfaktor ist bei den Balken ohne Stegbewehrung etwa 2,5 Mal größer als der erforderliche, bei den Balken mit Stegbewehrung im Mittel sogar mehr als vier Mal größer.

Trotz der ungünstigsten Annahme für die Druckstrebenneigung ($\cot \theta = 3,0$) in den Tabellen liegen die erreichten Querkräfte in Höhe der errechneten Grenzwerte $V_{Rd,max}$ oder bis zu

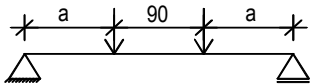
etwa 18 % darüber; sie weisen damit jedoch nicht den erforderlichen Teilsicherheitsabstand für den Beton auf. Dieser ließe sich rechnerisch aber leicht erreichen, indem die angenommene Druckstrebenneigung beispielsweise auf $\theta = 45^\circ$ ($\cot \theta = 1,0$) verändert würde. Damit würden die Versuchsergebnisse der in der *Tabelle 2.6* erfassten stegbewehrten Balken mit den derzeitigen Regeln der DIN 1045-1 gut harmonisieren. Maßgebend für die Tragfähigkeit dieser Balken ist die Druckbeanspruchung der dünnen ($b_w = 10$ cm) Stege. Sie könnte durch eine Verstärkung der Stegbewehrung nicht gesteigert werden. Die zunächst von $V_{Rd,sy}$ abgeleitete überhöhte Sicherheit ist tatsächlich nicht vorhanden.

Die Versuchsergebnisse von *Rüsch et al.* [2.5] führen also letztlich zu der verblüffenden Erkenntnis, dass sie für die stegbewehrten Balken gut mit dem Sicherheitsbemessungskonzept der aktuellen DIN 1045-1 harmonisieren und gleichzeitig für die Balken ohne Stegbewehrung unnötig große Sicherheitsabstände ausweisen. Die denkbare Schlussfolgerung, $V_{Rd,ct}$ sei eben zu vorsichtig gewählt, ist nicht allgemein zulässig, da dieser Wert z. B. in der *Tabelle 2.1* teilweise in guter Korrespondenz zu den Versuchsergebnissen steht.

In den folgenden beiden *Tabellen 2.7* und *2.8* wurden wiederum Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] für Einfeldträger ausgewertet, bei denen Einzellasten und Gleichlasten gegenübergestellt wurden. Darüber hinaus wurde bei diesen Balken bei gleich bleibend breiter Druckzone von 30 cm die Stegdicke variiert; die Balken Nr. 1 sind also jeweils Rechteckquerschnitte.

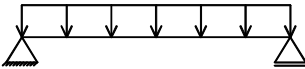
Die Auswertungen belegen zunächst einmal sehr eindrucksvoll, wie wenig aussagekräftig Schubspannungen - hier als $V_u / (b_w \cdot d)$ dargestellt - für die tatsächliche Tragfähigkeit sind: Während die erreichten rechnerischen Schubspannungen mit abnehmenden Stegdicken deutlich zunehmen, weist die jeweils letzte Spalte der beiden Tabellen ein vergleichsweise ausgeglichenes Sicherheitsniveau auf. Die Ergebnisse der beiden Tabellen bestätigen also zunächst noch einmal, dass es auf jeden Fall ein Schritt in die richtige Richtung war, wenn bei den neuen europäischen und nationalen Normen Schubspannungen durch aufnehmbare Querkräfte ersetzt wurden. Sie stellen auf der anderen Seite aber auch eine Warnung dar für diejenigen, die auf Grund ihrer gewachsenen Vertrautheit im Umgang mit Schubspannungen aufnehmbare oder einwirkende Querkräfte weiterhin in Schubspannungen umrechnen, um durch Vergleich mit den bisherigen zulässigen Werten das Beanspruchungsniveau abzuschätzen; dies kann, wie die Auswertungen zeigen, zu erheblichen Fehleinschätzungen führen.

Tabelle 2.7: Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] für Einfeldträger unter paarweisen Einzellasten mit Stegbewehrung; hier: Plattenbalken

System:				$a / d = 105 / 30 = 3,5$		
Balken	V_u [kN]	b_w [cm]	$V_u / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_u / V_{Rd,sy}$
ET 1	(144,5)	30,0	(1,6)	87,0	317,3	(1,7)
ET 2	134,5	15,0	3,0	87,0	158,6	1,5
ET 3	130,0	10,0	4,3	87,0	105,8	1,5
ET 4	101,0	5,0	6,7	87,0	52,9	1,2

Werte in Klammern: Biegebruch

Tabelle 2.8: Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] für Einfeldträger unter Gleichlasten mit Stegbewehrung; hier: Plattenbalken

System:					$\ell / d = 300 / 30 = 10$		
Balken	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=d}$ [kN]	b_w [cm]	$V_{u,x=d} / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{Rd,sy}$
GT 1	(246,0)	(188,7)	30,0	(2,1)	63,2	271,4	(3,0)
GT 2	(234,5)	(179,9)	15,0	(4,0)	63,2	135,7	(2,8)
GT 3/1	176,0	135,0	10,0	4,5	63,2	90,5	2,1
GT 3/2	(240,0)	(184,1)	10,0	(6,1)	100,7	106,7	(1,8)
GT 4/1	150,5	115,4	5,0	7,7	63,2	45,2	1,8
GT 4/2	183,5	140,7	5,0	9,4	100,7	53,3	1,4

Werte in Klammern: Biegebruch

Auf der anderen Seite bieten die Auswertungen in den *Tabellen 2.7* und *2.8* wiederum eindeutige Belege dafür, dass die in der aktuellen deutschen Stahlbetonnorm DIN 1045-1 angegebenen Querkrafttragfähigkeiten die Wirklichkeit teilweise nur unzulänglich abbilden. Dies ist für eine Norm durchaus zulässig, wenn ausreichend Sicherheiten gewährleistet werden. Aber auch der aktuelle Stand der Wissenschaft ist nicht in der Lage, diese Diskrepanz zu erklären. So wird beispielsweise mit den vorliegenden Ergebnissen ein weiteres Mal bestätigt, dass Systeme unter Gleichlasten deutlich höhere Querkrafttragfähigkeiten aufweisen als solche unter Einzellasten.

Aber auch der Ansatz, wonach das Gleichgewicht für Stegzugspannungen allein durch die Stegbewehrung (in Verknüpfung mit einer variabel angenommenen Druckstrebenneigung) in Form des Wertes $V_{Rd,sy}$ sichergestellt werden soll, wird durch diese Ergebnisse nicht bestätigt. Nach diesem Ansatz führt eine bestimmte Stegbewehrung unabhängig vom Stegquerschnitt immer zur gleichen rechnerischen Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,sy}$, wie dies bei den Balken in der *Tabelle 2.7* der Fall ist. Die tatsächliche Querkrafttragfähigkeit schwankt dagegen im Rahmen der Versuche um über 40 %.

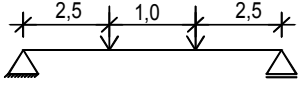
Der gleiche Widerspruch ist sinngemäß im Zusammenhang mit den Stegdruckstreben zu erkennen. Betrachtet man in [2.4] die Bruchbilder der Versuchsbalken, so kann man feststellen, dass beispielsweise die Balken ET 3 und ET 4 auf Druck im Stegbereich versagten. Wäre der Ansatz der Norm für $V_{Rd,max}$ zutreffend, so müsste die Querkrafttragfähigkeit des Balken ET 3 auf Grund der doppelten Stegbreite gegenüber dem Balken ET 4 auch doppelt so groß sein. Tatsächlich erreichte der Balken ET 3 aber nur eine Bruchlast von 130 kN gegenüber 101 kN des Balkens ET 4.

Die aufgezeigten Widersprüche lassen sich teilweise auch mit den in der *Tabelle 2.9* wiedergegebenen Versuchsergebnissen belegen. Die beiden untersuchten Balken weisen die gleichen Betonabmessungen auf; es handelt sich um Plattenbalken mit zusätzlichen Zugflanschen, die bei der Bauteilhöhe von 82,5 cm nur 10 cm dicke Stege aufweisen. Während der Balken T 1 lotrechte Bügel enthält, wurden im Balken T 2 die Bügel unter 45° geneigt eingebaut (s. a. *Bild 3.4*).

Zunächst belegen auch diese Versuche die Unschärfe, die mit der Verwendung von Schubspannungen verbunden ist; die Balken hätten nach der Methode der zulässigen Schubspannungen maximale „Schubbruchspannungen“ von $\tau_u = 2,5 \cdot 3,0 = 7,5$ MN/m² erreichen können und weisen nicht nur sehr unterschiedliche, sondern z. T. fast den doppelten Wert auf.

Tabelle 2.9: Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.6] für Einfeldträger unter paarweisen Einzellasten mit Stegbewehrung; hier: Plattenbalken

Balken	V_u [kN]	$V_u / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_u / V_{Rd,max}$
T 1	800	9,7	2.297	306,9	2,6
T 2	1.160	14,1	1.547	361,4	3,2

System:  $a / d = 250 / 82,5 = 3,0$

Bei den ausgewiesenen Werten $V_u / V_{Rd,max}$ ist wiederum zu beachten, dass der Tabelle der Wert $\cot \theta = 3,0$ zu Grunde liegt. Wählt man jedoch θ so, dass sich rechnerisch für $V_{Rd,sy}$ als Teilsicherheitsbeiwert γ_s der planmäßige Wert 1,15 ergibt, so erhält man für den Balken T 1 ein Verhältnis $V_u / V_{Rd,max}$ von 1,6, für den Balken T 2 dagegen etwa 3,0. Die unterschiedlichen Grenztragfähigkeiten der beiden Balken, die sich nur durch die Neigung der Bügel unterscheiden, können also nicht mit Schubspannungen begründet werden, aber wohl auch nicht mit dem neuen Bemessungskonzept.

Abschließend werden in den *Tabellen 2.10* und *2.11* Versuchsergebnisse ausgewertet, die *Leonhardt*, *Walther* und *Dilger* an Durchlaufträgern gewonnen hatten und die in [2.7] veröffentlicht wurden. Es handelt sich um Zweifeldträger mit Rechteckquerschnitt, die jeweils in Feldmitte mit Einzellasten belastet wurden. Sie versagten alle im mittleren Bereich zwischen den Einzellasten. Den Verfassern sind übrigens keine Versuche mit Durchlaufträgern bekannt, die mit Gleichlasten belastet worden wären. So lässt sich vorläufig auch nicht klären, ob der bei den einfeldrigen Systemen festgestellte Unterschied in der Stegtragfähigkeit zwischen einzeln und gleichmäßig belasteten Systemen in ähnlicher Form auch für mehrfeldrige Systeme gilt.

Die Balken der Serie HV wurden ohne Stegbewehrung ausgeführt und unterscheiden sich vor Allem in den Längen der jeweiligen Biegezugbewehrungen. Ihre Teilsicherheitsfaktoren $V_u / V_{Rd,ct}$ liegen mit ihrem Mittelwert von 2,3 sehr deutlich über dem nach der Norm zu erwartenden Wert von 1,62. Die höchste Tragfähigkeit weist der Balken HV 3 auf, der gekennzeichnet ist durch eine durchgehende, zweilagige obere und untere Bewehrung. Dieser offensichtlich günstige Einfluss, der nach der Norm nicht erfasst werden kann, führt unter Berücksichtigung der etwas unterschiedlichen Betonfestigkeiten zu einer Laststeigerung gegenüber den Vergleichsbalken von über 15 %.

Tabelle 2.10: Versuchsergebnisse von *Leonhardt*, *Walther* und *Dilger* [2.7] für Durchlaufträger unter Einzellasten ohne Stegbewehrung

Balken	a / d	V_u [kN]	$V_u / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,ct}$ [kN]	$V_u / V_{Rd,ct}$
HV 0	4,6	92,2	1,8	37,6	2,4
HV 1	4,6	80,2	1,6	37,6	2,1
HV 2	4,6	80,7	1,6	36,3	2,2
HV 3	4,6	92,7	1,8	35,9	2,6
Mittelwerte:			1,7		2,3

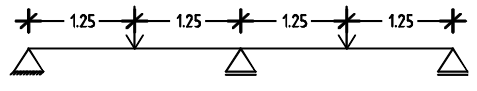
System: 

Tabelle 2.11: Versuchsergebnisse von *Leonhardt, Walther* und *Dilger* [2.7] für Durchlaufträger unter Einzellasten mit Stegbewehrung

System:						
Balken	a / d	V_u [kN]	$V_u / (b_w \cdot d)$ [MN/m ²]	$V_{Rd,sy}$ [kN]	$V_{Rd,max}$ [kN]	$V_u / V_{Rd,sy}$
HL 1	4,6	(67,0)	(1,2)	60,9	230,9	(1,1)
HL 2	4,6	(136,3)	(2,5)	134,8	234,9	(1,0)
HL 3	4,6	162,8	3,0	185,2	215,2	0,9
HL 4	4,6	218,1	4,0	312,6	222,8	0,7
Mittelwert:						0,8

Bei den Balken der Serie HL wurden sowohl die Längsbewehrung als auch die Stegbewehrung vom Balken 1 bis zum Balken 4 etwa im Verhältnis 1 : 2 : 3 : 4 gesteigert, wie dies etwa von den Werten für $V_{Rd,sy}$ abgelesen werden kann. Es ist leicht zu erkennen, dass die Querkrafttragfähigkeit keines Falls im gleichen Maß zugenommen hatte. Dies hat schließlich auch das überraschende Ergebnis zur Folge, dass der Balken HL 4 eine Teilsicherheit der Stegtragfähigkeit in Bezug auf die Stegbewehrung aufweist, die rund 40 % unter dem erforderlichen Wert liegt.

Die Analyse der ausgewählten Versuchsergebnisse bestätigt, dass die Stegtragfähigkeit der Stahlbetonkonstruktionen offensichtlich von verschiedenen Einflüssen bestimmt wird, die bislang noch nicht alle bekannt sind und von den derzeitigen Bemessungsregeln nicht vollständig erfasst werden. Die im Bruchzustand erreichten Schubspannungen liegen für die ausgewählten Beispiele von Balken ohne Stegbewehrung zwischen 1,2 und 3,2 MN/m² und für solche mit Stegbewehrung sogar zwischen 1,2 und 14,1 (!) MN/m². Die Zuordnung der ausgewählten Versuchsergebnisse zu den neuen Bemessungsregeln ergeben Teilsicherheitsfaktoren γ_c , die für Systeme ohne Stegbewehrung zwischen 1,7 und 4,5 liegen, für die ausgewählten Beispiele mit Stegbewehrung aber zwischen 0,7 und 5,3! Bei einem Sollwert im Bereich von 1,5 stellen die beiden letztgenannten Werte nicht gerade wünschenswerte Ergebnisse dar.

Die aufgezeigten Diskrepanzen können zumindest teilweise darauf zurück geführt werden, dass auch mit den aktuellen Bemessungsregeln die unterschiedlichen Beanspruchungen in Biege- und Diskontinuitätsbereichen nicht erfasst werden können. Sie führen auch bei Versuchen, bei denen die Art der Stegbewehrung unterschiedlich ist oder auch nur die Stegbreite variiert wurde, nicht immer zu zufrieden stellenden Ergebnissen. Insbesondere ist auch hervorzuheben, dass das unterschiedliche Tragverhalten von Systemen unter Einzel- und Gleichlasten noch nicht ergründet ist. Ebenso ist das günstige Tragverhalten gedrungener Bauteile noch nicht hinreichend erforscht. Die semi-empirisch ermittelten Bemessungswerte, die der aktuellen Stahlbetonnorm zu Grunde liegen, bieten leider noch nicht die Möglichkeit, für *alle* Anwendungsbereiche ein ausgewogenes Sicherheitsniveau zu gewährleisten.

3. QUALITATIVE BETRACHTUNG DES TRAGVERHALTENS IM ZUSTAND I

Stahlbeton wird schon seit Langem erfolgreich mit ausreichender Sicherheit bemessen, ohne dass die genauen Zusammenhänge des Tragverhaltens vollständig bekannt sind. Man behilft sich, indem man in das Tragwerk ein mehr oder weniger willkürliches Tragmodell einbaut - bei der Stegbemessung im Allgemeinen ein parallelgurtiges Fachwerk - und dieses Modell bemisst. Damit wird sichergestellt, dass ein wirksames Tragwerk vorhanden ist, das ausreichende Sicherheit aufweist. Im Regelfall kann damit jedoch nicht die wirtschaftlichste Lösung gefunden werden.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wird eine andere Vorgehensweise gewählt. Solange sich die Stahlbetontragwerke im ungerissenen Zustand I befinden, stellt sich ein Spannungszustand ein, der mit dem Minimum an Formänderungsarbeit die Belastungen zu den Auflagern leitet. Stellen sich Risse ein, so wird das System Spannungszustände annehmen, die sich so wenig wie möglich vom ursprünglichen Zustand unterscheiden, so dass wiederum das Minimum an Formänderungsarbeit erreicht wird. Es soll nun zunächst qualitativ, im Weiteren aber auch quantitativ, versucht werden, Modelle dieser Spannungszustände aus den Rissbildern abzuleiten.

Im Folgenden wird daher zunächst das Tragverhalten im Zustand I analysiert, um daraus Erkenntnisse über das Tragverhalten im Zustand II ableiten zu können.

3.1 Der Biegebereich

Das *Bild 3.1* zeigt noch einmal den Spannungstrajektorienverlauf für den einfachsten Fall eines biegebeanspruchten Balkens, nämlich einen frei drehbar gelagerten Einfeldträger mit Rechteckquerschnitt unter Gleichlast. Es handelt sich um das von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] übernommene, bereits zuvor dargestellte *Bild 2.10*, hier nun mit zusätzlicher Kennzeichnung der unterschiedlichen Bereiche, das an dieser Stelle einer genaueren Analyse unterzogen werden soll.

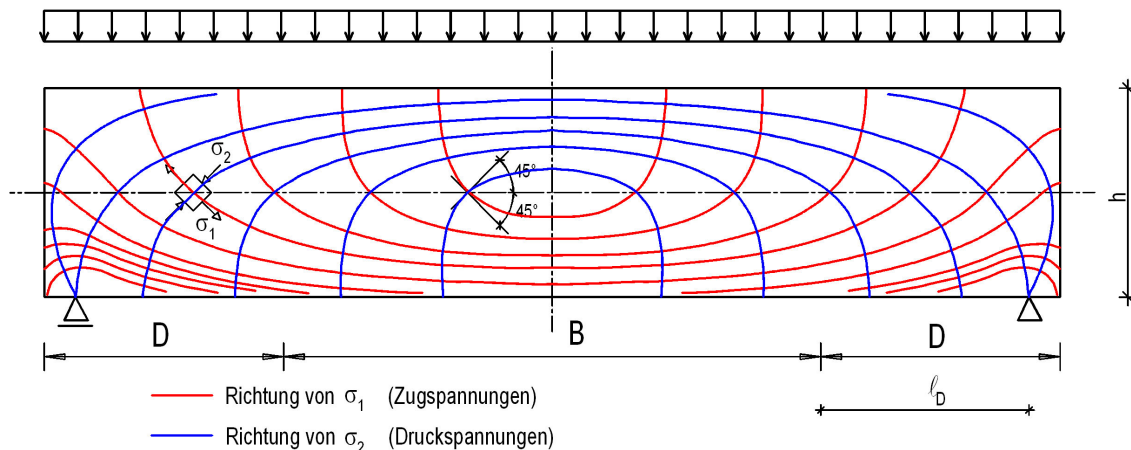


Bild 3.1: Hauptspannungstrajektorien eines Balkens unter Gleichlast

Betrachtet man zunächst nur den **Biegebereich**, also diejenigen Zonen, die nach der üblichen Anschauung mindestens einen Abstand von den Auflagern aufweisen, der der Balkenhöhe entspricht, so ergibt sich für die in Betonkonstruktionen in erster Linie maßgebenden Zugspannungen - die Druckspannungen verlaufen in diesem Bereich gleichartig spiegelbildlich zur Schwerachse - folgendes Bild:

Am gezogenen, unteren Rand und in der Balkenmitte verlaufen die Zugspannungen parallel zur Balkenachse. Aus dieser (horizontalen) Richtung neigt sich ein kleiner Anteil - er entspricht dem Wert ΔT_B nach Glg. (2.16) - zunächst nur wenig nach oben und erreicht erst in der Schwerachse einen Neigungswinkel von 45° . Dieser Anteil verläuft also in der gesamten Zugzone überwiegend horizontal. In der Druckzone nimmt die Neigung der Zugtrajektorien immer mehr zu - wobei die Krümmung wieder abnimmt - und erreicht am gedrückten, oberen Rand 90° ; an dieser Stelle erreichen diese Zugspannungen allerdings auch den Wert 0. Sie verlaufen damit also nur in der Druckzone annähernd rechtwinklig zur Balkenachse, in der Zugzone eher parallel dazu.

Diese Zugspannungen, die dem Wert ΔT_B entsprechen, weisen die größten Werte auf, solange sie randparallel verlaufen und werden mit zunehmender Neigung immer kleiner, bis sie am gedrückten Rand den Wert 0 annehmen. Sie werden sozusagen schrittweise aufgebraucht, um als Umlenkkräfte die Krümmungen der spiegelbildlich auf einander folgenden Scharen von Druckspannungstrajektorien zu sichern.

Es entsteht das bereits angesprochene, (vielleicht subjektiv gesehen) sehr elegante Geflecht (Gewebe!) aus Zug- und Druckspannungen, das der dem Momentenverlauf entsprechenden, stetigen Veränderung der Biegezug- und -druckkräfte mit dem Minimum an Formänderungsarbeit das Gleichgewicht bietet.

3.2 Frei drehbare Endauflagerbereiche

Ein deutlich anderes Bild ergibt sich für Auflagerbereiche bei **direkter Lagerung**: Etwa an der Stelle $l_D \approx d$ vom Auflager entfernt, die als Begrenzung des D-Bereichs gilt, schwenken die Randzugspannungen gebündelt schräg nach oben, so dass ihre Resultierende über dem Auflager etwa den unteren Drittpunkt des Querschnitts erreicht, vgl. *Bild 3.1*. Etwa auf die gleiche Länge $l_D \approx d$ schwenken die Druckspannungen vom oberen Rand in einem etwa gleichmäßig gekrümmten Bogen gleichfalls zum unteren Drittpunkt des Querschnitts. Zugspannungen, die im Bereich dieses Bogens aus der Zugzone in die Druckzone führen, sichern als Umlenkkräfte die Krümmung des Bogens. Diese Zugspannungen erreichen hier nun den gedrückten Rand nicht mehr in einem rechten Winkel zum Rand.

Dieser Spannungsverlauf ergibt sich aus der Einleitung der Auflagerkraft in den Balken. Es handelt sich um einen Kraftverlauf, wie er ähnlich schon lange bekannt ist für Konsolen und auch für Endauflager von biegebeanspruchten Bauteilen nach der Fachwerkanalogie zu Grunde gelegt wird. In Folge des erforderlichen Gleichgewichts für die Einleitung der - bei direkter Lagerung - am unteren Balkenrand angreifenden Auflagerkraft ist es nicht möglich, dass sich im Endbereich des Balkens randparallele Zug- und Druckgurte einstellen, die bis zur Auflagerachse auf Null auslaufen. In diesem Bereich ist die Biegetheorie außer Kraft gesetzt, die Spannungen werden durch die angesprochene Gleichgewichtsbedingung bestimmt.

Diese Analyse bestätigt sehr deutlich den zwar bekannten, aber bislang nur teilweise in die Bemessung eingegangenen Zusammenhang, dass sich in D-Bereichen völlig andere Spannungszustände einstellen als in den Biegebereichen. Es zeigt sich auch, dass sich im D-Bereich eines frei drehbaren Endauflagers, der im Folgenden mit **D_e-Bereich (Endstörbereich)** bezeichnet wird, im Zustand I kein geradlinig bis zum Auflager durchlaufender Zuggurt einstellt. Unmittelbar neben dem Auflager gibt es am unteren Rand eine nahezu spannungsfreie Zone. Mit dem in diesem Bereich leicht geneigten Zuggurt stellt sich offensichtlich ein Spannungszustand ein, der weniger Formänderungsarbeit zu bewältigen hat als ein randparalleler Zuggurt. Alle bislang gängigen Modelle gehen auf der Grundlage der *Mörsch*'schen Fachwerkanalogie von einem geradlinig bis zum Auflager durchgehenden Zuggurt aus.

Die gleichen Zusammenhänge können sinngemäß dargelegt werden, wenn der Spannungsverlauf für den gleichen Balken mit einem Finite-Elemente-Programm (FE) ermittelt wird und die Hauptspannungen nach Betrag und Richtung dargestellt werden, vgl. *Bild 3.2*.

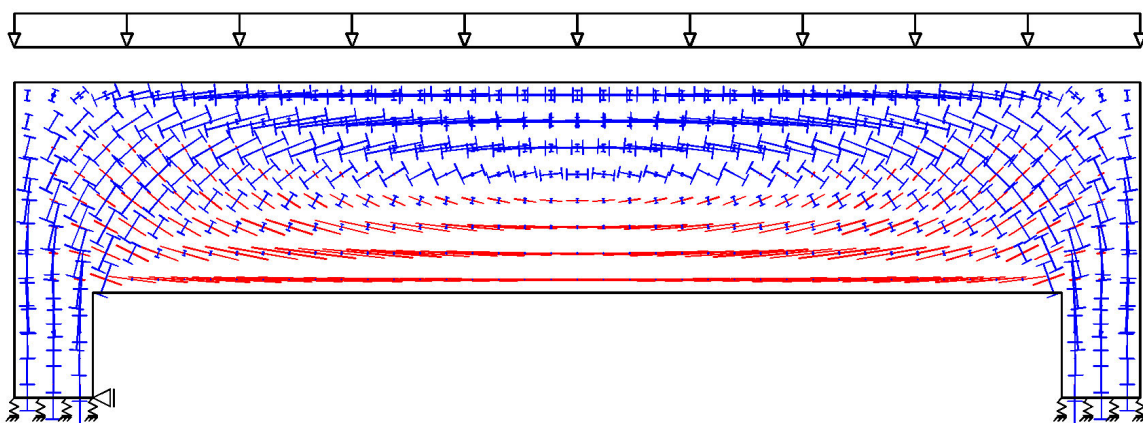


Bild 3.2: Hauptspannungsverteilung des Balkens gemäß *Bild 3.1*

Hier kann nun noch deutlicher abgelesen werden, wie die Zugspannungen im Biegebereich mit zunehmender Neigung und Entfernung vom unteren Rand immer kleiner werden. Auch die für den D_e -Bereich festgestellten Zusammenhänge sind gut erkennbar. Insbesondere kann auch gut abgelesen werden, wie der Druckbogen durch Zug-Umlenkkräfte im Gleichgewicht gehalten wird. Die Grenze des D_e -Bereichs zum B-Bereich kann leicht durch die Tatsache festgestellt werden, dass im D_e -Bereich die Symmetrie der Hauptspannungen zur Nulllinie nicht mehr gegeben ist.

Diese für den D_e -Bereich aufgezeigten Zusammenhänge gelten natürlich nur für den Fall der direkten Lagerung. Ein anderes Bild ergibt sich im Fall der **indirekten Lagerung**. Mit diesem Begriff wird die Situation beschrieben, dass ein Tragwerk in voller oder nahezu voller Höhe in einen anderes Tragwerk einmündet, das seine Auflagerlasten übernimmt. Da für diesen Fall keine Trajektorienbilder zur Verfügung stehen, wurde er mit einer FE-Berechnung simuliert, bei der die indirekte Lagerung durch vertikale Lager in jedem Knoten der Auflagerachse abgebildet wurde. Das Ergebnis zeigt das *Bild 3.3*.

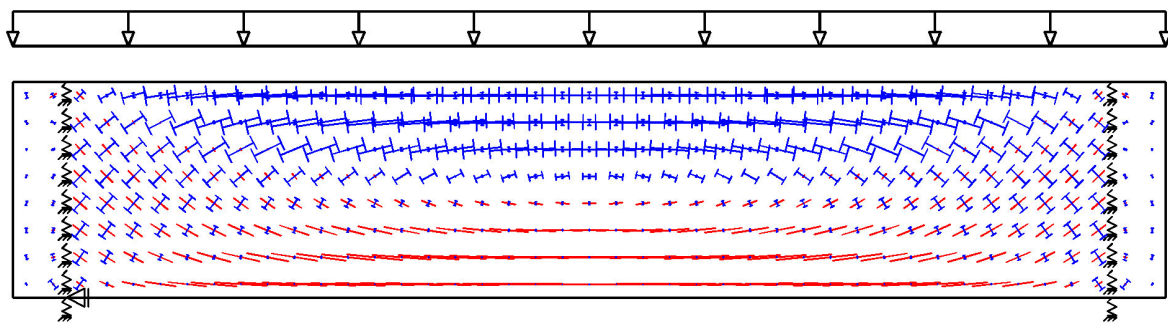


Bild 3.3: Hauptspannungsverteilung eines indirekt gelagerten Balkens

Es ist zu erkennen, dass in Folge der gleichmäßig über den Querschnitt verteilten Lastaufnahme am Balkenende der von der Biegetheorie bestimmte Spannungsverlauf bis zur Auflagerachse vorhanden ist.

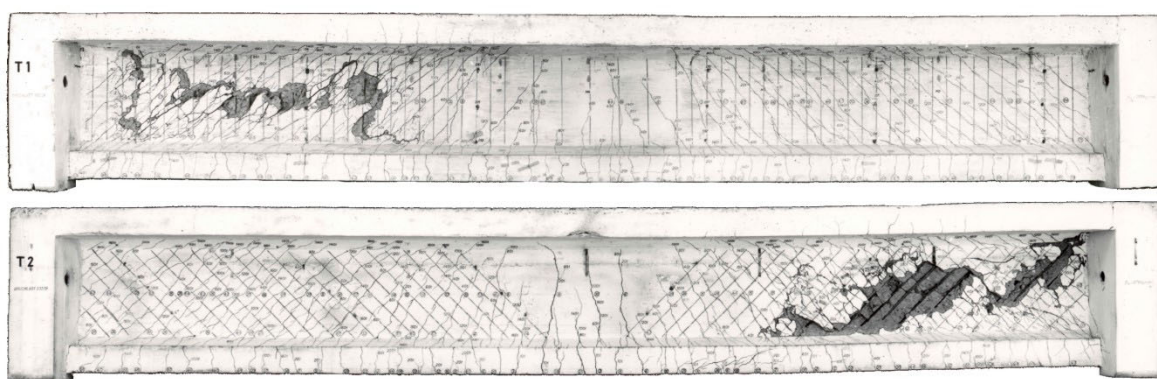


Bild 3.4: Rissbilder der Träger T 1 und T 2 aus [2.6]

Dieses Rechenergebnis kann qualitativ gut durch Versuche bestätigt werden, bei denen eine indirekte Lagerung erzeugt wurde, indem die Auflager durch Lisenen verstärkt wurden. Ein anschauliches Beispiel sind hierfür die Träger T 1 und T 2, die *Leonhardt* und *Walther* in [2.6] dokumentierten, vgl. *Bild 3.4*. Beide Träger weisen - unabhängig von der Richtung der Stegbewehrung! - bis zum indirekten Lager praktisch über die gesamte Trägerhöhe Risse auf, die unter 45° geneigt sind.

Der Spannungszustand bei indirekter Lagerung am frei drehbaren Balkenende lässt sich für den Zustand I mit der Biegetheorie leicht ermitteln. Da das Moment Null ist, sind die Biegespannungen σ_x gleichfalls Null, während die Schubspannungen nach Glg. (2.5) über den Querschnitt verteilt sind - also bei einem Rechteckquerschnitt parabelförmig mit dem Maximum in der Balkenachse. Mit diesen Ausgangswerten sind die Hauptzug- und -druckspannungen nach Glg. (2.9) beide dem Betrag nach an jeder Stelle gleich groß und ergeben als Resultierende jeweils den Wert τ . Nach Glg. (2.10) sind sie an jeder Stelle unter 45° geneigt.

Bei indirekter Lagerung entfällt somit - zumindest im Zustand I - der D_e -Bereich mit seinem speziellen Spannungszustand.

Die aus den *Bildern 3.1* und *3.2* abgeleiteten Zusammenhänge über die Spannungszustände im Bereich von direkt und frei drehbar gelagerten Balken- und Plattenenden können auch leicht durch eine **Betrachtung der zugehörigen Formänderungsarbeit** mit einem Modell untermauert werden.

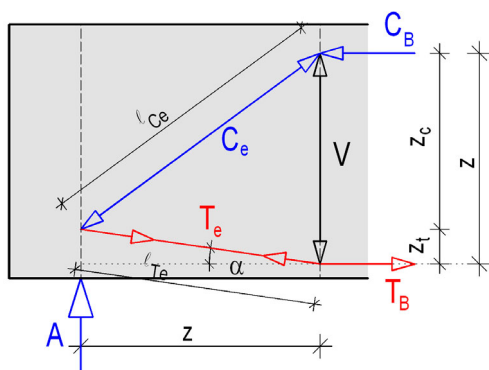


Bild 3.5: Zug- und Druckstrebe am Auflager

Dazu wird zunächst (näherungsweise) die Auflagerkraft A gemäß *Bild 3.5* in eine gerade verlaufende Druckstrebe C_e und eine Zugstrebe T_e zerlegt. Die Länge des Einleitungsbereiches wird gleichgesetzt mit z . Die Länge der Druckstrebe ist l_{C_e} , die der Zugstrebe l_{T_e} ; im Zustand I wird beiden die gleiche Steifigkeit zugewiesen.

Die Formänderungsarbeit der inneren Kräfte wird wie folgt bestimmt:

$$W = - \int_s \int_A \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot dA \cdot ds \quad (3.1).$$

Mit $\sigma = E \cdot \varepsilon$,

$$\varepsilon = \Delta l / l = F / (A \cdot E)$$

und unter der Annahme konstanter, gleich großer Querschnittsflächen und eines konstanten E-Moduls wird daraus

$$W = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot \int_s F(s)^2 \cdot ds \quad (3.2),$$

wobei das negative Vorzeichen hier vernachlässigt wurde, da das Vorzeichen bei den hier durchgeführten Untersuchungen keine Rolle spielt.

Für eine über s konstante Kraft F folgt somit:

$$W = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot F^2 \cdot \ell \quad (3.3).$$

Da es im vorliegenden Fall nur darum geht, das **Minimum der Formänderungsarbeit** in Abhängigkeit von α zu ermitteln, kann unter der Annahme, dass die beiden Streben gleiche Querschnitte und - im Zustand I - gleiche, linearelastische Dehnsteifigkeiten aufweisen, vereinfacht angesetzt werden:

$$\bar{W} = C_e^2 \cdot l_{C_e} + T_e^2 \cdot l_{T_e} \quad (3.4).$$

Nach *Bild 3.5* gilt:

$$z_t = z \cdot \tan \alpha \quad (3.5)$$

$$z_c = z \cdot (1 - \tan \alpha) \quad (3.6)$$

$$l_{Te} = z / \cos \alpha = z \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} \quad (3.7)$$

$$l_{Ce} = \sqrt{z^2 + z_c^2} = z \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} \quad (3.8)$$

$$T_e = V \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} \quad (3.9)$$

$$C_e = V \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} \quad (3.10).$$

Mit diesen Werten wird aus Glg. (3.4):

$$\bar{W} = V^2 \cdot z \cdot \left[(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + (2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} \right] \quad (3.11).$$

Das Minimum der Formänderungsarbeit W wird erreicht bei $dW / d\alpha = 0$. Aufgrund der mathematischen Komplexität der Ableitung wird die Lösung graphisch mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermittelt (siehe *Bild 3.6*).

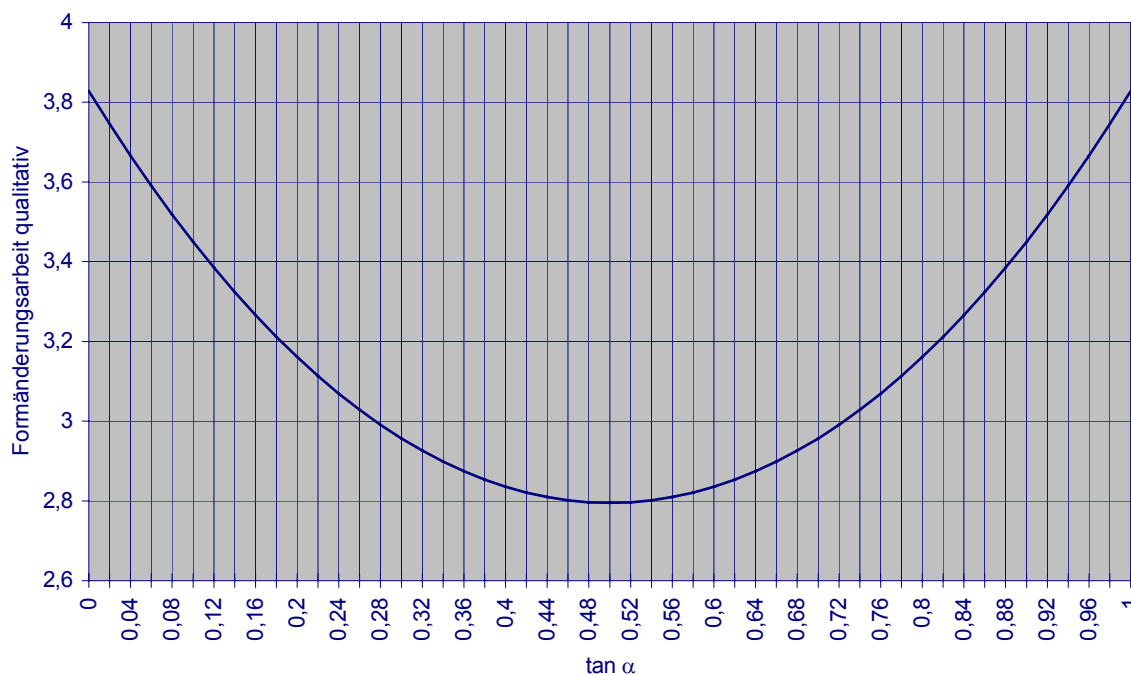


Bild 3.6: Formänderungsarbeit bei indirekter Lagerung (qualitativ)

Im zulässigen Bereich für $\tan \alpha$ von 0 bis 1 gibt es nach *Bild 3.6* nur eine Lösung, nämlich

$$\tan \alpha = 1/2 \quad (3.12).$$

Diese Lösung bedeutet, dass die Resultierenden C_e und T_e gleich groß und - bei dem vorausgesetzten Rechteckquerschnitt - spiegelbildlich zur Balkenachse verlaufen. Damit wird indirekt das Ergebnis bestätigt, das zuvor für den Fall der indirekten Lagerung bereits aus den Ansätzen der Biegetheorie abgeleitet wurde. Der Ansatz wird somit durch zwei unterschiedliche, unabhängige Ermittlungen bestätigt.

Der Biegezuggurt schwenkt also nach dieser Betrachtung vor dem Endauflager mit einem Winkel von ca. 20° nach oben.

Durch diese Betrachtung nach dem Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit wird tatsächlich die aus den Trajektorienbildern und den Hauptspannungsverläufen abgeleitete Erkenntnis bestätigt, dass die Zugstrebe am Auflager bei direkter Unterstützung - wiederum rechteckiger Querschnitt vorausgesetzt - etwa zum Dreieckelpunkt des Querschnitts hinaufschwenkt.

Dieser in der Literatur bislang wohl noch nicht aufgezeigte Zusammenhang erlaubt bereits wichtige Rückschlüsse über das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen in D_e -Bereichen: Die dem Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit folgende Aufbiegung der Biegezugstrebe T_e zum Dreieckelpunkt bietet mehr als einem Drittel der in diesem Bereich vorhandenen Querkraft das Gleichgewicht. Bei nicht zu hohen Querschnitten - die bei Versuchen den Regelfall darstellen - liegt der aufgebogene Teil der Biegezugstrebe noch in der Wirkungszone der parallel zum Rand angeordneten Biegezugbewehrung und wird von dieser gedeckt. In diesem Fall sind auch im Zustand II nur noch weniger als zwei Drittel der Querkraft der Umlenkung der Biegedruckstrebe C_e zuzuordnen - sie bilden die Vertikalkomponente der resultierenden Umlenkkräfte. Der aufgezeigte Zusammenhang bietet somit bereits einen ersten wichtigen Ansatz für die Begründung der „verminderten Schubdeckung“, die von zahlreichen Versuchen abgeleitet werden konnte.

Nach diesen Betrachtungen kann der Spannungszustand an direkt unterstützten, frei drehbaren Endauflagern von biegebeanspruchten Bauteilen ohne auflagernahe Einzellasten nach dem folgendem *Bild 3.9* wie folgt zusammengefasst werden: Der Biegezuggurt schwenkt etwa an der Stelle $x = z$ mit einem Winkel von ca. 20° nach oben. Die Auflagerkraft wird von einer geneigten Druckstrebe in den Biegedruckgurt geleitet. Die Umlenkung der Auflagerkraft in die geneigte Druckstrebe wird durch den nach oben verschwenkten Biegezuggurt gesichert.

Wie die Hauptspannungstrajektorien deutlich zeigen, verläuft die geneigte Druckstrebe nicht geradlinig (was am oberen Rand zu einer abrupten Umlenkung führen würde), sondern weist eine Krümmung auf, die Umlenkkräfte aktiviert. Diese sind Zugspannungen, die näherungsweise konzentrisch zum Zuggurt führen und dort ihr Gleichgewicht finden im Zuggurt selbst und in den Stegspannungen, die im anschließenden Biegebereich entstehen. Diese konzentrische Zusammenführung der Umlenkkraftspannungen hat zur Folge, dass die Stegzugspannungen im Bereich des Zuggurts konzentriert und damit deutlich größer sind als im Bereich der geneigten und gekrümmten Druckstrebe. Das System wird also nie zuerst im Bereich dieser Druckstrebe auf Zug versagen, sondern im Bereich des Zuggurts.

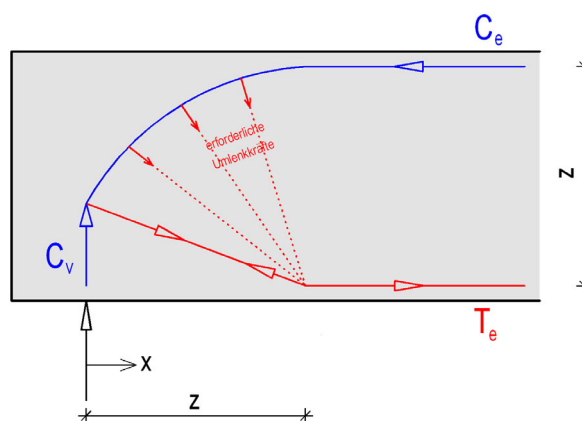


Bild 3.9: Kräfteverlauf am direkt unterstützten, frei drehbaren Endauflager

3.3 Gleichlasten auf gedrunenen, frei drehbar gelagerten Einfeldträgern

Bei gedrunenen Einfeldträgern, d. h. bei Trägern mit kleinen Schlankheiten, besteht - wie bereits häufig qualitativ in der Literatur erwähnt - die Möglichkeit, dass die Lasten teilweise über Bogentragwirkung mit Zugband entsprechend *Bild 3.10* abgetragen werden.

Im Folgenden wird nun in einem Rechenmodell die Bogentragwirkung der Biegetragwirkung gegenübergestellt. Dazu werden die Formänderungsarbeiten zur Lastabtragung der beiden Tragmodelle ermittelt.

Zuerst wird die **Bogentragwirkung mit Zugband** untersucht. Das Tragmodell und die Bezeichnungen können *Bild 3.10* entnommen werden.

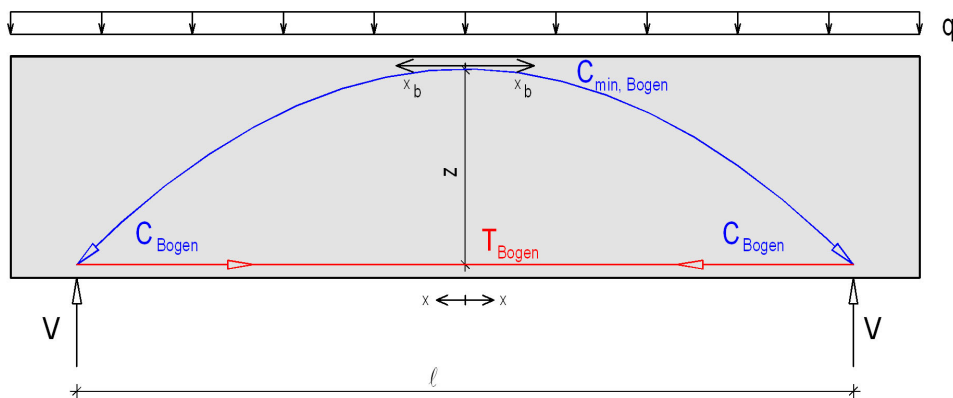


Bild 3.10: Bogentragwirkung mit Zugband

Aus *Bild 3.10* ergeben sich für die Kräfte folgende Zusammenhänge:

$$T_{\text{Bogen}} = C_{\text{min,Bogen}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot z} \quad (3.18).$$

Mit
$$n = \frac{l}{z} \quad (3.19)$$

folgt:
$$T_{\text{Bogen}} = C_{\text{min,Bogen}} = \frac{q \cdot n \cdot l}{8} \quad (3.20).$$

Für die Länge des Zugbandes gilt:

$$l_{\text{T,Bogen}} = l \quad (3.21).$$

Entsprechend Glg. (3.3) folgt für die Formänderungsarbeit der konstanten Zugkraft T_{Bogen} :

$$W_{\text{T,Bogen}} = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot T_{\text{Bogen}}^2 \cdot l_{\text{T,Bogen}} \quad (3.22).$$

Für die Querschnittsfläche des Zugbandes wird angenommen:

$$A = b_w \cdot \frac{h}{4} \quad \text{mit} \quad b_w = \text{Stegbreite} \quad (3.23).$$

$$\frac{h}{4} = \text{Druckzonenhöhe}$$

Mit
$$z = \frac{2}{3} \cdot h$$

folgt
$$A = \frac{3}{8} \cdot b_w \cdot z \quad (3.24).$$

Bei Ansatz der Querschnittsfläche des Zugbands A nach Glg. (3.24) und Einsetzen der Glg. (3.20) sowie (3.21) wird daraus:

$$W_{T,Bogen} = \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \left(\frac{q \cdot n \cdot \ell}{8} \right)^2 \cdot \ell = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \frac{1}{48} \cdot n^3 \quad (3.25).$$

Die Länge des Druckbogens entspricht der Länge einer Parabel mit dem Stich z und der Sehnenlänge ℓ . Mit Glg. (3.19) ergibt sich die Parabellänge $\ell_{C,Bogen}$ zu

$$\ell_{C,Bogen} = \sqrt{\frac{\ell^2}{4} + 4 \cdot \frac{\ell^2}{n^2}} + \frac{\ell}{2} \cdot \frac{n}{4} \cdot \ln \left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n} \right)^2} \right) \quad (3.26),$$

und damit zu
$$\ell_{C,Bogen} = \frac{\ell}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n} \right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln \left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n} \right)^2} \right) \right] \quad (3.27).$$

Die Bogendruckkraft C_{Bogen} setzt sich zusammen aus einem konstanten horizontalen Anteil $C_{min,Bogen}$ und einem linear verlaufenden vertikalen Anteil C_v . Dieser vertikale Anteil entspricht der Querkraft und steigt von $C_v = 0$ in Feldmitte linear auf $C_v = \frac{q \cdot \ell}{2}$ am Auflager an. Die Formel dieses Anteils ist somit linear vom horizontal verlaufenden x abhängig und kann bei Betrachtung des halben Systems, ausgehend von der Feldmitte, ausgedrückt werden durch:

$$C_v(x) = q \cdot x \quad (3.28).$$

Bei der Berechnung der Formänderungsarbeit muss jedoch über die Bogenlänge der Parabel integriert werden, so dass die Kraft C_{Bogen} abhängig vom Weg auf dem Parabelbogen x_b angegeben werden muss. Der Verlauf des vertikalen Lastanteils $C_v(x_b)$, abhängig vom Weg auf dem Parabelbogen, ist nicht mehr linear. Da die Umrechnung mathematisch jedoch sehr aufwendig ist und sich bei den im Stahlbetonbau üblichen Trägern sehr flache Parabeln einstellen, wird näherungsweise davon ausgegangen, dass der Lastanteil $C_v(x_b)$ auch auf dem Parabelbogen linear zunimmt. Als Gleichung für diesen Anteil folgt somit näherungsweise:

$$C_v(x_b) = \frac{q \cdot \ell}{2} \cdot \frac{x_b}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n} \right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln \left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n} \right)^2} \right) \right]} \quad (3.29).$$

Damit kann die Bogendruckkraft ausgedrückt werden durch:

$$C_{\text{Bogen}}(x_b) = \sqrt{C_{\text{min,Bogen}}^2 + C_v(x_b)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{q \cdot n \cdot \ell}{8}\right)^2 + \left[\frac{q \cdot \ell}{2} \cdot \frac{x_b}{\frac{\ell}{4} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln\left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2}\right)}\right]}\right)^2} \quad (3.30).$$

Für die Formänderungsarbeit der Bogendruckkraft am Gesamtsystem ergibt sich somit, bei Ansatz der Strebenfläche nach Glg. (3.24),

$$W_{C,\text{Bogen}} = 2 \cdot \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \int_0^{\frac{\ell}{4} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln\left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2}\right) \right]} C_{\text{Bogen}}(x_b)^2 dx_b \quad (3.31).$$

Mit Glg. (3.30) wird daraus durch Integration und Umformung:

$$W_{C,\text{Bogen}} = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \frac{n}{6} \cdot \left[\left(\frac{n}{4}\right)^2 + \frac{1}{3} \right] \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln\left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2}\right) \right] \quad (3.32).$$

Die gesamte **Formänderungsarbeit der Bogentragwirkung** ergibt sich aus den Gln. (3.25) und (3.32) und ist, unter der Annahme gleicher, linearelastischer Dehnsteifigkeiten im Zustand I:

$$W_{\text{Bogen}} = W_{T,\text{Bogen}} + W_{C,\text{Bogen}}$$

$$= \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left[\frac{1}{48} \cdot n^3 + \frac{n}{6} \cdot \left[\left(\frac{n}{4}\right)^2 + \frac{1}{3} \right] \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2} + \frac{n}{4} \cdot \ln\left(\frac{4}{n} + \sqrt{1 + \left(\frac{4}{n}\right)^2}\right) \right] \right] \quad (3.33).$$

Das Tragmodell des **Biegeträgers** kann *Bild 3.11* entnommen werden.

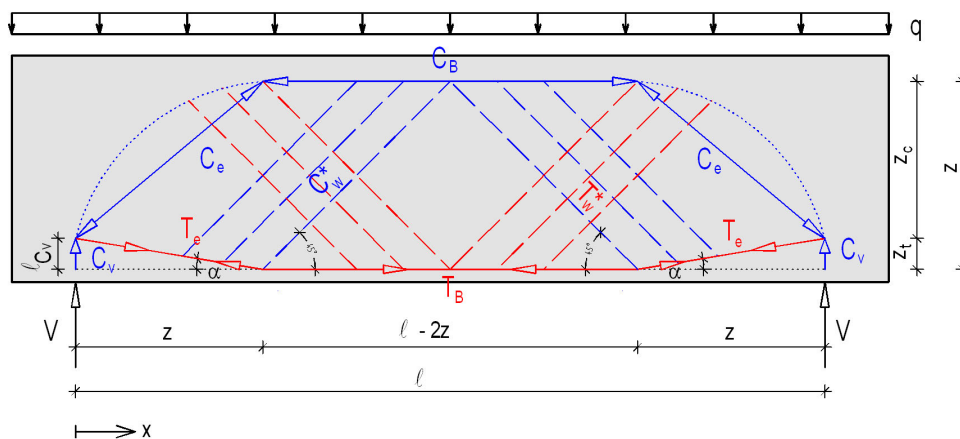


Bild 3.11: Verwendetes Modell für die Biegetragfähigkeit

Für den **D_e-Bereich** gelten analog zu *Abschnitt 3.2* die Gln. (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.13) und (3.14). Mit der Annahme $\tan \alpha = 3/8$ und

$$\max V = \frac{q \cdot \ell}{2} \quad (3.34)$$

folgt somit:

$$T_e = \frac{q \cdot \ell}{16} \cdot \sqrt{73} \quad (3.35)$$

$$C_e = \frac{q \cdot \ell}{16} \cdot \sqrt{89} \quad (3.36)$$

$$C_v = \frac{q \cdot \ell}{2} \quad (3.37)$$

$$l_{Te} = \frac{z}{8} \cdot \sqrt{73} \quad (3.38)$$

$$l_{Ce} = \frac{z}{8} \cdot \sqrt{89} \quad (3.39)$$

$$l_{Cv} = \frac{3}{8} \cdot z \quad (3.40)$$

Näherungsweise wird die genaue Wirkung der Auflast im D_e-Bereich nicht näher betrachtet. Indirekt ist ihre Wirkung im Ansatz der Auflagerkraft zur Berechnung der Strebenkräfte enthalten. Mit den Gln. (3.36), (3.37), (3.38), (3.39) und (3.40) sowie Ansatz der Strebenflächen nach Glg. (3.24) wird die Formänderungsarbeit in den D_e-Bereichen, wiederum unter der Annahme gleicher, linearelastischer Dehnsteifigkeiten im Zustand I, entsprechend Glg. (3.3) zu:

$$\begin{aligned} W_{D_e\text{-Bereiche}} &= 2 \cdot \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \left[\left(\frac{q \cdot \ell}{16} \cdot \sqrt{73} \right)^2 \cdot \frac{z}{8} \cdot \sqrt{73} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{q \cdot \ell}{16} \cdot \sqrt{89} \right)^2 \cdot \frac{z}{8} \cdot \sqrt{89} + \left(\frac{q \cdot \ell}{2} \right)^2 \cdot \frac{3}{8} \cdot z \right] \quad (3.41). \\ &= \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left[\frac{73 \cdot \sqrt{73}}{768} + \frac{89 \cdot \sqrt{89}}{768} + \frac{1}{4} \right] \end{aligned}$$

Im **B-Bereich** liegt auf Grund der Gleichlast ein parabelförmiger Momentenverlauf vor. Die Gurtkräfte aus der Biegung verlaufen somit auch parabelförmig und werden in Feldmitte zu

$$T_{B,\text{Feld}} = C_{B,\text{Feld}} = \frac{q \cdot \ell^2}{8 \cdot z} \quad (3.42).$$

Bei Betrachtung des halben Systems kann auf Grund des parabolischen Verlaufs für die Gurtkräfte T_B und C_B folgende Gleichung eingeführt werden:

$$T_B(x) = C_B(x) = A \cdot x^2 + B \cdot x + C \quad (3.43)$$

und weiter:

$$\frac{dT_B(x)}{dx} = \frac{dC_B(x)}{dx} = 2 \cdot A \cdot x + B \quad (3.44),$$

wobei hier x die Laufvariable ausgehend vom Auflager ist (siehe auch *Bild 3.11*).

Diese Gleichung muss folgende Randbedingungen erfüllen:

$$\frac{dT_B\left(\frac{\ell}{2}\right)}{dx} = \frac{dC_B\left(\frac{\ell}{2}\right)}{dx} = 0 \quad (3.45),$$

$$T_B(0) = C_B(0) = 0 \quad (3.46),$$

und

$$T_B\left(\frac{\ell}{2}\right) = C_B\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{q \cdot \ell^2}{8 \cdot z} \quad (3.47).$$

Aus Glg. (3.45) folgt $B = -A \cdot \ell$ (3.48),

aus Glg. (3.46) $C = 0$ (3.49).

Damit folgt aus Glg. (3.47) $A = -\frac{q}{2 \cdot z}$ (3.50),

und somit aus Glg. (3.48) $B = \frac{q \cdot \ell}{2 \cdot z}$ (3.51).

Glg. (3.43) lautet dann:

$$T_B(x) = C_B(x) = -\frac{q}{2 \cdot z} \cdot x^2 + \frac{q \cdot \ell}{2 \cdot z} \cdot x \quad (3.52).$$

Die Formänderungsarbeit des Biegezug- bzw. des Biegedruckgurts beträgt also, wiederum unter Ansatz der Gurtflächen entsprechend Glg. (3.24):

$$W_{TB} = W_{CB} = 2 \cdot \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \int_z^{\frac{\ell}{2}} \left(-\frac{q}{2 \cdot z} \cdot x^2 + \frac{q \cdot \ell}{2 \cdot z} \cdot x \right)^2 dx \quad (3.53).$$

Daraus wird durch Integration, Umformung und Einarbeitung der Glg. (3.19):

$$W_{TB} = W_{CB} = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left(\frac{n^3}{90} - \frac{2}{15 \cdot n^2} + \frac{1}{3 \cdot n} - \frac{2}{9} \right) \quad (3.54).$$

Für die Berechnung der Formänderungsarbeit aus der Stegbeanspruchung infolge der Momentengradienten wird das Modell der schrägen Zug- und Druckstreben gemäß *Bild 3.11* verwendet. Diese sind direkt von der linear veränderlichen Querkraft abhängig, welche durch die Formel ausgedrückt werden kann:

$$V(x) = \frac{q \cdot \ell}{2} - q \cdot x \quad (3.55).$$

Bei Annahme einer Zug- und Druckstrebenneigung von 45° , d. h., es wird eine gleichmäßige Aufteilung der Querkraft in schräge Zug- und schräge Druckstreben angenommen, und Umrechnung auf „laufende Meter“ mit dem Faktor $1/z$ folgt somit:

$$T_w^*(x) = C_w^*(x) = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot z} \cdot \left(\frac{q \cdot \ell}{2} - q \cdot x \right) = \frac{q \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot z} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \quad (3.56).$$

Die Längen der schrägen Zug- und Druckstreben betragen bei der angenommenen Neigung von 45°

$$\ell_{T_w^*} = \ell_{C_w^*} = \sqrt{2} \cdot z \quad (3.57).$$

Auf diesen Längen ist die Kraft, die auf ihnen Arbeit leistet, konstant. Da die schrägen Zug- bzw. Druckkräfte jedoch auf den „laufenden Meter“ bezogen sind, muss über die Wirkungslänge integriert werden.

Die Wirkungsfläche A_{Steg} der Streben ist bei Ansatz einer Neigung von 45°

$$A_{\text{Steg}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot b_w \quad (3.58).$$

Für die Formänderungsarbeit gilt dann, analog Glg. (3.2),

$$W_{\text{Tw}^*} = W_{\text{Cw}^*} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot b_w \cdot E} \cdot \int_z^{\frac{\ell}{2}} \left[\frac{q \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot z} \cdot \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \right]^2 \cdot \sqrt{2} \cdot z \, dx \quad (3.59).$$

Durch Integration, Umformung und Einarbeitung der Glg. (3.19) wird daraus:

$$W_{\text{Tw}^*} = W_{\text{Cw}^*} = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left(\frac{n}{24} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2 \cdot n} - \frac{1}{3 \cdot n^2} \right) \quad (3.60).$$

Damit ergibt sich für die **Formänderungsarbeit bei Biegetragwirkung** unter der Voraussetzung, dass - im Zustand I - gleiche, linearelastische Dehnsteifigkeiten vorliegen:

$$W_{\text{Biegung}} = W_{D_e\text{-Bereiche}} + W_{\text{TB}} + W_{\text{CB}} + W_{\text{Tw}^*} + W_{\text{Cw}^*} \quad (3.61).$$

Mit den Gln. (3.41), (3.54) und (3.60) erhält man:

$$W_{\text{Biegung}} = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left[\frac{73 \cdot \sqrt{73}}{768} + \frac{89 \cdot \sqrt{89}}{768} + \frac{1}{4} + 2 \cdot \left(\frac{n^3}{90} - \frac{2}{15 \cdot n^2} + \frac{1}{3 \cdot n} - \frac{2}{9} \right) + 2 \cdot \left(\frac{n}{24} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2 \cdot n} - \frac{1}{3 \cdot n^2} \right) \right] \quad (3.62).$$

Durch weiteres Zusammenfassen wird daraus:

$$W_{\text{Biegung}} = \frac{q^2 \cdot \ell^2}{b_w \cdot E} \cdot \left[\frac{73 \cdot \sqrt{73} + 89 \cdot \sqrt{89} - 192}{768} - \frac{4}{9} + \frac{n^3}{45} + \frac{n}{12} + \frac{5}{3 \cdot n} - \frac{14}{15 \cdot n^2} \right] \quad (3.63).$$

Die erforderlichen Formänderungsarbeiten zum Lastabtrag werden nun mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms gegenübergestellt. Dazu werden die erforderlichen Formänderungsarbeiten abhängig von

$$n = \frac{\ell}{z} \quad (3.19)$$

in den *Bildern* 3.12 und 3.13 aufgetragen. Da es nur um einen qualitativen Vergleich der Formänderungsarbeiten geht, wird der bei beiden Termen gleiche Faktor $q^2 \cdot \ell^2 / b_w \cdot E$ vernachlässigt.

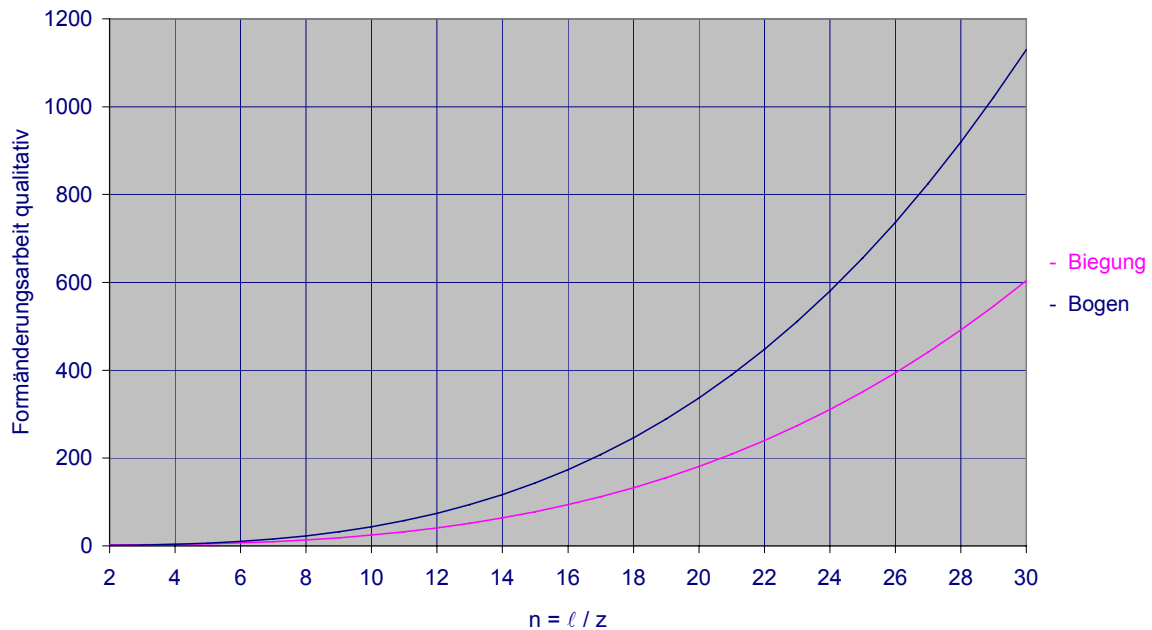


Bild 3.12: Formänderungsarbeiten qualitativ für $n = 2$ bis 30

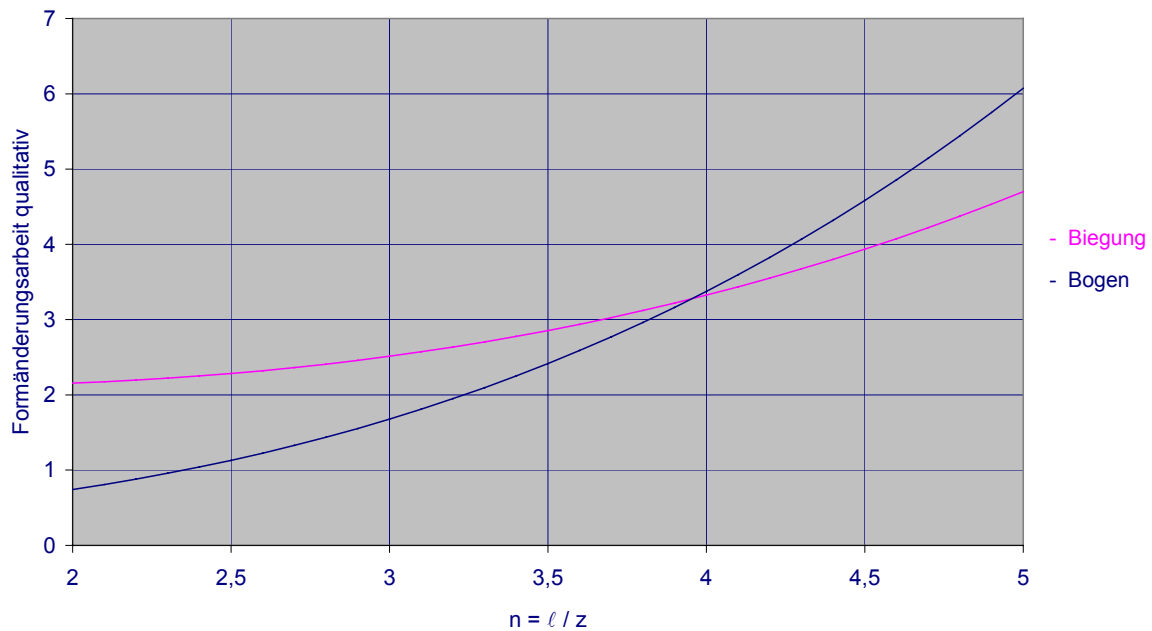


Bild 3.13: Formänderungsarbeiten qualitativ für $n = 2$ bis 5

Wie aus den *Bildern* 3.12 und 3.13 ersichtlich ist, wird die erforderliche Formänderungsarbeit bei Bogentragwirkung ab ca. $n = 4$ größer als die für Biegetragwirkung erforderliche. Im Grenzbereich der größten praktisch vorkommenden Schlankheiten erfordert die Bogentragwirkung bei den zu Grunde liegenden Tragmodellen etwa doppelt soviel Formänderungsarbeit als die Biegetragwirkung, umgekehrt bei $n = 2$.

Im Folgenden wird nun angenommen, dass sich eine Mischform aus beiden Tragmodellen einstellen wird, um ein Minimum an Formänderungsarbeit zu erreichen. Es wird der Faktor β eingeführt, der den Anteil der Last angibt, der über Biegetragwirkung abgetragen wird.

Also:
$$F_{\text{Biegung}} = \beta \cdot F_{\text{Gesamt}} \quad (3.64).$$

Damit ist der über Bogentragwirkung abzutragende Anteil:

$$F_{\text{Bogen}} = (1 - \beta) \cdot F_{\text{Gesamt}} \quad (3.65).$$

Wie bereits oben geschildert, geht die Kraft bei der Berechnung der Formänderungsarbeiten quadratisch ein, vgl. Glg. (3.2) bzw. (3.3), so dass gilt:

$$W = \beta^2 \cdot W_{\text{Biegung}} + (1 - \beta)^2 \cdot W_{\text{Bogen}} \quad (3.66).$$

Das Minimum der Formänderungsarbeit wird erreicht für $dW / d\beta = 0$.

Mit
$$\frac{dW}{d\beta} = 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Biegung}} - 2 \cdot W_{\text{Bogen}} + 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Bogen}} = 0 \quad (3.67)$$

folgt also, dass sich das Minimum der Formänderungsarbeit ergibt für:

$$\beta = \frac{2 \cdot W_{\text{Bogen}}}{2 \cdot W_{\text{Biegung}} + 2 \cdot W_{\text{Bogen}}} = \frac{W_{\text{Bogen}}}{W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Bogen}}} \quad (3.68).$$

Das Ergebnis der Auswertung dieser Formel mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ist in *Bild 3.14* dargestellt. Hier ist der über Bogentragwirkung abzutragende Anteil der Gesamtlast, dies entspricht der Funktion $(1 - \beta)$, für $n = 2$ bis $n = 30$ aufgezeigt.

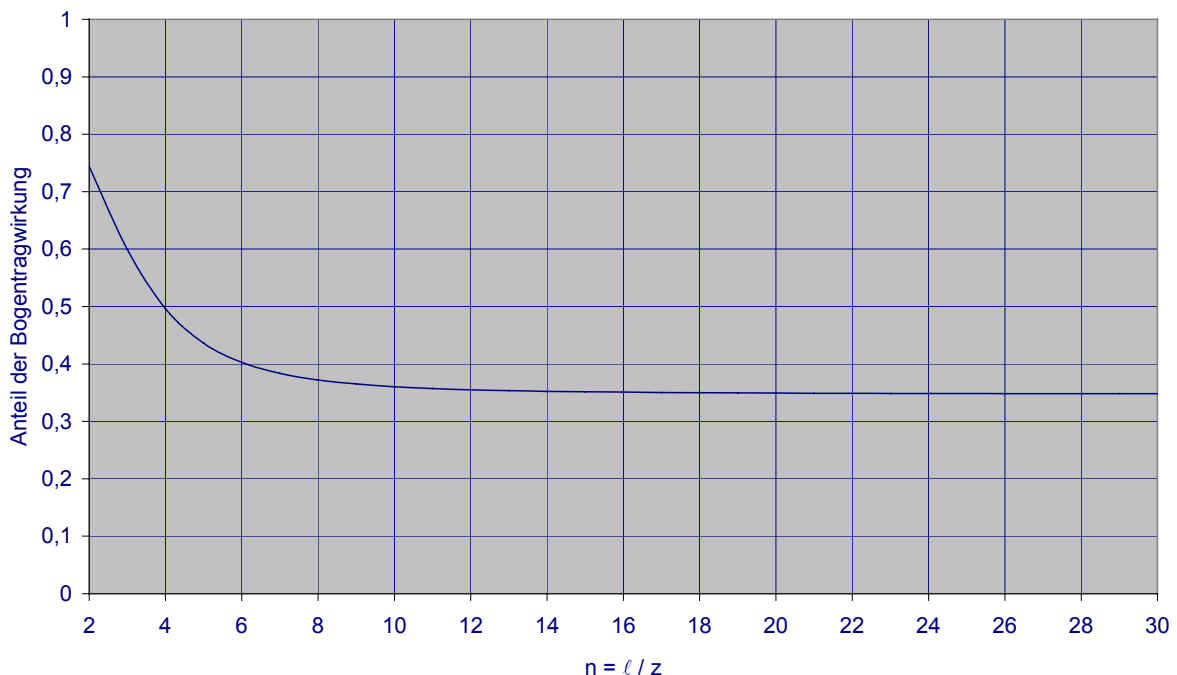


Bild 3.14: Anteil der Bogentragwirkung zum Lastabtrag (Funktion $(1 - \beta)$)

Im *Bild 3.14* zeigt sich, dass der über Bogentragwirkung abgetragene Lastanteil von $n = 2$ bis $n = 12$ von ca. 75 % auf 35 % abfällt. Bei größeren Werten von n stellt sich nach dem hier verwendeten Rechenmodell ein annähernd horizontaler Verlauf bei ca. 0,35 ein, was bedeutet, dass nach dem hier verwendeten Rechenmodell bei Schlankheiten $n = l/z$ größer 12 immer ca. 35 % der Last über Bogentragwirkung abgetragen werden.

Für gedrungene Kragträger unter Gleichlast gelten die bisher abgeleiteten Formeln für die Formänderungsarbeit der Bogentragwirkung analog. Dabei ist an Stelle der Trägerlänge ℓ die Länge des Kragarms mit der Beziehung $\ell_k = \ell / 2$ einzusetzen.

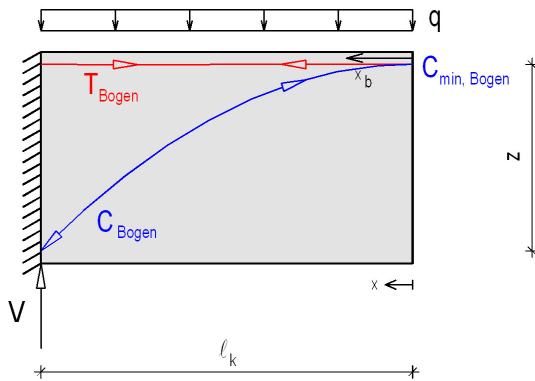


Bild 3.15: Bogentragwirkung mit Zugband beim Kragträger

Das zuvor verwendete Modell für die Biegetragwirkung kann dagegen auf Grund des dort gegebenen D_e -Bereichs nicht so direkt auf Kragssysteme übertragen werden. Auf eine genauere Untersuchung der gedrungenen Kragssysteme unter Gleichlasten wird im vorliegenden Rahmen verzichtet. Es wird sich wohl ein ähnliches Verhältnis der Traganteile einstellen wie bei den gedrungenen Einfeldträgern unter Gleichlasten.

In den *Bildern* 3.16 bis 3.20 sind die Hauptspannungen von Einfeldträgern unter Gleichlast für die Fälle $n = 2$ bis $n = 5$ sowie $n = 10$ dargestellt.

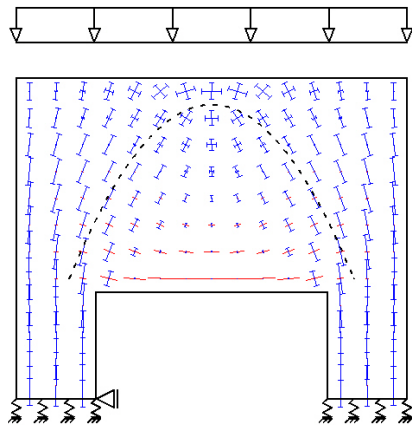


Bild 3.16: Hauptspannungsverteilung unter Gleichlast bei einem Balken mit $n = 2$

In diesen Bildern ist zusätzlich zur Darstellung der Hauptspannungen jeweils mit einer gestrichelten Linie die zugehörige quadratische Parabel abgebildet, die die Achse des Bogens repräsentiert für überlagerte Teiltragsysteme, die aus einem Bogen mit Zugband bestehen.

Man sieht sehr deutlich, dass bei dem System mit $n = 2$ die Drucktrajektorien praktisch vollständig der Parabel folgen. (Entsprechend sind nach [0.1] Balken mit $n \leq 2$ als Scheiben zu bemessen, aber alle mit $n > 2$ als Balken oder Platten mit gleichbleibender Querkrafttragfähigkeit.)

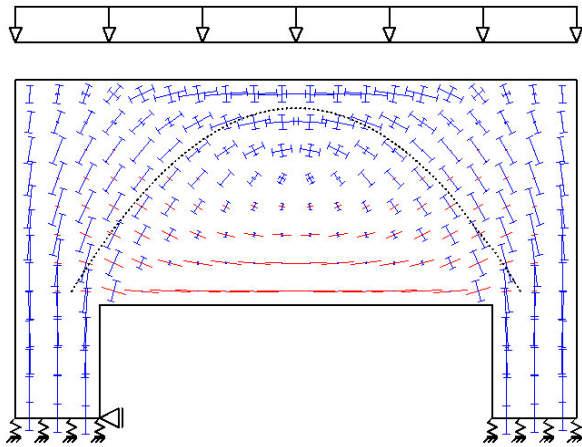


Bild 3.17: Hauptspannungsverteilung unter Gleichlast bei einem Balken mit $n = 3$

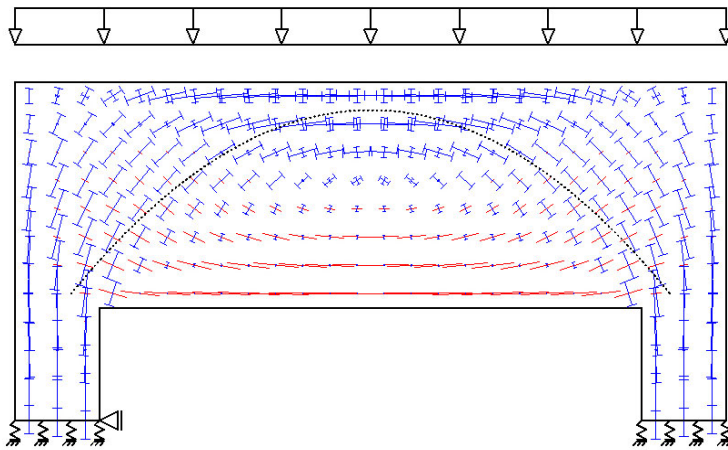


Bild 3.18: Hauptspannungsverteilung unter Gleichlast bei einem Balken mit $n = 4$

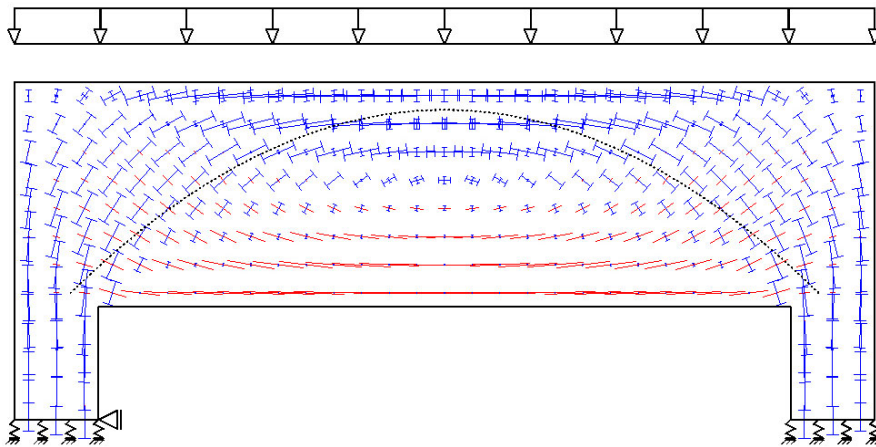


Bild 3.19: Hauptspannungsverteilung unter Gleichlast bei einem Balken mit $n = 5$

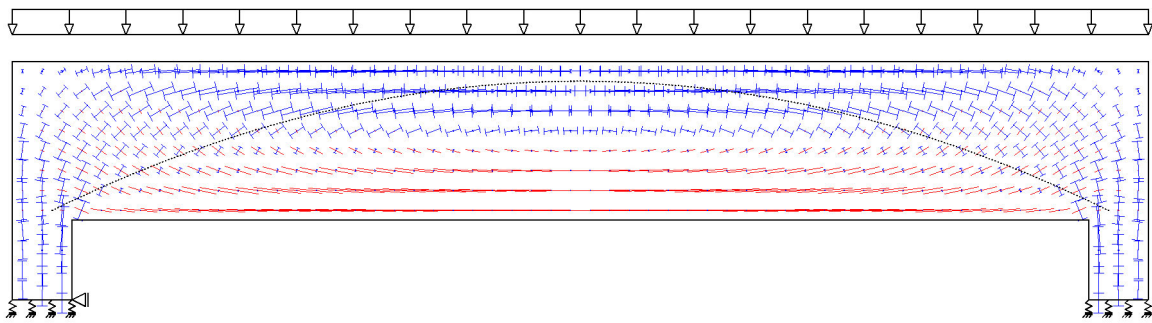


Bild 3.20: Hauptspannungsverteilung unter Gleichlast bei einem Balken mit $n = 10$

Mit zunehmenden Werten von n wird die Übereinstimmung der Drucktrajektorienrichtungen mit dem Bogen auf immer kleiner werdende Bereiche begrenzt. Im gleichen Maße, wie diese Übereinstimmung geringer wird, nimmt die Ausprägung der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen geneigten und gekrümmten Druckstreben des D_e -Bereichs nahe am Auflager zu.

Schließlich ist erwartungsgemäß bei $n = 10$ kaum noch eine Übereinstimmung der Hauptspannungsverteilung mit dem Druckgewölbe erkennbar. Das Teilergebnis nach dem zuvor verwendeten Rechenmodell, nach dem auch bei großen Schlankheiten noch etwa 35 % der Lasten über ein Gewölbe mit Zugband abgetragen werden, erscheint daher nicht ganz plausibel.

Für die Stahlbetontragwerke ist für diese Frage jedoch von ausschlaggebender Bedeutung, ob sich die betrachteten Druckgewölbe überhaupt noch einstellen können, wenn die Zugbandwirkung und die Biegebeanspruchung zu Rissen führt. Dieser Punkt wird im nächsten Kapitel aufgegriffen.

3.4 Innen angreifende Einzellasten

Die zuvor nach den *Bildern* 3.1 bis 3.3 analysierten Zusammenhänge können sowohl für die B-Bereiche als auch für die D_e -Bereiche in gleicher Weise festgestellt werden für frei drehbar gelagerte Einfeldträger, die in der Feldmitte mit einer Einzellast belastet sind. Dies bestätigt das *Bild* 3.21, das bis auf die modifizierten Bereichsbezeichnungen identisch ist mit dem von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] übernommenen *Bild* 2.11.

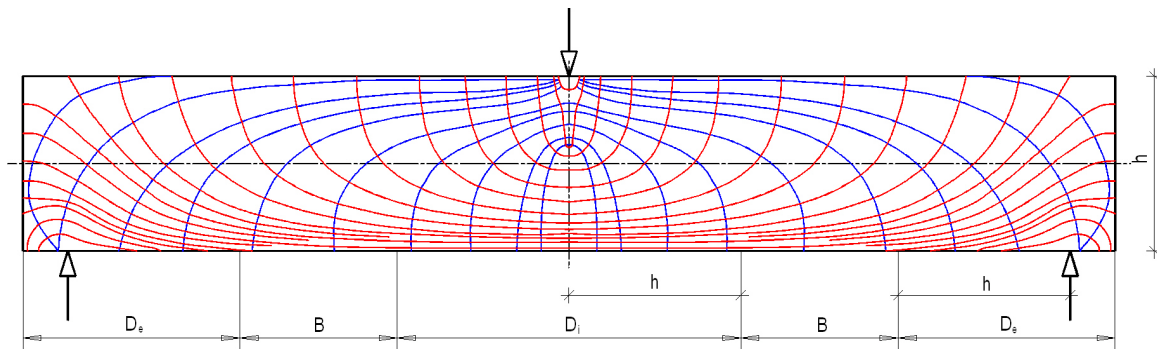


Bild 3.21: Hauptspannungstrajektorien eines Balkens mit Einzellast in Feldmitte

Im Bereich der Einzellast stellt sich jedoch ein weiterer D-Bereich ein, der im Folgenden für alle innen (also nicht am Balkenende) angreifenden Einzellasten - somit auch für innenliegende Auflager - **D_i -Bereich (innenliegender Störbereich)** genannt wird. D_i -Bereiche unterscheiden sich grundsätzlich von D_e -Bereichen dadurch, dass hier ein Spannungszustand nach der Biegetheorie vorhanden ist und sich diesem Zustand die Spannungen in Folge der Kraftereinleitung überlagern. Dies führt dazu, dass in dem Bild die Einzelkomponenten der beiden überlagerten Einflüsse nicht getrennt zu erkennen sind. Es ist jedoch ablesbar, dass die Drucktrajektorien durch die überlagerte Kraftereinleitung gegenüber dem ungestörten B-Bereich stärker geneigt sind und dass die eingeleitete Kraft wohl durch girlandenförmig verlaufende Zugspannungstrajektorien in Richtung des oberen Randes hin zurückgehängt wird.

Um den Einfluss der Kraftereinleitung besser erkennbar zu machen, wird zunächst auch für den im *Bild* 3.21 dargestellten Balken eine FE-Berechnung durchgeführt, s. *Bild* 3.22. Zur wirklichkeitsnahen Gestaltung der Kraftereinleitung wurde die Last etwas verteilt und - im Sinne einer Lagerkonstruktion - auf zusätzlich angeordnete Elemente abgesetzt. Die aus dem *Bild* 3.21 gewonnenen Erkenntnisse werden mit dem Ergebnisausdruck der Hauptspannungen sinngemäß bestätigt.

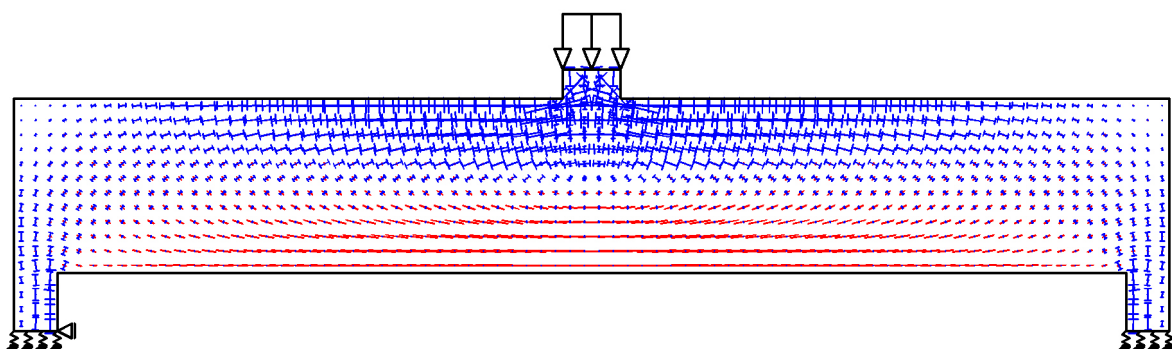


Bild 3.22: Hauptspannungsverteilung eines Balkens mit Einzellast

Um den Einfluss der Krafteinleitung noch besser erkennbar zu gestalten, werden in einem weiteren Rechengang außerhalb des Krafteinleitungsbereichs des Balkens zusätzlich Momente angesetzt, die die Momentenwirkung des Gesamtsystems im Bereich der Krafteinleitung in etwa neutralisieren, s. *Bild 3.23*.

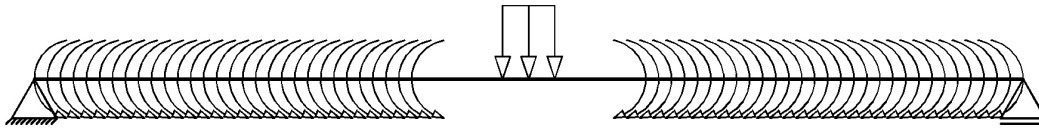


Bild 3.23: Statisches System eines Balkens mit Einzellastblock und zusätzlichen Momenten

Wird diese Lastkombination sinngemäß in die FE-Berechnung für das im *Bild 3.22* dargestellte System übernommen, entsteht der im *Bild 3.24* wiedergegebene Spannungszustand, bei dem die im Lasteinleitungsbereich sonst immer überlagerten Biegespannungen weitestgehend eliminiert sind.

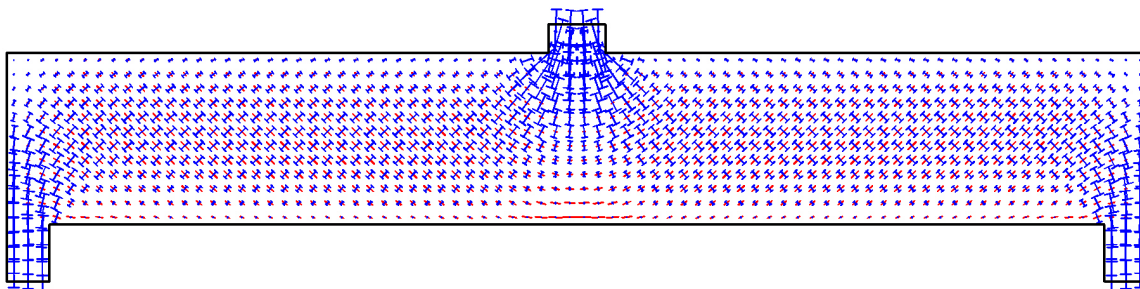


Bild 3.24: Hauptspannungsverteilung eines Balkens mit Einzellast und zusätzlichen Momenten gemäß *Bild 3.23*

Er ist direkt unter der eingeleiteten Last vergleichbar mit den Spannungszuständen, wie sie bei der Einleitung von Einzellasten in Scheiben bekannt sind, vgl. *Bild 3.25*, das von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] stammt. Während jedoch bei den Scheiben die Drucktrajektorien unterhalb des D-Bereiches ein Gleichgewicht finden, ist dies bei den Balken und Platten nicht der Fall; die eingeleitete Last muss zurückgehängt werden.

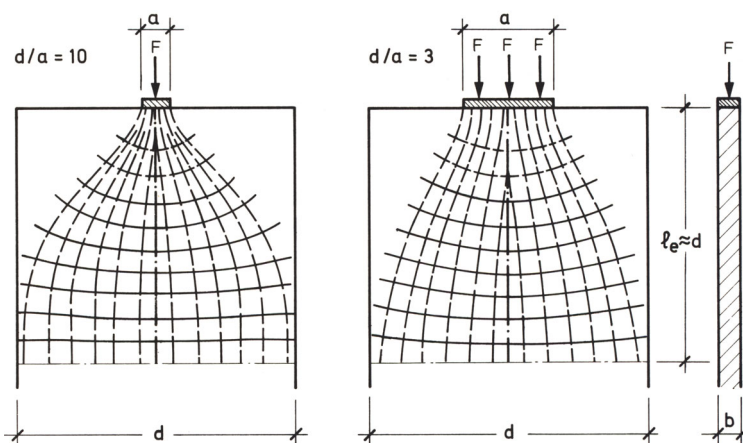


Bild 3.25: Hauptspannungstrajektorien in Scheiben infolge von Einzellasten

Dieser Spannungszustand in Folge der Krafteinleitung in D_i -Bereichen wurde bereits von *Leonhardt* in [3.1] (dort Bilder 28 und 33) ansatzweise beschrieben, jedoch ohne Ableitung entsprechender Bemessungsregeln; es wurde lediglich auf eine geringe, „kritische“ Druckzonenhöhe (im Zustand II) hingewiesen. Seine Betrachtung bezieht sich auf den zweifeldrigen Durchlaufträger HS 2, für den die Versuchsergebnisse in [2.7] vorgestellt wurden. Im folgenden *Bild 3.26* sind die Ausschnittsbilder der Träger HS 1 und HS 2 über den Mittelunterstützungen aus [2.7] wiedergegeben.

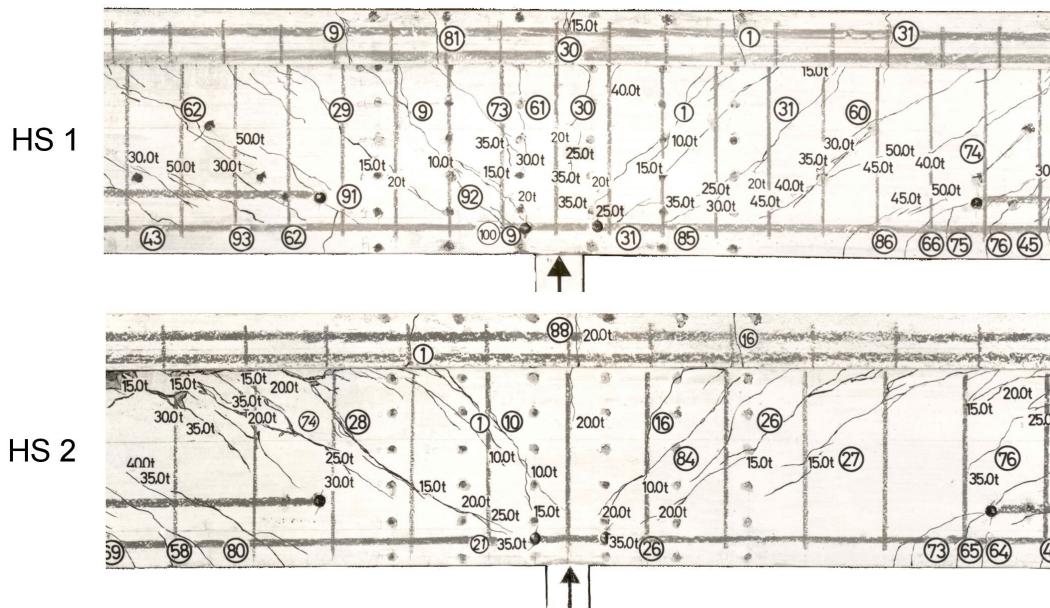


Bild 3.26: Rissbilder der Träger HS 1 und HS 2 aus [2.7] über den Innenauflägern

Die dargestellten Rissbilder bestätigen den fächerförmigen Verlauf der am Auflager eingeleiteten Druckspannungen mit dem zugehörigen Zuggewölbe, wie sie aus dem im *Bild 3.24* wiedergegebenen Berechnungsergebnis abgelesen werden können. Die Risse sind rechtwinklig zu den im Zustand I vorhandenen Hauptzugspannungen entstanden und repräsentieren daher die Richtung der Hauptdruckspannungen. Bei genauerer Betrachtung der Rissbilder kann man feststellen, dass sich direkt über den Auflagern weniger Risse befinden mit geringeren Risstiefen, als dies in den unter ca. 45° zu den Auflagern gerichteten Bereichen der Fall ist. Dies lässt auf konzentrierte Lasteinleitungsbereiche mit unter 45° geneigten Druckstreben schließen.

Der Anteilige, konzentrische Verlauf der Risse belegt, dass die Hauptdruckspannungen zumindest teilweise ihr Gleichgewicht durch Zuggewölbe erhalten, die die eingeleiteten Kräfte zum unteren Rand zurückhängen. Obwohl bei den Trägern HS 1 und HS 2 der jeweilige D_i -Bereich ohne zwischengeschaltete B-Bereiche direkt an die benachbarten D-Bereiche der Momentennullpunkte anschließt, kann man deutlich erkennen, dass sich die D_i -Bereiche jeweils über eine deutlich größere Strecke erstrecken als das allgemein angenommene Maß $l_D \approx d$.

Neben den Trägern HS 1 und HS 2 weisen eine ganze Reihe weiterer, in [2.7] dokumentierter Versuchsbalken durch ihr Rissbild sehr anschaulich den hier qualitativ beschriebenen, in den D_i -Bereichen stets vorhandenen Spannungszustand aus.

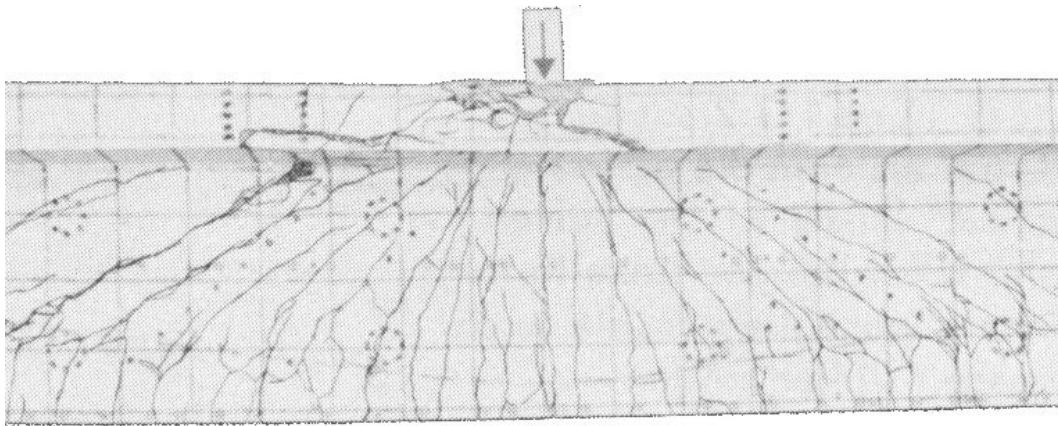


Bild 3.27: Rissbild des vorgespannten Balkens TG 2 aus [3.2] (Ausschnitt)

Noch deutlicher als bei Stahlbetonbalken kann die Kräfteinleitung in den D_i -Bereichen an Spannbetonbalken abgelesen werden. Ein sehr anschauliches Beispiel zeigt das *Bild 3.27*, das ursprünglich in [3.2] veröffentlicht wurde. Die Vorspannung des Balkens bewirkt einen ähnlichen Effekt, wie er mit der Lastkombination gemäß *Bild 3.23* für das im *Bild 3.24* dargestellte Ergebnis erreicht wurde: Die Biegespannungen sind zumindest teilweise eliminiert. Darüber hinaus enthält der Balken TG 2 im Stegbereich eine kreuzweise angeordnete Bewehrung. Dadurch konnten die Hauptzugspannungen nach der Rissbildung einfach von der Bewehrung übernommen werden, ohne dass wesentliche Spannungsumlagerungen stattgefunden hatten.

Diese günstigen Voraussetzungen haben zur Folge, dass das Rissbild des Balkens TG 2 - ebenso wie weitere, ähnliche Versuchsbalken - mit den fächerförmig angeordneten Rissen die Wirkung des anteiligen Zuggewölbes besonders deutlich erkennen lässt. Es ist gut abzulesen, dass hier das Zuggewölbe in Folge des Plattenbalkenquerschnitts über eine größere Höhe ausgedehnt ist als bei Rechteckquerschnitten. Die besondere Ausprägung der Risse mit Neigungswinkeln von etwa 45° sind hier - wohl auf Grund der Vorspannung - nicht so deutlich abzulesen wie bei den Stahlbetonbeispielen.

Das folgende *Bild 3.28* zeigt noch einmal einen Ausschnitt des bereits im *Bild 3.24* dargestellten Rechenergebnisses. Durch den vergrößerten Maßstab ist nun auch hier deutlich zu erkennen, dass die eingeleitete Kraft radial verlaufende Druckspannungen verursacht, die in dem durch die rötlichen Linien begrenzten Bereich durch bogenförmig verlaufende Zugspannungen ein Gleichgewicht finden.

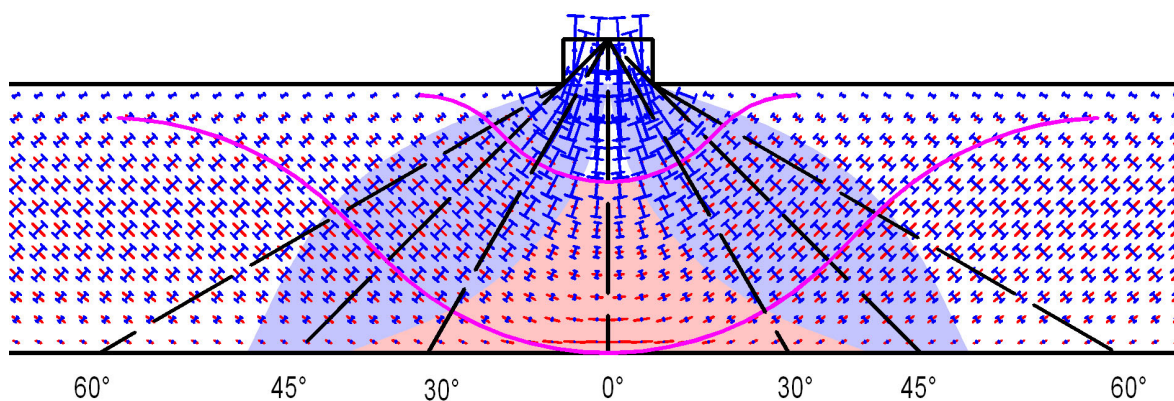


Bild 3.28: Hauptspannungstrajektorien in Folge der Kräfteinleitung im D_i -Bereich

Im oberen Bereich der Lasteinleitung bewirkt die Querkontraktion Querdruckspannungen, die sich in den Bauteilen den hier ausgefilterten Biegedruckspannungen überlagern.

Das *Bild 3.28* lässt durch die Hauptspannungsrichtungen weiterhin gut erkennen, dass das im unteren Trägerbereich entstehende Zuggewölbe offensichtlich ziemlich genau durch die eingetragenen 45°-Linien begrenzt wird. Oberhalb dieser Linien weisen die Zugspannungen keinen weiteren gekrümmten Verlauf auf (gut ablesbar auch aus den in diesem Bereich parallel und nicht mehr konzentrisch verlaufenden Druckspannungen). Erst über den unter 60° geneigten Linien weist der Verlauf der Zugspannungen eine Gegenkrümmung auf; es entstehen abstützende Druckstreben, die die Aufhängung des Zuggewölbes sicherstellen.

Bei genauerer Betrachtung kann man allerdings auch feststellen, dass die Hauptdruckspannungen im mittleren Bereich in Folge des Zuggewölbes zum unteren Rand hin beständig abnehmen. Diese Abnahme ist jedoch in den Bereichen zwischen etwa 30° und 60° nicht in dieser Weise gegeben. Die in diesem Bereich auch größeren Hauptdruckspannungen nehmen sehr viel langsamer ab als im mittleren Bereich. Es bilden sich in dem blau hinterlegten Bereich Druckstreben aus, deren Resultierende etwa unter 45° geneigt sind.

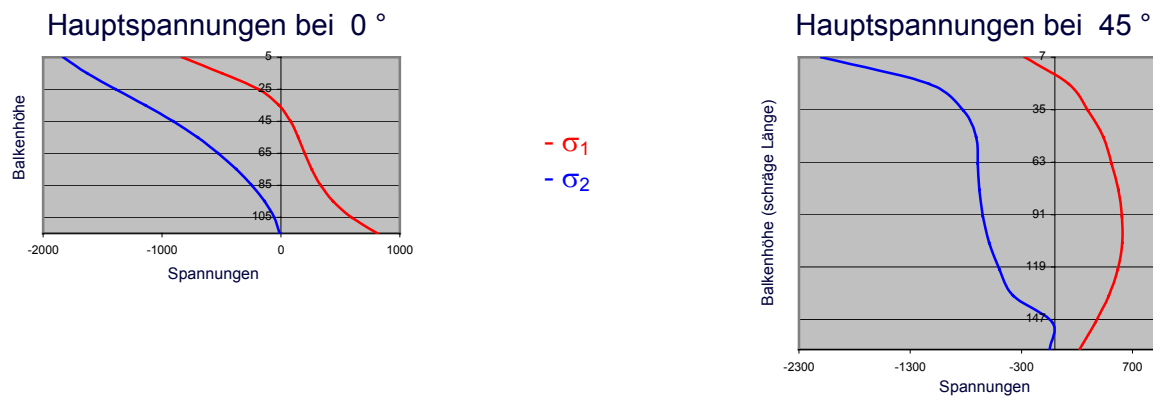


Bild 3.29: Verteilung der Hauptspannung (tangential und radial) in den Schnitten 0° und 45°

Im *Bild 3.29* ist der Verlauf der im *Bild 3.28* dargestellten Hauptspannungen entlang der unter 0° und 45° angeordneten Linien dargestellt. Der rot dargestellte Verlauf der Hauptspannungen σ_1 repräsentiert jeweils im unteren Bereich die Zugspannungen, die näherungsweise gewölbeartig verlaufen. Ihre Verteilung kann nach dem vorliegenden Beispiel im Schnitt unter 0° in guter Näherung linear angenähert werden, was zu einer dreieckförmig verteilten Anordnung führt. Natürlich ist in dem Schnitt unter 45° diese dreieckförmige Verteilung nicht mehr vorhanden, weil sich die Zugspannungen hier nun gegenüber dem Schnitt bei 0° über einen größeren Bereich ausbreiten können.

Es kommt aber auch hinzu, dass im Bereich des Schnittes unter 45° im unteren Trägerbereich zusätzlich die Hauptdruckspannungen zurückgehängt werden müssen, die als breite Druckstreben in den Bereichen zwischen etwa 30° und 60° verlaufen. Auch diese Wirkung ist in den im *Bild 3.29* dargestellten Spannungsverläufen gut abzulesen: Die Druckspannungen nehmen im Bereich von etwa 40 cm unter der Lasteinleitung bis etwa 130 cm nur ganz geringfügig ab.

Diese Druckstreben in den Bereichen zwischen etwa 30° und 60° sind besonders gut erkennbar, wenn aus dem Rechenmodell die Verteilung der Radialspannungen entlang des unteren Kreises des Zuggewölbes aufgetragen werden, wie dies das *Bild 3.30* zeigt. Man sieht auch, dass die Resultierende dieser Spannungen etwa die Richtung von 45° auf-

weist. Die Druckspannungen außerhalb der 60°-Linien sind wohl nicht mehr der direkten Lasteinleitung zuzuschreiben, da sie als Stützkräfte des Zuggewölbes wirken. Im *Bild 3.28* ist auch noch zu erkennen, dass die Druckstreben durch Zugspannungen zurückgehängt werden, die gleichfalls unter 45° geneigt sind.

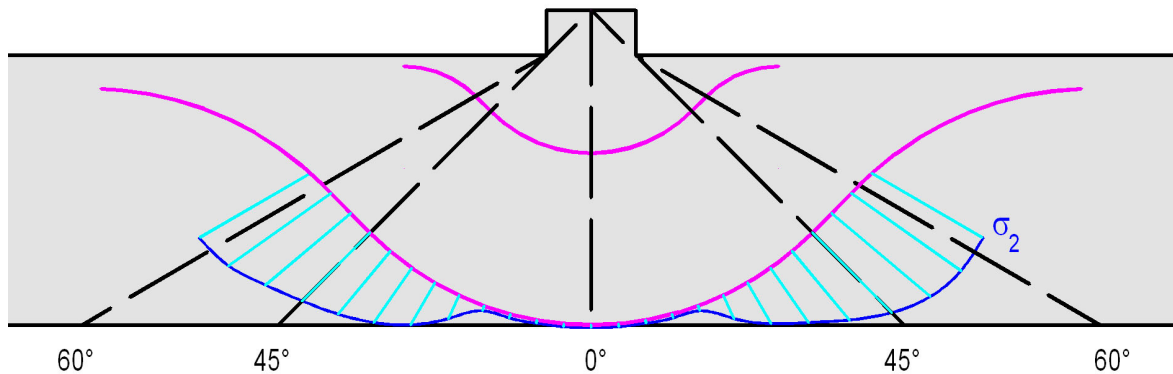


Bild 3.30: Radialspannungen entlang des unteren Randes des Zuggewölbes

Man kann also aus dieser Untersuchung ableiten, dass Einzellasten, die innen auf biegebeanspruchte Rechteckquerschnitte einwirken, durch zwei sich überlagernde Systeme eingeleitet werden. Zum Einen wird ein Zuggewölbe aktiviert, zum Anderen bilden sich unter etwa 45° geneigte Druckstreben aus.

Möchte man nun mit einem einfachen Modell die maximalen Zugspannungen $\max \sigma_{t,D}$, die aus dem Anteil des Zuggewölbes an der Krafteinleitung resultieren, rechnerisch erfassen, so kann man näherungsweise das Zuggewölbe gemäß *Bild 3.31* mit dreieckförmig verteilten Zugspannungen zu Grunde legen. Fasst man die Zugspannungen des Gewölbes zu ihrer Resultierenden R zusammen, so erzeugt diese Umlenkkräfte, deren Vertikalkomponenten für den entsprechenden Anteil der eingeleiteten Last F das Gleichgewicht bilden.

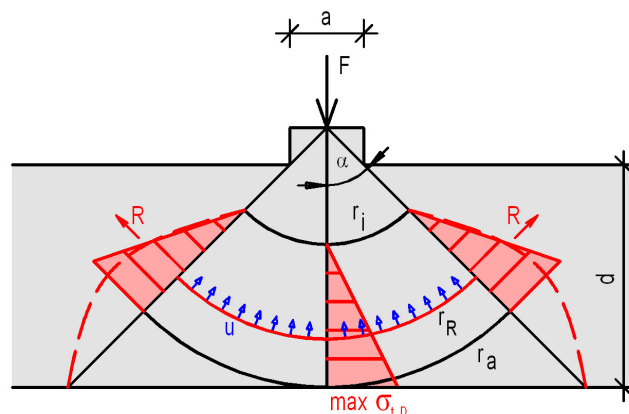


Bild 3.31: Betrachtetes Modell für das anteilige Zuggewölbe der Krafteinleitung

Im Folgenden wird die Größe der Randzugspannung $\max \sigma_{t,D}$ aus diesen Zusammenhängen hergeleitet.

Nach der Kesselformel gilt:

$$R = u \cdot r_R \quad (3.69).$$

Aus dem Zugspannungsverlauf kann R auch wie folgt vereinfacht angenommen werden:

$$R = \frac{1}{2} \cdot \max \sigma_{t,D} \cdot (r_a - r_i) \cdot b \quad (3.70).$$

Für die Radien können aus dem *Bild 3.31* folgende Werte abgeleitet werden:

$$r_a = 1,0 \cdot \left(d + \frac{a}{2} \right) \quad (3.71),$$

$$r_i = 0,45 \cdot \left(d + \frac{a}{2} \right) \quad (3.72)$$

und somit $(r_a - r_i) = 0,55 \cdot \left(d + \frac{a}{2} \right) \quad (3.73).$

Unter der Annahme, dass im Bereich von $-45^\circ < \alpha < +45^\circ$ ein prozentualer Anteil η der Einzellast F vollständig von den Umlenkkräften hochgehängt wird, ergibt sich:

$$\eta \cdot F = \int u_v ds \quad (3.74).$$

Mit $u_v = u \cdot \cos \alpha \quad (3.75)$

und $ds = r_R \cdot d\alpha \quad (3.76)$

ergibt sich $\eta \cdot F = 2 \cdot \int_0^{\pi/4} u \cdot \cos \alpha \cdot r_R d\alpha = 2 \cdot u \cdot r_R \cdot [\sin \alpha]_0^{\pi/4} \quad (3.77)$

und weiter $\eta \cdot F = \sqrt{2} \cdot u \cdot r_R \quad (3.78).$

Setzt man Glg. (3.69) in Glg. (3.78), so ergibt sich:

$$R = \frac{\eta \cdot F}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \eta \cdot F \quad (3.79).$$

Aus Glg. (3.70) und Glg. (3.79) ergibt sich $\max \sigma_{t,D}$ zu:

$$\max \sigma_{t,D} = \frac{\sqrt{2} \cdot \eta \cdot F}{b \cdot (r_a - r_i)} \quad (3.80).$$

Unter Berücksichtigung der Glg. (3.73) kann $\max \sigma_{t,D}$ berechnet werden zu:

$$\max \sigma_{t,D} = 2,57 \cdot \frac{\eta \cdot F}{b \cdot \left(d + \frac{a}{2} \right)} \quad (3.81)$$

Für das oben verwendete Rechenbeispiel sind alle Größen dieser Formel bekannt bis auf η , da ja $\max \sigma_{t,D}$ als Ergebnis der FE-Berechnung zur Verfügung steht. Somit kann η im vorliegenden Fall zu 0,44 bestimmt werden. Dies bedeutet konkret, dass 44 % der eingeleiteten Last über das Zuggewölbe im Gleichgewicht gehalten und die übrigen 56 % über die geneigten Druckstreben eingeleitet werden.

Als einfache Näherung kann man also festhalten, dass die Einzellasten im Zustand I etwa je zur Hälfte über ein Zuggewölbe bzw. über Druckstreben mit der Neigung von 45° eingeleitet werden.

Mit diesem Ergebnis kann in Glg. (3.81) η ersetzt werden und man erhält schließlich für die maximale Zugspannung im Zuggewölbe der Krafteinleitung

$$\max \sigma_{t,D} = 1,13 \cdot \frac{F}{b \cdot \left(d + \frac{a}{2} \right)} \quad (3.82).$$

Im folgenden Bild sind die Spannungsverläufe der Randelemente des im *Bild 3.24* dargestellten Systems aufgezeichnet. Es ist zunächst einmal sehr gut zu erkennen, dass den Biegedruckspannungen im Bereich der Kräfteinleitung in nicht unerheblicher Größe randparallele Druckspannungen aus der Kräfteinleitung überlagert werden. Da aber aus diesen zusätzlichen Druckspannungen keine zusätzlichen Querkzugspannungen entstehen können - die zusätzlichen Druckspannungen selbst sind ja zumindest in Richtung der Balkenhöhe bereits Querkdruckspannungen - muss wohl nicht damit gerechnet werden, dass der Beton in Folge dieser Zusatzspannungen früher versagen könnte als ein Balken mit gleich großen Biegedruckspannungen (ohne zusätzlich überlagerte Druckspannungen der Kräfteinleitung).

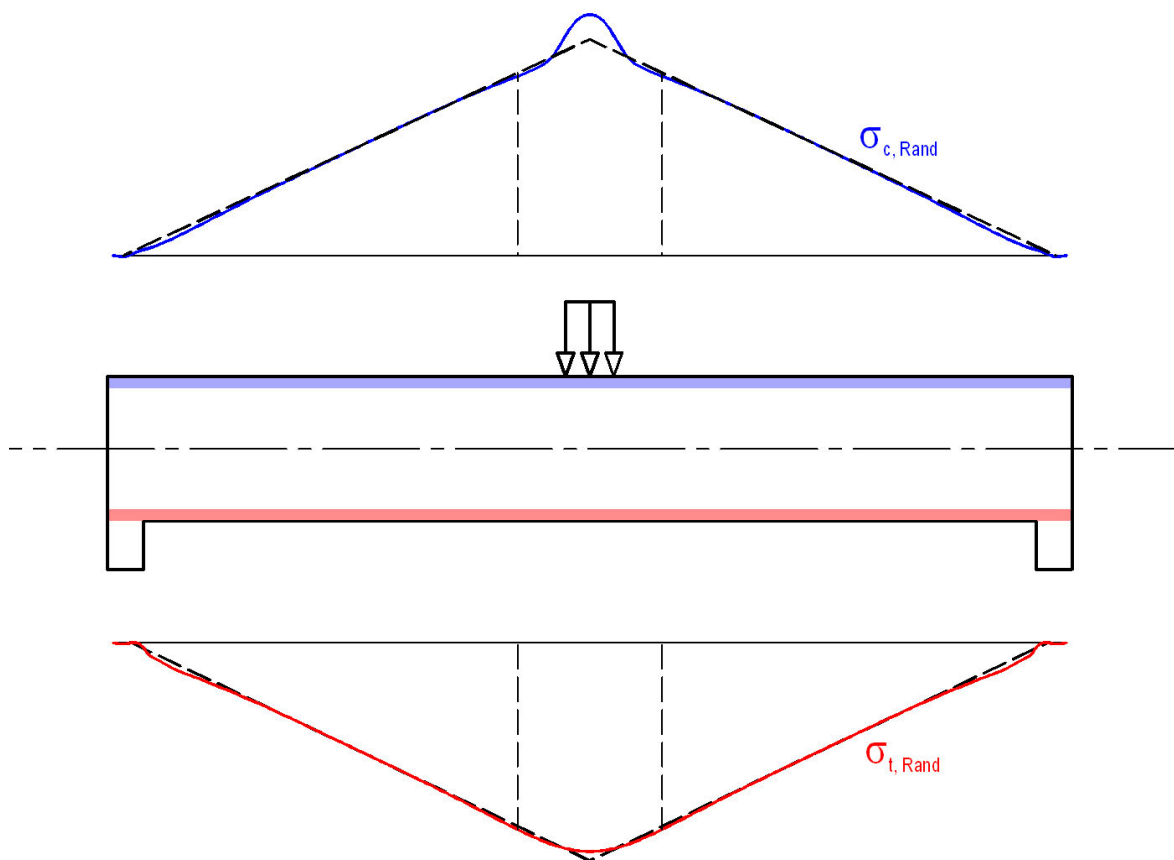


Bild 3.32: Verlauf der Randelementzug- und -druckspannungen bei einem Einfeldträger unter Einzellast

Interessant ist auch der Vergleich der zeichnerisch dargestellten Randzugspannungen mit den Werten, die bislang zu Grunde gelegt werden. Nach der Fachwerkanalogie wird davon ausgegangen, dass im Bereich der Endauflager die Zugspannungen nicht auf Null auslaufen, sondern auf eine Länge von ca. d konstant den bei $x = d$ nach der Biegetheorie vorhandenen Wert aufweisen. Dieser Verlauf wird durch das Berechnungsbeispiel nicht bestätigt, sondern nur geringfügig angedeutet. Somit bestätigt auch dieses Berechnungsbeispiel indirekt, dass der Zuggurt im Bereich von Endauflagern nach oben schwenkt.

Im Bereich der Einzellast weicht der Verlauf der Biegezugspannungen auf den ersten Blick sehr wenig von den üblichen Annahmen für diesen Bereich ab. Die Spannungen weisen

eine Ausrundung etwa auf die Breite der Lasteinleitung auf. Daneben ist zu erkennen, dass die errechneten Zugspannungen im Bereich der Lasteinleitung über die geneigten Druckstreben geringfügig größer ausfallen als nach der Biegetheorie.

Im System des *Bildes* 3.33 wird der Einfluss der **indirekten Lasteinleitung** bzw. Lagerung simuliert, indem unter der Einzellast ein lisenenartig verbreiteter Querschnitt berücksichtigt wird. Sinngemäß werden im Bereich der Auflager über die ganze Balkenhöhe (nachgiebige) Lagerungen vorgegeben.

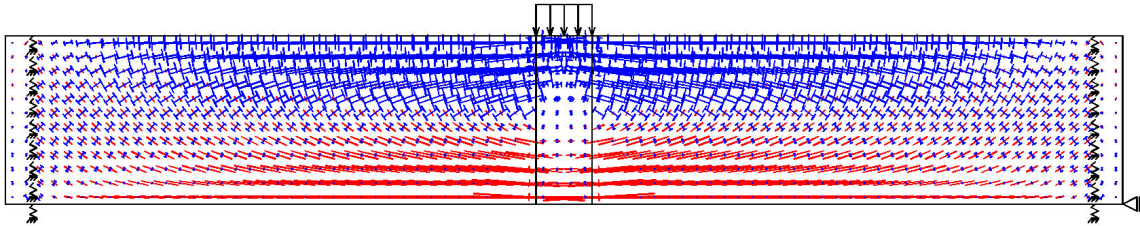


Bild 3.33: Hauptspannungsverteilung eines Balkens bei indirekter Lasteinleitung

Wie bei der direkten Lasteinleitung sind auch hier die Spannungsanteile der Krafteinleitung im mittleren Balkenbereich schlecht zu erkennen, weil sie von großen Biegespannungen überlagert sind. Diesem System wurde deshalb wie zuvor - analog *Bild* 3.24 - zusätzliche Momente überlagert, um den Einfluss der Biegemomente weitestgehend zu eliminieren.

Das *Bild* 3.34 zeigt die Hauptspannungen im Bereich der indirekten Lasteinleitung mit nur geringfügigen, überlagerten Biegespannungen. Es entsteht erwartungsgemäß ein völlig anderer Spannungszustand wie bei der direkten Lasteinleitung, vgl. *Bild* 3.28. Im vorliegenden Fall herrscht auch im unmittelbaren Krafteinleitungsbereich als Hauptspannungsrichtung der Winkel von 45° vor; es treten nur ganz nahe an den Rändern flachere Hauptspannungsrichtungen auf, die allerdings auf kleine, in einem kurzen Bereich im System verbliebene Biegespannungen zurückzuführen sind.

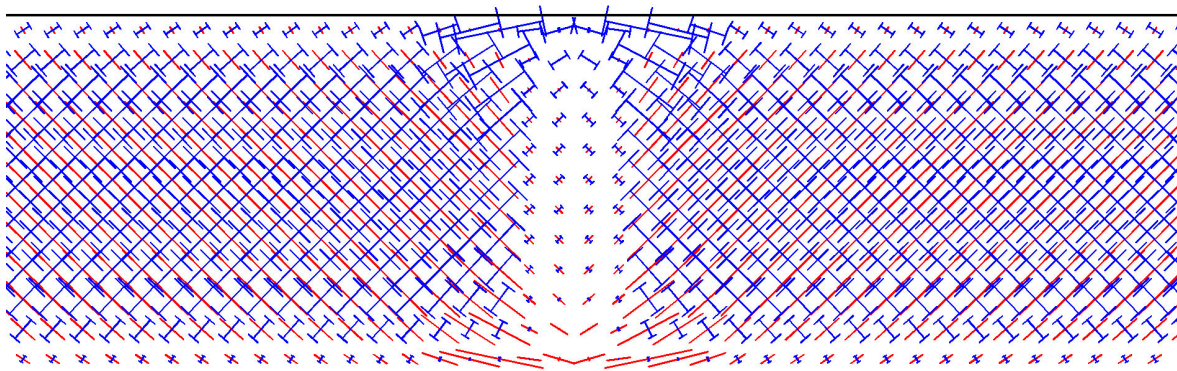


Bild 3.34: Hauptspannungsverteilung im D_i -Bereich eines Balkens bei indirekter Lasteinleitung mit zusätzlichen Momenten

Eine weitere Besonderheit der indirekten Lasteinleitung ist in der Verteilung der Hauptspannungen direkt neben der Lasteinleitung im *Bild* 3.35 zu erkennen. In der oberen Balkenhälfte werden die Lasten praktisch ausschließlich über geneigte Druckspannungen eingelei-

tet, die etwa dreieckförmig mit dem größten Wert am oberen Rand verteilt sind. In der unteren Hälfte werden mit gleichartiger Verteilung geneigte Zugspannungen aktiviert.

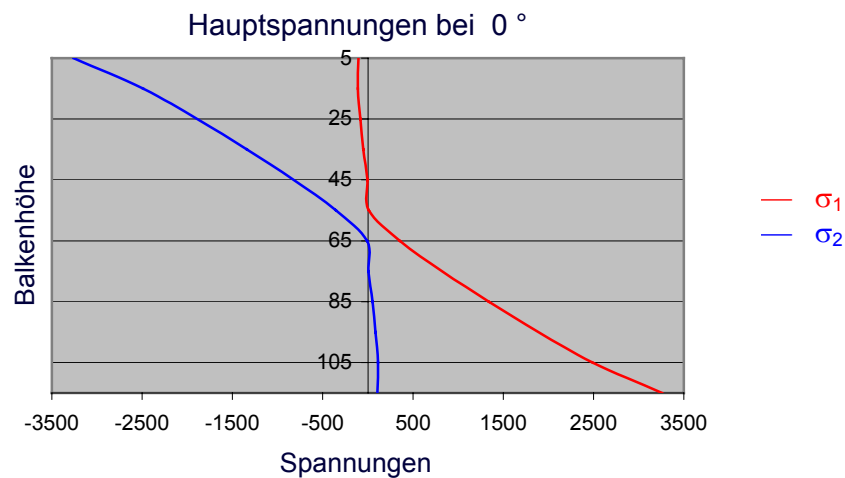


Bild 3.35: Hauptspannungsverteilung bei indirekter Lasteinleitung

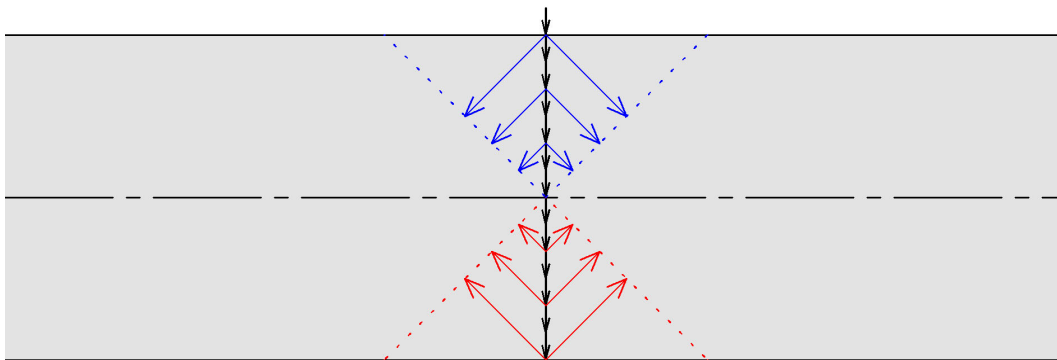


Bild 3.36: Lastabtragung durch Druck- und Zugstreben bei indirekter Lasteinleitung

Die indirekt einwirkenden Lasten werden also mit der im *Bild 3.36* prinzipiell dargestellten Spannungsverteilung in das System eingeleitet. Am unteren Rand entstehen Zugspannungen, die nicht nur anders gerichtet sind, sondern etwa vier Mal so groß sind wie bei direkter Lasteinleitung.

Nachdem den bisherigen Untersuchungen ausschließlich einfeldrige, frei drehbar gelagerte Systeme zu Grunde lagen, werden im Folgenden **Durchlaufträger** simuliert. Dazu wird zunächst das System des *Bildes 3.2* übernommen und in den Auflagerachsen werden mit Hilfe horizontal unverschieblicher Lager Symmetrieachsen eingebaut, vgl. *Bild 3.37*. Das abgebildete FE-Modell entspricht also einem Innenfeld eines mehrfeldrigen Durchlaufträgers.

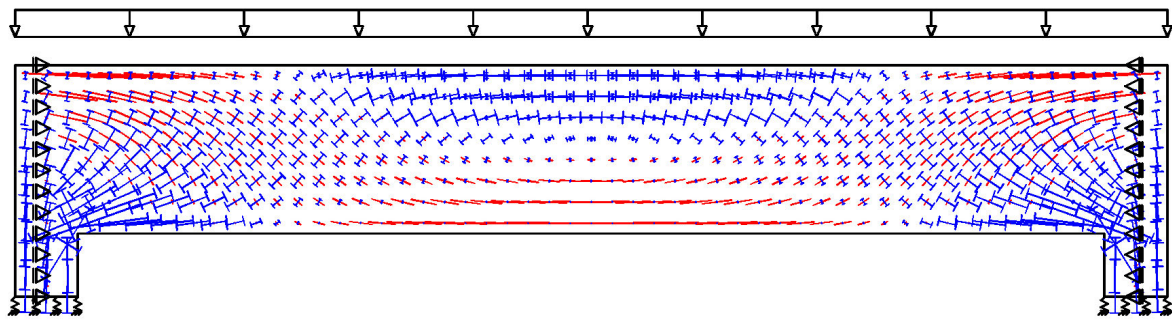


Bild 3.37: Hauptspannungsverteilung eines beidseitig eingespannten Balkenfeldes unter Gleichlast

Durch Vergleich des im *Bild 3.22* dargestellten Spannungszustands im Bereich der dortigen Einzellast mit dem hier gegebenen Auflagerbereich kann bestätigt werden, dass beide Fälle zum gleichen Spannungszustand führen. Dies wird noch deutlicher, wenn - wie im *Bild 3.38* - der Einfluss einer Einzellast in einem durchlaufenden System untersucht wird: Es stellt sich ein absolut antimetrischer Spannungszustand ein; das Bild weist drei gleichartige D_1 -Bereiche auf.

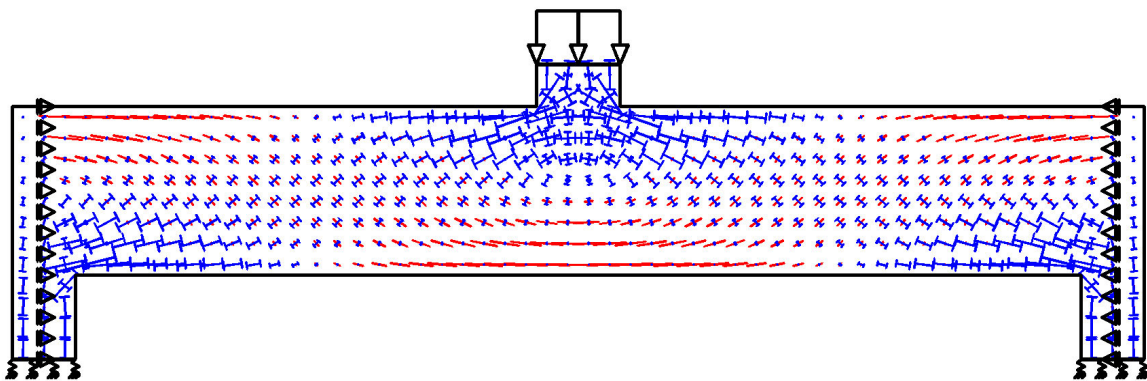


Bild 3.38: Hauptspannungsverteilung eines beidseitig eingespannten Balkenfeldes mit Einzellast

Innenaufleger sind also in ihrer Auswirkung auf den Spannungszustand völlig gleichbedeutend mit den Verhältnissen bei Einzellasten, die eine Belastung darstellen.

3.5 Auflagernahe Lasten

Einer besonderen Würdigung bedürfen noch diejenigen Fälle, bei denen sich die Spannungszustände von D_e - und D_i -Bereichen nicht unabhängig von einander ausbilden, sondern auf Grund der räumlichen Nähe miteinander verknüpft sind - was beispielsweise auch der Fall ist bei dem im *Bild 3.38* dargestellten Spannungszustand. In diesem Fall bildet sich ein großräumiger D-Bereich aus, in dem der gesamte Spannungszustand zwischen der Lasteinleitungsstelle und dem Auflager von der Biegetheorie abweicht. Es können sich Sprengwerke bilden (vgl. *Bild 3.39*), die als solche in den Stegbereichen Druckstreben erzeugen und daher auf den ersten Blick für Beton teilweise erheblich günstigere Beanspruchungen ergeben können als Spannungszustände nach der Biegetheorie.

Um den besonderen Charakter solcher interaktiven Bereiche zu unterstreichen, werden sie im Folgenden **$D_{e,i}$ -Bereiche** genannt. Diese D-Bereiche können erheblich größere Ausdehnungen erreichen als den bisher für D-Bereiche allgemein angenommenen Wert von $l_D \approx d$.

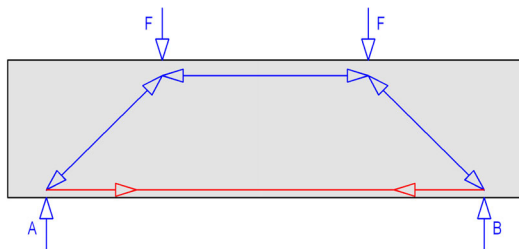


Bild 3.39: Sprengwerk

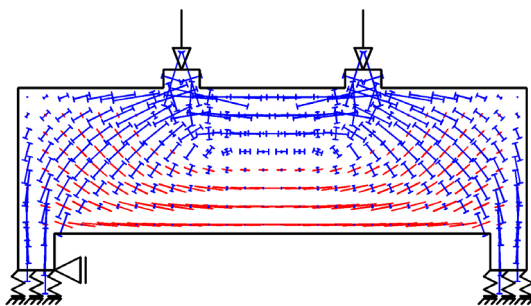


Bild 3.40: FE-Berechnung des Systems von *Bild 3.39*

Führt man nun für ein solches System, wie es im *Bild 3.39* dargestellt ist, eine Berechnung mit der Finite-Elemente-Methode durch, so sieht man am Ergebnis (*Bild 3.40*), dass sich in Wirklichkeit gar nicht die sprengwerkstypischen direkten Druckstreben von den Kraftereinleitungspunkten zu den Auflagern einstellen. Die Druckstreben sind zwar deutlich ausgeprägt, verlaufen aber nicht geradlinig, sondern gekrümmt. Die aus dieser Krümmung resultierenden Umlenkkräfte erzeugen ein gleichfalls sehr deutlich ausgeprägtes Zuggewölbe, das zwischen den beiden eingeleiteten Lasten ein randparalleles Verbindungsstück aufweist. Die nahe liegende Annahme, dass sich bei auflagernahen Einzellasten direkte Druckstreben ausbilden und im Stegbereich nur - für den Beton günstige - Druckspannungen entstehen, wird dadurch widerlegt. Die Krümmung der Druckstreben belegt, dass die Zugspannungen nicht nur in Folge der Querkontraktion entstehen.

Es muss daher auch bei auflagernahen Lasten damit gerechnet werden, dass der Beton im Stegbereich versagt, weil die Zugspannungen des Zustands I die Betonzugfestigkeit erreichen. Natürlich weicht die Größe dieser Zugspannungen im vorliegenden Fall - bei gleicher Querkraft - ab von denjenigen in Biegebereichen oder auch in D_e -Bereichen. Aus Versuchen ist allgemein bekannt, dass bei auflagernahen Einzellasten größere Bruchlasten erreicht werden als in anderen Fällen.

Dieses Phänomen wird in der Literatur beschrieben unter dem Begriff der „auflagernahen Last“ und wird auch in den einschlägigen Stahlbetonnormen berücksichtigt. So darf in Deutschland nach der aktuellen DIN 1045-1 [0.1] der Anteil der Querkraft einer im Abstand $a \leq 2,5 \cdot d$ vom Auflagerrand wirkenden Einzellast bei direkter Auflagerung für Nachweise der Zugbeanspruchung des Steges im Verhältnis $a / (2,5 \cdot d)$ abgemindert werden.

Daraus könnte zunächst gefolgert werden, dass eine Wechselwirkung von D_e - und D_i -Bereichen nur zu erwarten ist, wenn die Einzellast höchstens $2,5 \cdot d$ vom Auflagerrand entfernt eingeleitet wird. Dies trifft jedoch bei Weitem nicht zu. Diese Feststellung stellt je-

doch keinen Widerspruch zur Regelung der DIN 1045-1 dar, da diese ja nur einen Bemessungsbonus anbietet, dessen geometrische Grundlage auf der sicheren Seite liegend begrenzt wurde. Die Regel ist in dieser Form für die Anwendung in der Praxis somit sicher sinnvoll, so lange die Zusammenhänge nicht weiter gehend erforscht sind.

Eine besondere Bedeutung erhält das Phänomen allerdings durch den Umstand, dass sich in zahlreichen Versuchen die Spannungszustände der D_e - und D_i -Bereiche gegenseitig beeinflussen, dies jedoch bei den Versuchsauswertungen bislang nicht berücksichtigt wurde. Die im *Bild 3.41* für einen Balken mit Einzellasten bei $a = 3 \cdot z$ dargestellte Hauptspannungsverteilung weicht zwischen Auflager und Einzellast sehr deutlich ab vom Auflagerbereich des im *Bild 3.22* dargestellten Trägers mit gleichen Abmessungen und einer Einzellast in Feldmitte. (*Anmerkung:* Bei dem im *Bild 3.41* dargestellten System wurden auf der rechten Seite horizontal starre, vertikal verschiebliche Lager eingeführt, um eine Symmetrieachse, also die Feldmitte eines symmetrischen Systems, zu simulieren.) Es sei noch darauf hingewiesen, dass auch bei der im *Bild 3.41* vorgegebenen Laststellung wiederum das Zuggewölbe der Kraffteinleitung sehr deutlich zu erkennen ist.

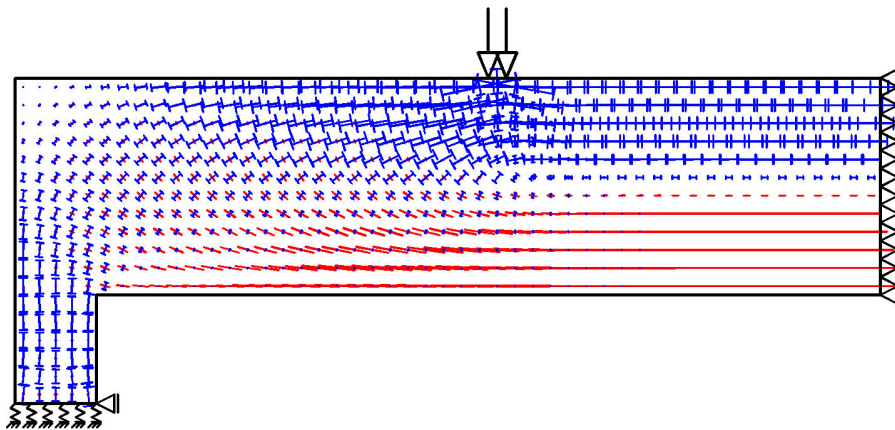


Bild 3.41: Hauptspannungsverteilung eines halben Balkens mit Einzellasten bei $x = 3 \cdot h$

Wenn entsprechende Versuchsergebnisse als allgemein gültig auch auf B-Bereiche bezogen werden, so können derartige Interpretationen erheblich vom tatsächlichen Tragverhalten abweichen. In solchen Fällen würden Lasten oder Lastanteile, die direkt über Druckstreben in die Auflager geleitet werden, möglicherweise als überhöhtes Tragvermögen der Stege im Biegebereich fehlinterpretiert.

Aus der Literatur ist schon seit Langem bekannt, dass die gegenseitige Beeinflussung der D_e - und D_i -Bereiche wesentlich weiter reicht als bis zu einem Abstand der Kräfte von $2,5 \cdot d$. Besonders anschaulich wurde dieser Zusammenhang von *Kani* mit dem von ihm kreierten „Schubbruchtal“ [3.3] dargestellt, das u. a. *Leonhardt* in [3.1] in die deutsche Fachliteratur einführte.

Im Weiteren wird nun mit Hilfe von vereinfachten Tragwerksmodellen untersucht, zu welchen Anteilen die Lasten über Biegung bzw. Sprengwerkswirkung abgetragen werden. Hierzu werden die erforderlichen Formänderungsarbeiten der jeweiligen Tragwirkungen abhängig vom Abstand a der Einzellast zum Auflager gegenübergestellt. Unter Annahme einer symmetrischen Belastung genügt dabei die Betrachtung des Bereichs vom Auflager bis zur Einzellast, da die Formänderungsarbeit zwischen den Einzellasten bei beiden Tragsystemen gleich groß ist.

Bei einem **Sprengwerk** stellt sich der Kräfteverlauf modellhaft entsprechend *Bild 3.42* ein, wobei näherungsweise die Spannungen aus der Kräfteinleitung vernachlässigt werden.

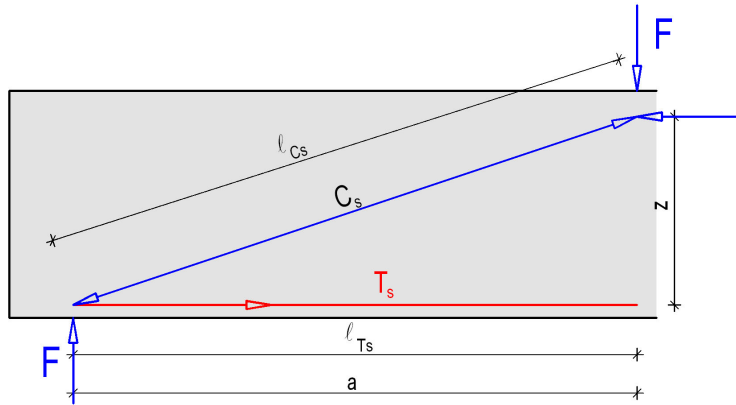


Bild 3.42: Kräfte und Geometrie des verwendeten Sprengwerks

Aus dieser Geometrie ergibt sich für die Kräfte mit

$$m = \frac{a}{z} \quad (3.83)$$

$$C_s = F \cdot \sqrt{m^2 + 1} \quad (3.84)$$

und $T_s = F \cdot m \quad (3.85)$.

Für die Wirkungslängen dieser Kräfte gilt:

$$l_{C_s} = z \cdot \sqrt{m^2 + 1} \quad (3.86)$$

und $l_{T_s} = z \cdot m \quad (3.87)$.

Auf Grund des konstanten Verlaufs der Kräfte folgt unter der Annahme, dass die beiden Streben gleiche Querschnitte und - im Zustand I - gleiche, linearelastische Dehnsteifigkeiten aufweisen, für die **Formänderungsarbeit bei Sprengwerkswirkung** analog Glg. (3.3):

$$W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot (C_s^2 \cdot l_{C_s} + T_s^2 \cdot l_{T_s}) \quad (3.88)$$

Bei Ansatz der Strebenfläche nach Glg. (3.24) und Einsetzen der Gln. (3.84), (3.85), (3.86) und (3.87) in Glg. (3.88) ergibt sich:

$$W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \left[F^2 \cdot (m^2 + 1) \cdot z \cdot \sqrt{m^2 + 1} + F^2 \cdot m^2 \cdot z \cdot m \right] \quad (3.89)$$

und damit $W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \left[(m^2 + 1) \cdot \sqrt{m^2 + 1} + m^3 \right] \quad (3.90)$.

Für die **Biegetragwirkung** wird ein Kräfteverlauf entsprechend *Bild 3.43* angenommen.

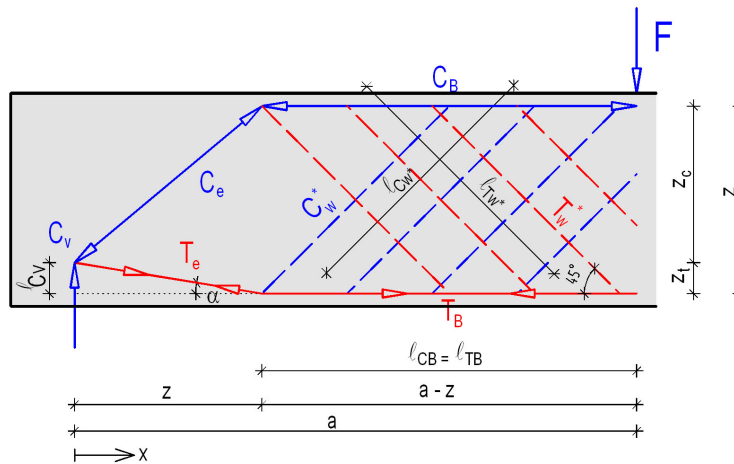


Bild 3.43: Modell für die Biegetragwirkung

Die Formänderungsarbeit im D_e -Bereich wird, wiederum unter der Annahme, dass die Streben gleiche Querschnitte und - im Zustand I - gleiche, linearelastische Dehnsteifigkeiten aufweisen, mit Glg. (3.24) analog Glg. (3.16) zu:

$$W_{D_e\text{-Bereich}} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \left[(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + (2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} + \tan \alpha \right] \quad (3.91).$$

Im Biegebereich nehmen die Biegezugkraft T_B und die Biegedruckkraft C_B entsprechend dem Momentenverlauf linear zu. Sie können über die Formel

$$C_B(x) = T_B(x) = \frac{M(x)}{z} = \frac{F}{z} \cdot x \quad (3.92)$$

ausgedrückt werden. Mit der oben angegebenen Annahme gleicher Dehnsteifigkeiten und gleicher Querschnittsfläche nach Glg. (3.24) wird ihre Formänderungsarbeit zu:

$$\begin{aligned} W_{CB} = W_{TB} &= \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot \int_z^a C_B(x)^2 dx \\ &= \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot z \cdot E} \cdot \int_z^a \left(\frac{F}{z} \cdot x \right)^2 dx \\ &= \frac{4}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{F^2}{3 \cdot z^3} \cdot (a^3 - z^3) \end{aligned} \quad (3.93).$$

Mit Glg. (3.83) folgt somit:

$$W_{CB} = W_{TB} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{1}{3} \cdot (m^3 - 1) \quad (3.94).$$

Der Steg wird, wie oben schon beschrieben, im Biegebereich in Folge des veränderlichen Momentenverlaufs von schrägen Zug- bzw. Druckstreben T_w bzw. C_w beansprucht. Bei Ansatz einer Strebenneigung von 45° und Umrechnung auf „laufende Meter“ mit dem Faktor $1/z$ ergeben sich die konstanten Kräfte:

$$C_w^* = T_w^* = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot F \cdot \frac{1}{z} \quad (3.95).$$

Ihre Länge beträgt, analog zur Glg. (3.57):

$$\ell_{Cw^*} = \ell_{Tw^*} = \sqrt{2} \cdot z$$

Analog Glg. (3.3) folgt also für die Formänderungsarbeit pro Meter

$$W_{Cw^*}^* = W_{Tw^*}^* = \frac{1}{2 \cdot A_{\text{Steg}} \cdot E} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{F}{z} \right)^2 \cdot \sqrt{2} \cdot z \quad (3.96).$$

Bei Ansatz der Wirkungsfläche A_{Steg} der Streben nach Glg. (3.58) beträgt die Gesamtarbeit der Zug- bzw. Druckstreben im Wirkungsbereich (a - z) somit:

$$W_{Cw^*} = W_{Tw^*} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{F^2}{z} \cdot (a - z) \quad (3.97).$$

Daraus wird mit Glg. (3.83):

$$W_{Cw^*} = W_{Tw^*} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{3}{8} \cdot (m - 1) \quad (3.98).$$

Für die gesamte **Formänderungsarbeit bei Biegetragwirkung** ergibt sich also:

$$W_{\text{Biegung}} = W_{D_e\text{-Bereich}} + W_{CB} + W_{TB} + W_{Cw^*} + W_{Tw^*} \quad (3.99).$$

Durch Einsetzen der Gln. (3.91), (3.94) und (3.98) erhält man:

$$W_{\text{Biegung}} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \left[(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + (2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} + \tan \alpha + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (m^3 - 1) + 2 \cdot \frac{3}{8} \cdot (m - 1) \right] \quad (3.100).$$

Da sich, um ein Minimum an Formänderungsarbeit zu erreichen, eine Mischform der beiden Tragwirkungen einstellen wird, wird im Weiteren der prozentuale Anteil der jeweiligen Tragwirkung gesucht. Dazu wird wiederum angenommen, dass der über Biegung abzutragende Anteil der Gesamtlast

$$F_{\text{Biegung}} = \beta \cdot F_{\text{Gesamt}} \quad (3.101)$$

ist. Damit wird der über Sprengwerkswirkung abzutragende Anteil zu:

$$F_{\text{Sprengwerk}} = (1 - \beta) \cdot F_{\text{Gesamt}} \quad (3.102).$$

Da die Kräfte bei der Berechnung der Formänderungsarbeit auch hier quadratisch eingehen, vergleiche Glg. (3.90) und (3.100), gilt für die Gesamtarbeit:

$$W = \beta^2 \cdot W_{\text{Biegung}} + (1 - \beta)^2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}} \quad (3.103).$$

Das Minimum der Formänderungsarbeit wird, wie bereits im *Abschnitt 3.3* beschrieben, für $dW / d\beta = 0$ erreicht. Wiederum gilt:

$$\frac{dW}{d\beta} = 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Biegung}} - 2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}} + 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Sprengwerk}} = 0 \quad (3.104)$$

und somit:

$$\beta = \frac{2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}}}{2 \cdot W_{\text{Biegung}} + 2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}}} = \frac{W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Sprengwerk}}} \quad (3.105).$$

Durch die hier getroffenen mathematischen Ansätze würde sich für einen Abstand der Einzellast von $a = z$ noch Biegetragwirkung einstellen. Aus verschiedenen Versuchen und Bruchbildern in der Literatur muss man jedoch schließen, dass auflagernahe Lasten bis zu diesem Abstand ausschließlich über Sprengwerkswirkung abgetragen werden. Diese Erkenntnis lässt sich dadurch erklären, dass sich bei diesen geringen Abständen der Last die schrägen Zugspannungen aus der Zugzone nicht ausbilden können, die zur Umlenkung der Biegedruckkraft C_B zum Auflager hin erforderlichen wären (siehe auch *Bild 3.44*).

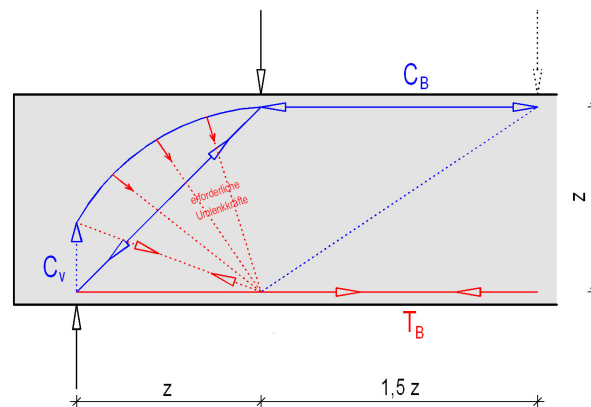


Bild 3.44: Kräfteverläufe bei auflagernahen Einzellasten

Von $a = z$ bis ca. $a = 2,5 \cdot z$ wird sich also ein Übergangsbereich vom sprengwerkartigen Tragsystem hin zum gemischten Tragsystem einstellen. Deshalb wird die Sprengwerksarbeit mit einem Anpassungsfaktor k behaftet. Dieser Faktor muss folgende Bedingungen erfüllen:

$$\begin{aligned} \beta(z) = 0 & \Rightarrow k(z) = 0 \\ \beta(2,5 \cdot z) = \beta & \Rightarrow k(2,5 \cdot z) = 1 \end{aligned} \quad (3.106).$$

Da in der Funktion für die Arbeit β quadratisch vorkommt, wird für k die Funktion

$$k = A \cdot \sqrt{m} + B \quad (3.107)$$

mit m nach Glg. (3.83) gewählt. Aus Glg (3.106) folgt dann:

$$\begin{aligned} k(m=1) = 0 & \Rightarrow B = -A \\ k(m=2,5) = 1 & \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1} \end{aligned} \quad (3.108)$$

und somit

$$k(m) = \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1} \cdot \sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1} \quad (3.109).$$

Für die Funktion für β folgt also:

$$\beta(m) = \begin{cases} \frac{k \cdot W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + k \cdot W_{\text{Sprengwerk}}} & \text{für } 1 \leq m \leq 2,5 \\ \frac{W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Sprengwerk}}} & \text{für } m \geq 2,5 \end{cases} \quad (3.110).$$

Die somit zu ermittelnden anteiligen Tragmechanismen wurden für $m = 1$ bis $m = 7$ mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermittelt. Im *Bild 3.45* ist der Anteil der Sprengwerkswirkung, d. h. die Funktion $(1 - \beta)$, mit und ohne Anpassungsfaktor k graphisch dargestellt. Zur Vervollständigung sind im *Bild 3.46* auch noch die erforderlichen Formänderungsarbeiten bei Biegetrag- und Sprengwerkswirkung, mit Anpassungsfaktor k , aufgezeigt.

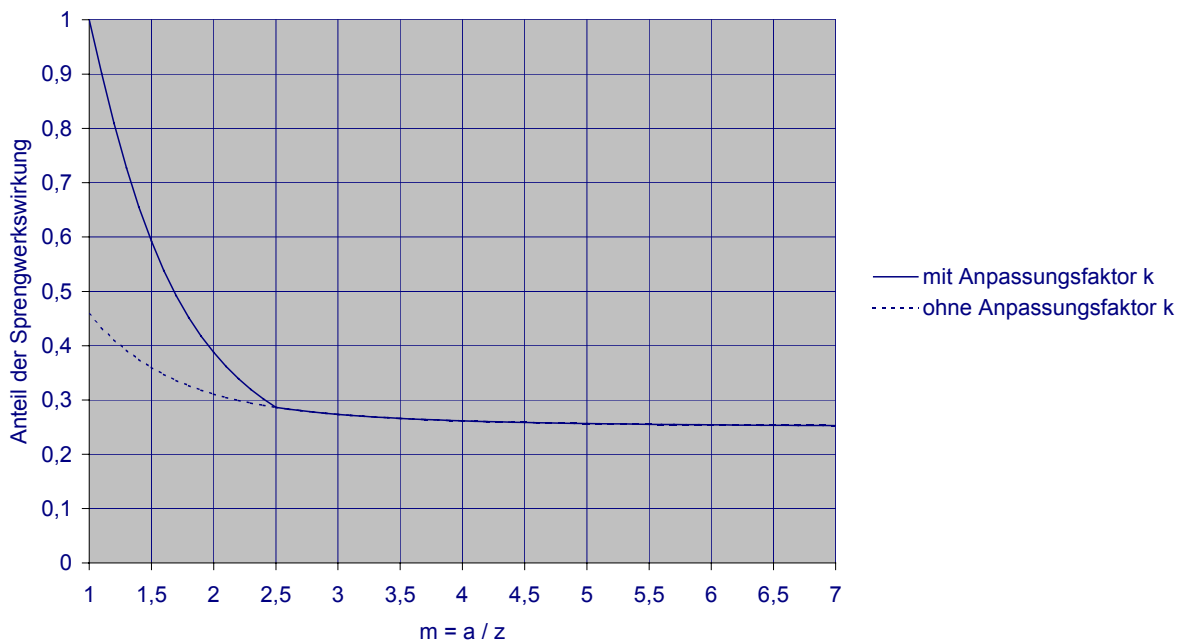


Bild 3.45: Anteil der Sprengwerkswirkung zum Lastabtrag in D_{e-i} -Bereichen (Funktion $(1 - \beta)$)

Aus *Bild 3.45* geht hervor, dass der Anteil der Sprengwerkswirkung am Lastabtrag bis ca. $m = 2,5$ stark abnimmt - mit bedingt durch die Einführung des Anpassungsfaktors k . Der Knick bei $m = 2,5$ kommt aus dessen Einführung und ist mathematisch bedingt. Bei größer werdendem m nähert sich die Funktion - etwa bei $m = 7$ - dem Wert 0,25 an, was bedeutet, dass hier immer noch ein Viertel der Last über Sprengwerkswirkung abgetragen wird. Im *Bild 3.46* sieht man gut, dass die erforderliche Formänderungsarbeit bei Sprengwerkswirkung bei wachsendem m bedeutend schneller ansteigt als die bei Biegetragwirkung, was bestätigt, dass bei größeren Abständen der Einzellast vom Auflager auch ein größerer Anteil über Biegung abgetragen wird.

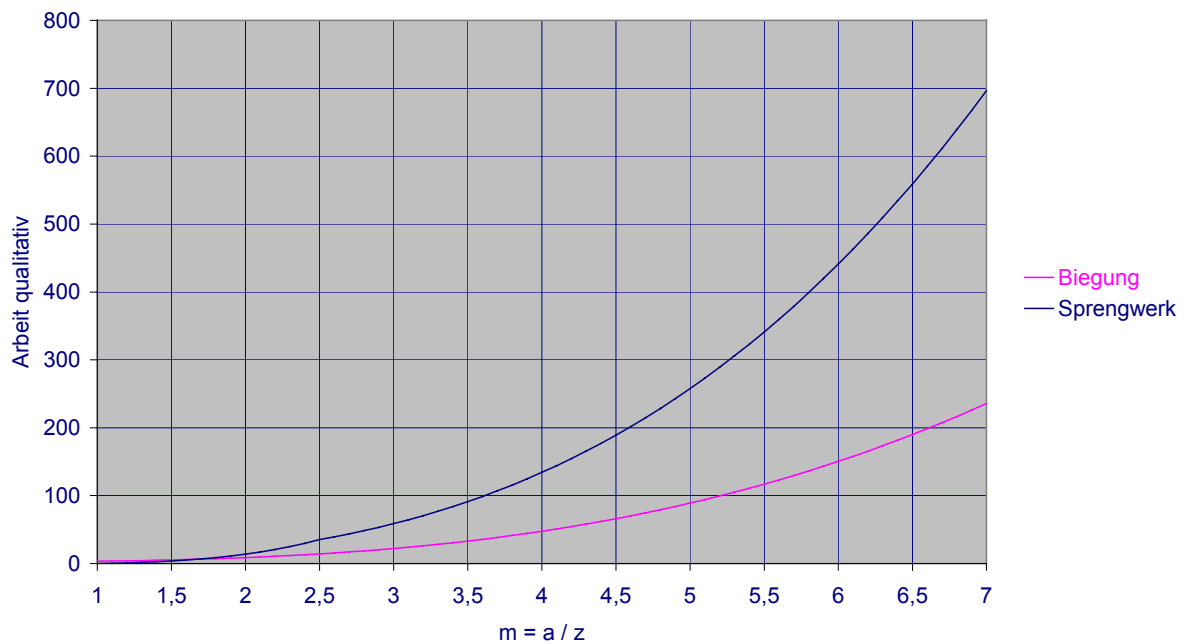


Bild 3.46: Formänderungsarbeiten in D_{e-i} -Bereichen qualitativ (mit Anpassungsfaktor k)

Trotz der getroffenen Vereinfachungen kann die durchgeführte Untersuchung - in Übereinstimmung mit der Anschauung - als guter Beleg dafür gewertet werden, dass die Wirkung überlagerter Sprengwerke bei kleinen Abständen der Lasten vom Auflager sehr groß ist und mit zunehmenden Abständen bis etwa $m = 7$ immer kleiner wird. Die Tatsache, dass nach diesem Rechenmodell bei allen Systemen mit $m > 7$ immer ein Viertel der Last über Sprengwerkswirkung abgetragen wird, erscheint weniger plausibel. Allerdings ist dieser Teil des Ergebnisses ohnehin von geringer Aussagekraft für Stahlbetontragwerke, da bei größeren Werten von m damit zu rechnen ist, dass sich flach geneigte Druckstreben in Folge der Biegerisse nicht mehr ausbilden können und damit die Gültigkeit des vorliegenden Modells für den Zustand I für längere Tragwerke im Zustand II nicht mehr gegeben ist.

Für Kragträger mit einer auflagnahen Einzellast gelten die bisher abgeleiteten Formeln für die Formänderungsarbeiten analog.

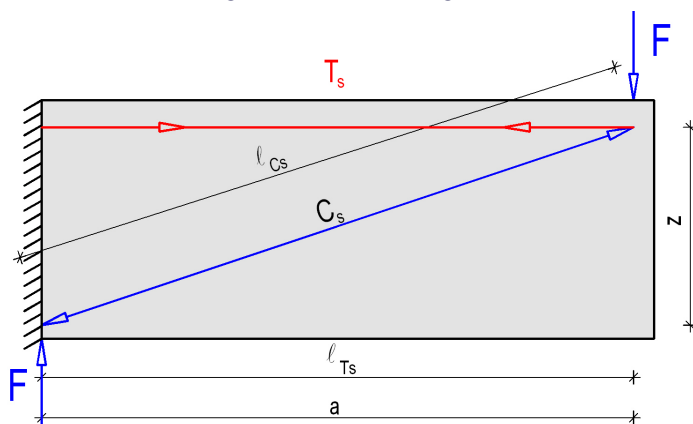


Bild 3.47: Kräfte und Geometrie des verwendeten Sprengwerks bei einem Kragträger

Zur Abrundung der Betrachtungen von auflagnahen Lasten im Zustand I wird der Verlauf der Hauptspannungen in Abhängigkeit vom Abstand der Einzellast zum Auflager dargestellt, zunächst im *Bild 3.48* für symmetrisch belastete Einfeldträger und zum Vergleich im *Bild 3.49* für Durchlaufträger. Wie zuvor werden zur Verringerung des Rechenaufwandes in Feldmitte (rechts) jeweils die Lagerbedingungen für Symmetrieachsen eingeführt. Um mit diesem System ein Innenfeld eines Durchlaufträgers zu simulieren, wird im *Bild 3.49* auch links im Auflagerbereich die Symmetriebedingung eingeführt.

Im *Bild 3.48* ist allein schon grafisch gut zu erkennen, wie die Ausbildung der direkten Druckstrebe von der Lasteinleitung zum Auflager mit zunehmendem Abstand der Last immer mehr hinter dem Spannungszustand aus der Biegung zurücktritt. Dennoch ist in allen dargestellten Fällen - also von $m = 1$ bis $m = 5$ - die direkte Druckstrebe mehr oder - mit zunehmendem m - weniger deutlich zu erkennen. Als Orientierungshilfe wurde in den einzelnen Teilbildern jeweils die Verbindungslinie von der Last zum Auflager gestrichelt eingetragen. Diese Rechenergebnisse stehen also auch in qualitativem Einklang mit dem zuvor entwickelten Rechenmodell.

Es sei besonders darauf hingewiesen, dass in allen Beispielen des *Bildes 3.48* das Zuggewölbe der Kraffteinleitung mit den gekrümmt verlaufenden Druckstreben gut zu erkennen ist, obwohl beides mehr oder weniger stark von den Biegespannungen überlagert wird.

Auf Grund der zwischen den Einzellasten und den Zwischenauflagern vorhandenen Momentennullpunkten stellen sich für Einzellasten in der Nähe von innen liegenden Auflagern deutlich andere Spannungszustände ein als bei Einzellasten in der Nähe von Endauflagern.

Im Gegensatz hierzu ist daher bei Einzellasten in der Nähe von Innenstützen gemäß *Bild 3.49* nur für $m = 1$ eine direkte Druckstrebe von der Lasteinleitung zum Auflager zu erkennen. In allen anderen Fällen wird die Kraft gleichfalls immer über eine unter 45° geneigte Druckstrebe eingeleitet (vgl. die gestrichelte Hilfslinie). Im Bereich des unteren Randes wird diese Druckstrebe von einer Zugstrebe gehalten, die schräg nach oben in Richtung Auflager verläuft und in ein Zuggewölbe übergeht, das das Auflager überspannt. (Die eingeführte Symmetriebedingung impliziert, dass links vom linken Auflager gleichfalls eine gleich große Last eingeleitet wird, so dass das Zuggewölbe im betrachteten Fall symmetrisch über dem Auflager verläuft und der Kraffteinleitung entspricht, wie sie im vorhergehenden Abschnitt diskutiert wurde.)

Im *Bild 3.49* ist durch die dünnen lotrechten Linien die jeweilige Lage des Momentennullpunktes gekennzeichnet. Es ist leicht zu erkennen, dass je nach Lage des Momentennullpunktes in Bezug auf die lasteinleitende Druckstrebe im Bereich des Momentennullpunktes immer wieder andere Spannungszustände entstehen, wobei keiner der Biegetheorie entspricht.

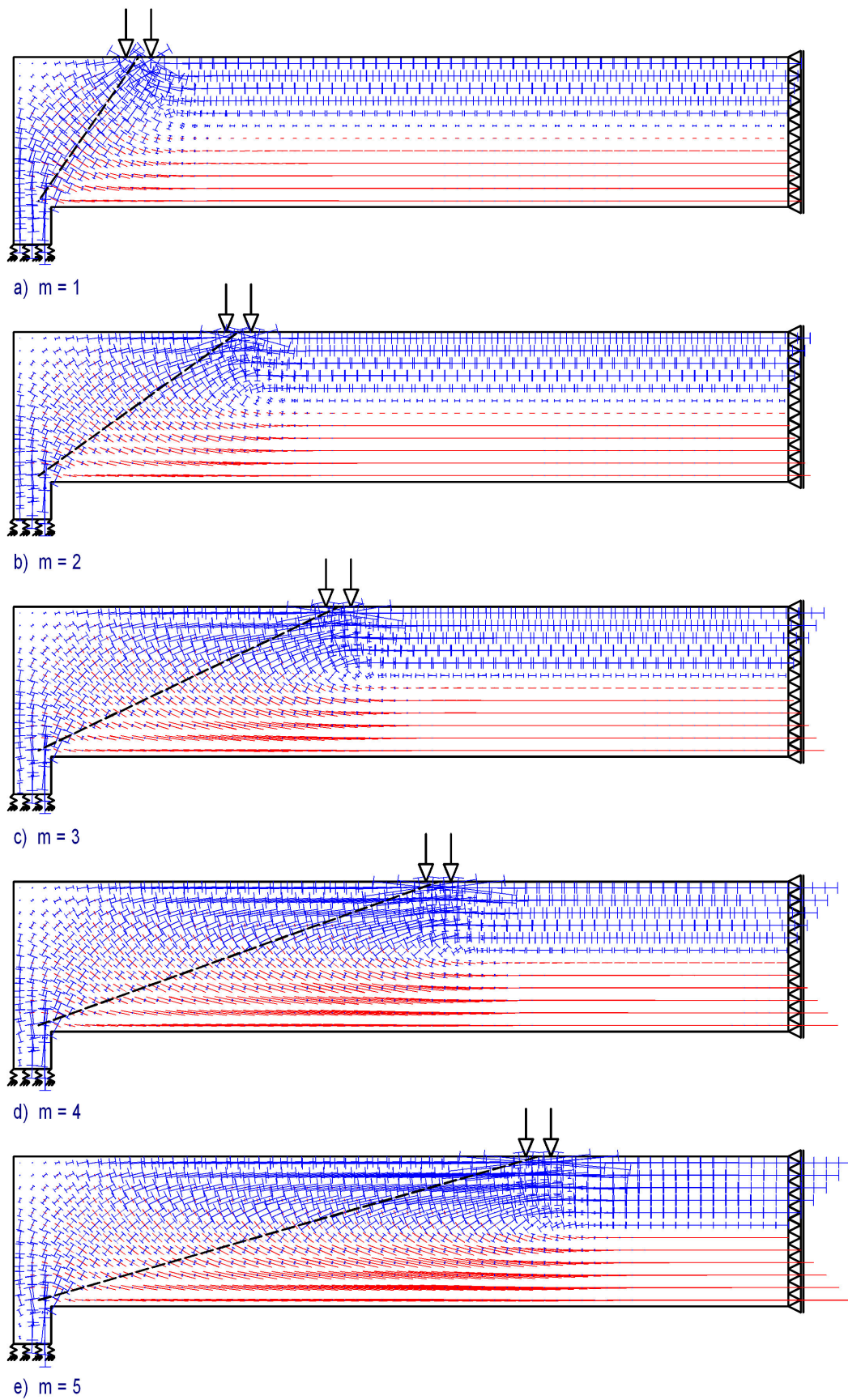


Bild 3.48: Einzellasten auf frei drehbar gelagertem Einfeldträger für $m = 1$ bis 5 (halbes System)

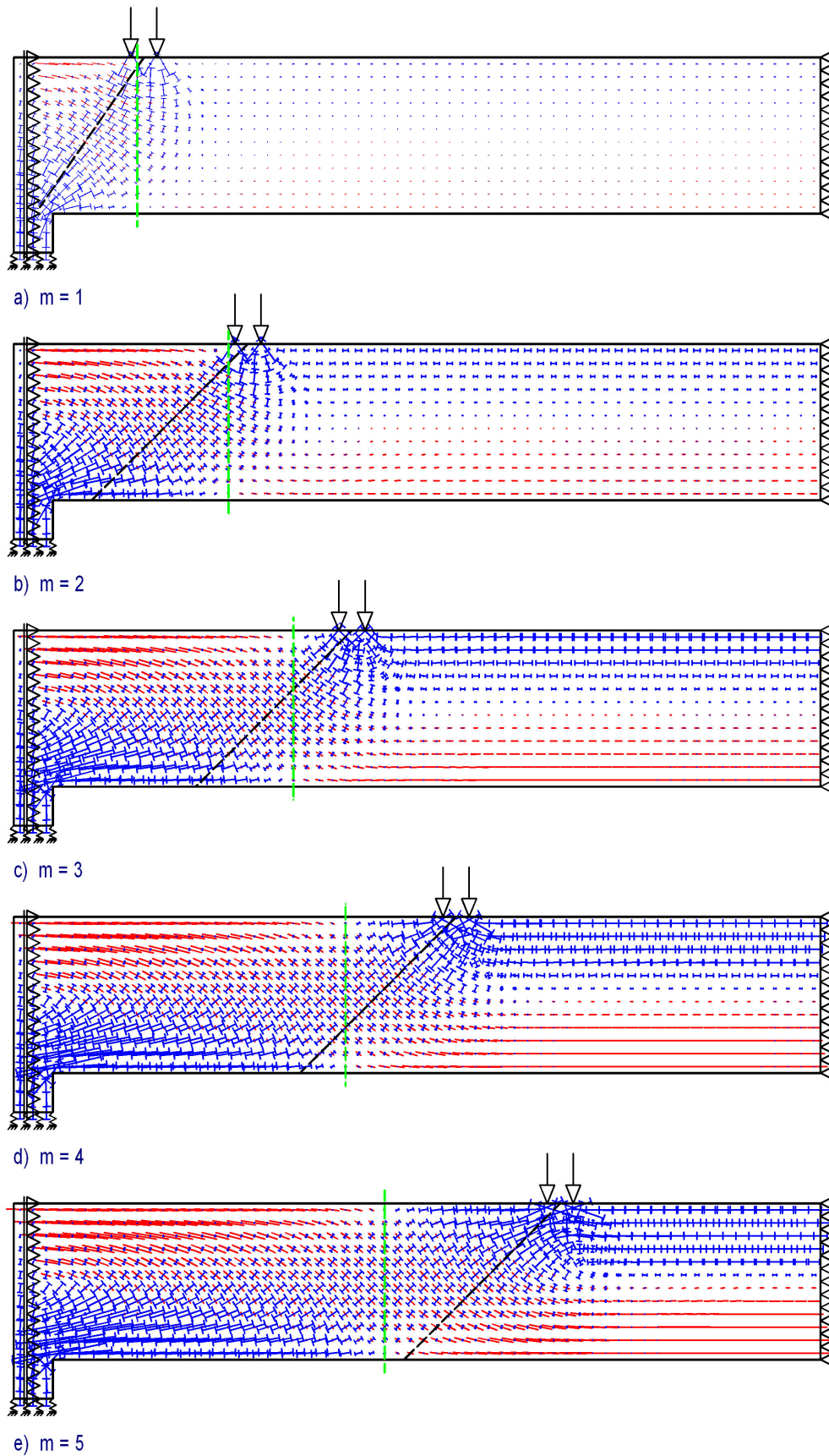


Bild 3.49: Einzellasten auf Durchlaufträger für $m = 1$ bis 5 (halbes System)

Dieses aus dem *Bild 3.49* abgeleitete Tragverhalten ist schematisch im *Bild 3.50* dargestellt.

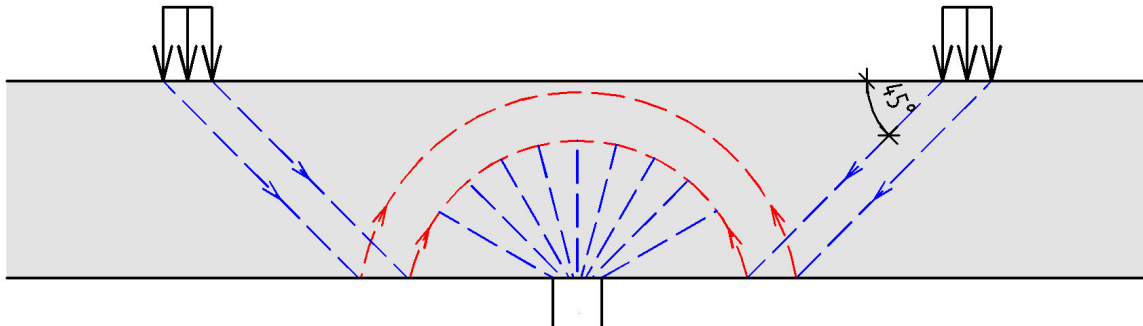


Bild 3.50: Tragverhalten für Einzellasten in der Nähe von Innenstützen

3.6 Momentennullpunkte

Die *Bilder* 3.37 und 3.38 weisen eine weitere Besonderheit auf, die bislang nicht analysiert wurde, nämlich Momentennullpunkte außerhalb von frei drehbar gelagerten Endauflagern. (Die Lage der Momentennullpunkte ist in den Bildern leicht zu erkennen am Wechsel der Randspannungen zwischen Zug und Druck.) Die Betrachtung dieser Bereiche zeigt in beiden Beispielen, dass der Spannungszustand offensichtlich den Regeln der Biegetheorie entspricht: Wie bei einem indirekten, frei drehbaren Endauflager ist das Moment Null und die Biegespannungen σ_x sind gleichfalls Null, während nach der Biegetheorie die Schubspannungen nach Glg. (2.5) über den Querschnitt verteilt sind - also bei einem Rechteckquerschnitt parabelförmig mit dem Maximum in der Balkenachse. Mit diesen Ausgangswerten sind die Hauptzug- und -druckspannungen nach Glg. (2.9) jeweils an jeder Stelle gleich groß und nehmen den Betrag von τ an. Nach Glg. (2.10) sind sie an jeder Stelle unter 45° geneigt. Beides kann deutlich aus den *Bildern* 3.37 und 3.38 abgelesen werden.

Demnach sind Bereiche mit Momentennullpunkten im Zustand I den B-Bereichen zuzuordnen, so lange sie nicht durch nahe gelegene Einzellasten zum D-Bereich werden. Sie weisen hier gleichartige Spannungszustände auf wie indirekt gelagerte Endauflager.

Wie später noch gezeigt werden wird, gilt dies nur für den hier betrachteten Zustand I, nicht jedoch für Stahlbeton im Zustand II. Daher wird bereits an dieser Stelle für Momentennullpunkte die Bezeichnung **D₀-Bereich** eingeführt.

Besondere Spannungszustände treten insbesondere im Zustand II auf, wenn Einzellasten in der Nähe der Momentennullpunkte einwirken. Solche Bereiche erhalten die Bezeichnung **D_{i-0}-Bereich** und werden im Weiteren in die qualitativen Betrachtungen des Tragverhaltens im Zustand II einbezogen.

3.7 Einflüsse der Querschnittsformen

Im *Bild 3.51 a)* ist zunächst der Hauptspannungsverlauf eines Rechteckbalkens unter Gleichlast dargestellt. Die *Bilder 3.51 b)* und *3.51 c)* zeigen die Hauptspannungsverläufe von einfeldrigen **Plattenbalken** unter Gleichlast, wobei gegenüber dem System von *Bild 3.51 a)* die mitwirkende Plattenbreite im jeweils grau hinterlegten Bereich den dreifachen bzw. sechsfachen Wert der Stegbreite b_w erhielt.

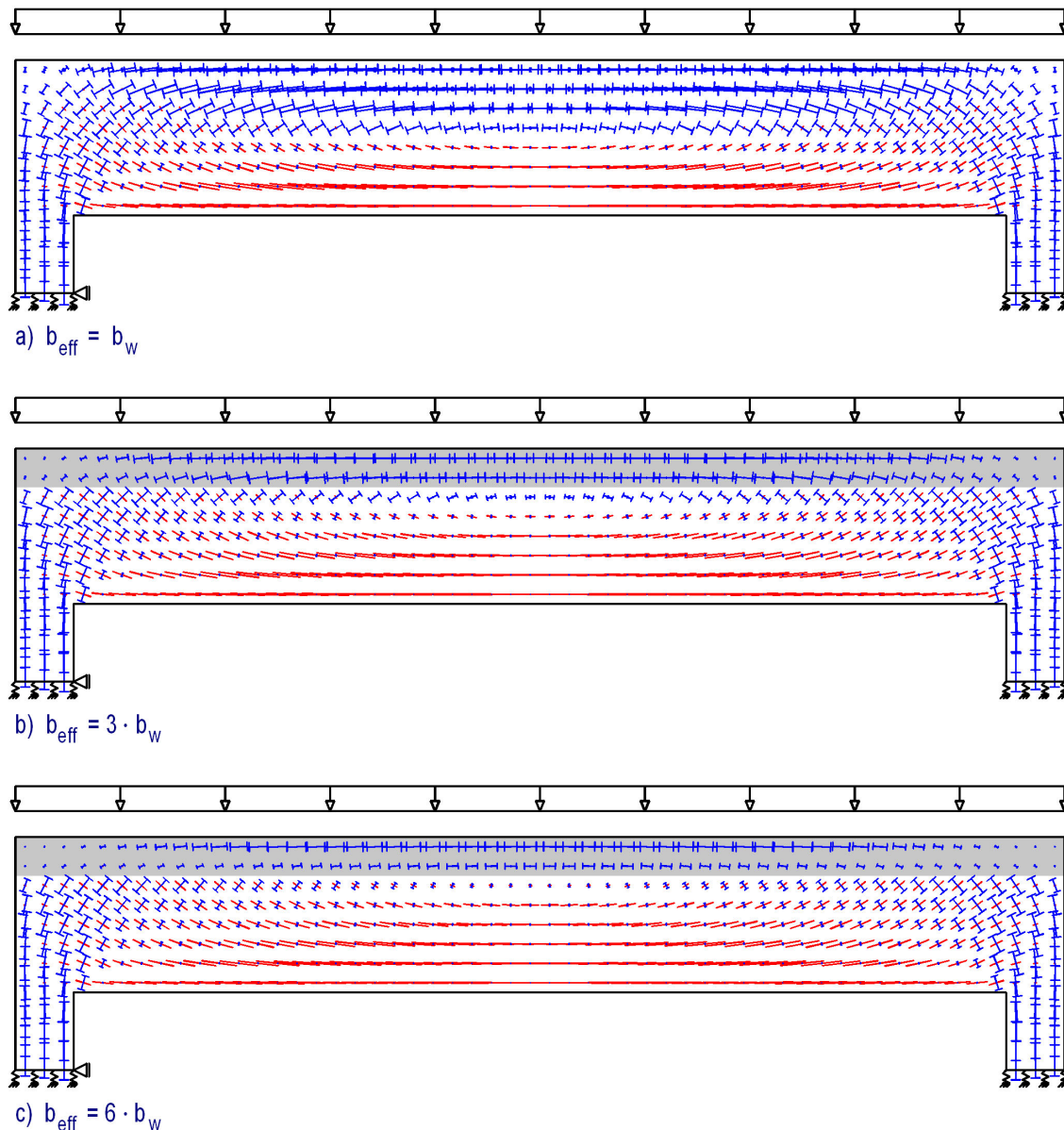


Bild 3.51: Hauptspannungsverteilung eines Einfeldträgers unter Gleichlast

Die Hauptspannungsverteilungen verdeutlichen zunächst erwartungsgemäß, dass durch die zunehmende Druckzonbreite die Randdruckspannungen kleiner werden und die Nulllinie des Systems - gekennzeichnet durch den Übergang von Längszugspannungen in Längsdruckspannungen - nach oben zur verstärkten Druckzone wandert.

Die Verringerung der Biegedruckspannungen hat aber offensichtlich auch zur Folge, dass die Einleitung der Auflagerkraft mit ihrem Übergang in den Biegedruckgurt in einem kürzeren Bereich stattfindet. Um dies zu verdeutlichen, wurden im folgenden *Bild 3.52* die linken Auflagerbereiche der Balken gemäß der *Bilder 3.51 a)* und *3.51 c)* mit unterschiedlicher Farbgebung ganz leicht versetzt über einander dargestellt.

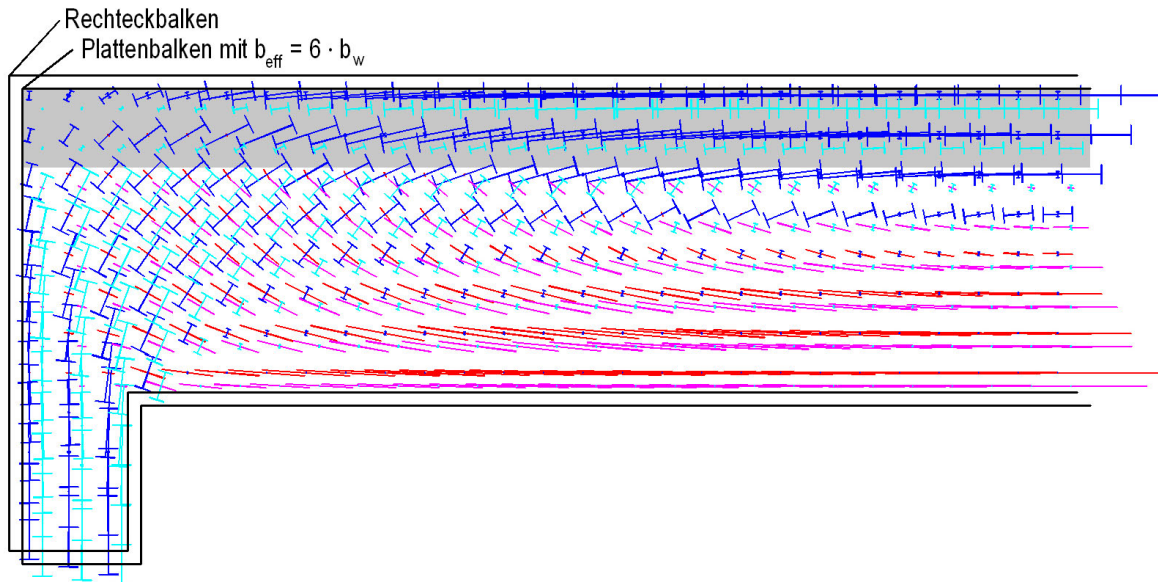


Bild 3.52: Hauptspannungsverteilungen der Balken gemäß *Bilder 3.51 a)* und *3.51 c)* am linken Auflager übereinander (leicht versetzt) dargestellt

Die Darstellung im *Bild 3.52* zeigt auch, dass sich trotz der Unterschiede im Druckzonenbereich und der unterschiedlichen Lage der Nulllinie die für das Tragverhalten maßgebenden Zugspannungen im unteren Balkenbereich kaum von einander unterscheiden. Da das Stegtragverhalten der Stahlbetonkonstruktionen aber ganz wesentlich von der Rissausbildung in der Zugzone abhängt, kann zunächst gefolgert werden, dass Plattenbalkenquerschnitte mit verstärkter Druckzone im Biegebereich und in der Nähe von Endauflagern nicht nennenswert anders reagieren als Rechteckquerschnitte.

Im folgenden *Bild 3.53 a)* ist der Hauptspannungsverlauf eines Rechteckbalkens unter Einzellast in Feldmitte dargestellt. Die *Bilder 3.53 b)* und *3.53 c)* zeigen dann die Hauptspannungsverläufe von **Plattenbalken mit Einzellasten** in Feldmitte, wobei gegenüber dem System von *Bild 3.53 a)* die mitwirkende Plattenbreite im jeweils grau hinterlegten Bereich wieder den dreifachen bzw. sechsfachen Wert der Stegbreite b_w erhielt.

Legt man hier das Hauptaugenmerk auf den Kräfteinleitungsbereich unter der Einzellast, so lässt sich an Hand der Bildfolge qualitativ feststellen, dass verstärkte Druckgurte offensichtlich günstigere Verhältnisse schaffen gegenüber Rechteckquerschnitten. Zum Einen wird die Zugzone durch die höher liegende Nulllinie vergrößert und damit offensichtlich auch die Höhe für das Zuggewölbe der Kräfteinleitung. Dies allein führt zu geringeren Zugspannungen in Folge der Kräfteinleitung als beim Rechteckquerschnitt.

Zum Anderen vermitteln die Spannungsverteilungen den Eindruck, dass das Zuggewölbe in Folge verstärkter Druckgurte mit geringerer Krümmung verläuft und sich dadurch über eine größere Länge erstreckt als bei Rechteckquerschnitten. Möglicherweise hat ein verstärkter Druckgurt über seine Biegesteifigkeit eine zusätzliche lastverteilende Wirkung. Ein solcher Einfluss würde gleichfalls zu günstigeren Verhältnissen führen gegenüber Rechteckquerschnitten.

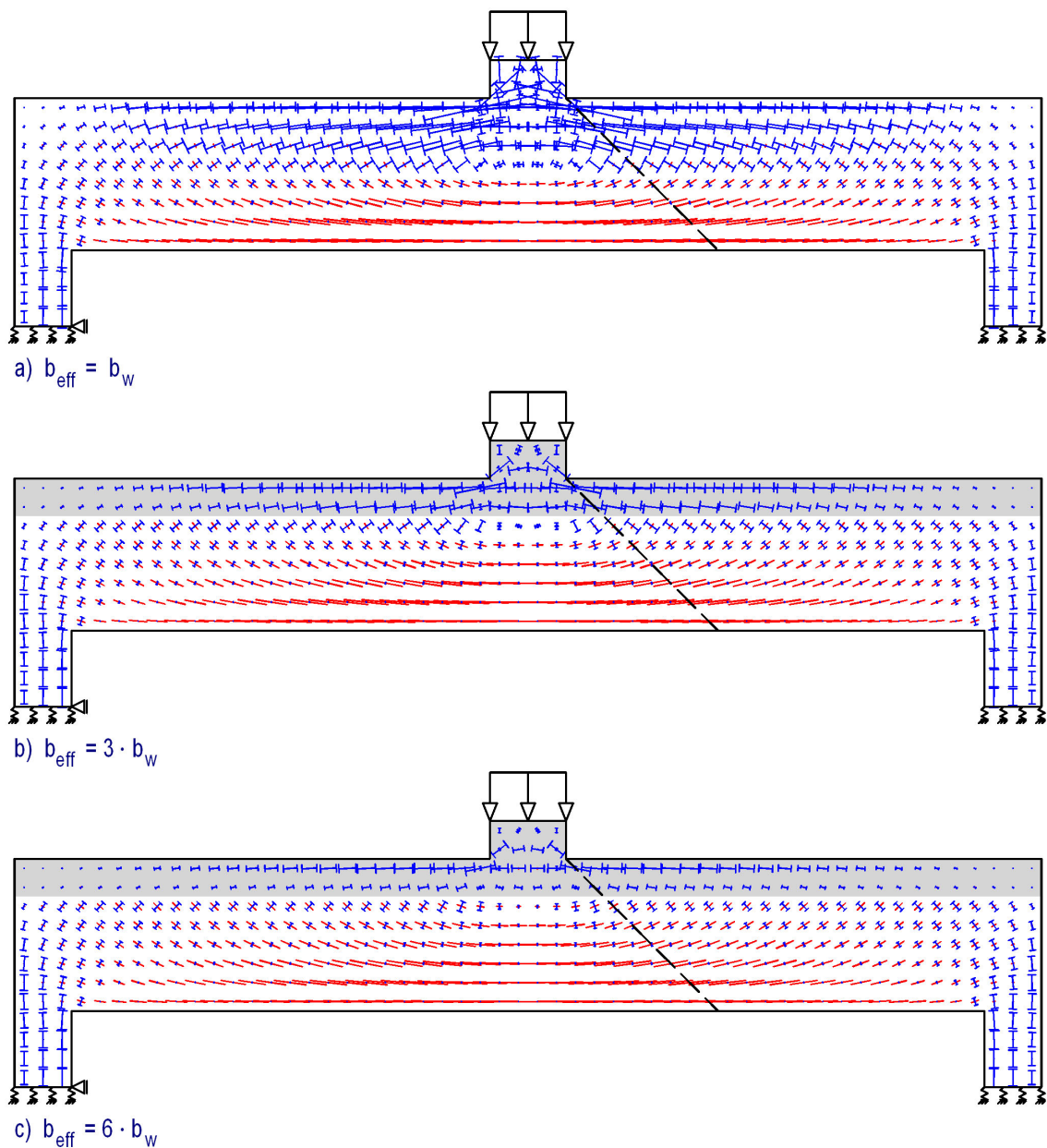


Bild 3.53: Hauptspannungsverteilung eines Einfeldträgers mit Einzellast

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wird jedoch darauf verzichtet, solche Einflüsse weitergehend zu quantifizieren.

Bild 3.54 a) zeigt die Hauptspannungsverteilung im Innenfeld eines Rechteckbalkens als Durchlaufträger mit Einzellast. In den **Bildern 3.54 b)** und **3.54 c)** sind dann die Hauptspannungsverläufe von **Durchlaufträgern als Plattenbalken mit Einzellasten** in Feldmitte zum Vergleich dargestellt, wobei die mitwirkende Plattenbreite wiederum im jeweils grau hinterlegten Bereich den dreifachen bzw. sechsfachen Wert der Stegbreite b_w erhielt.

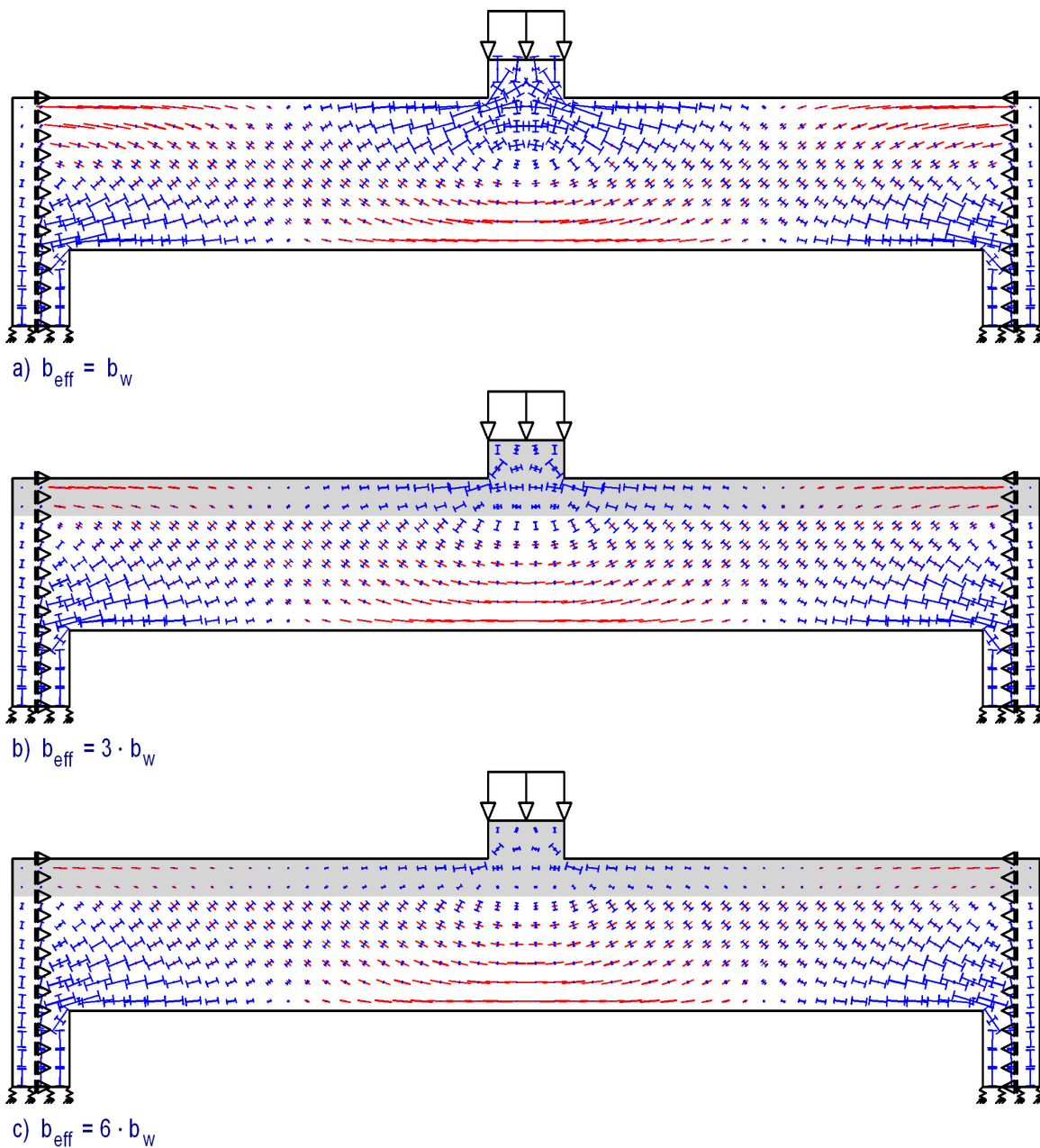
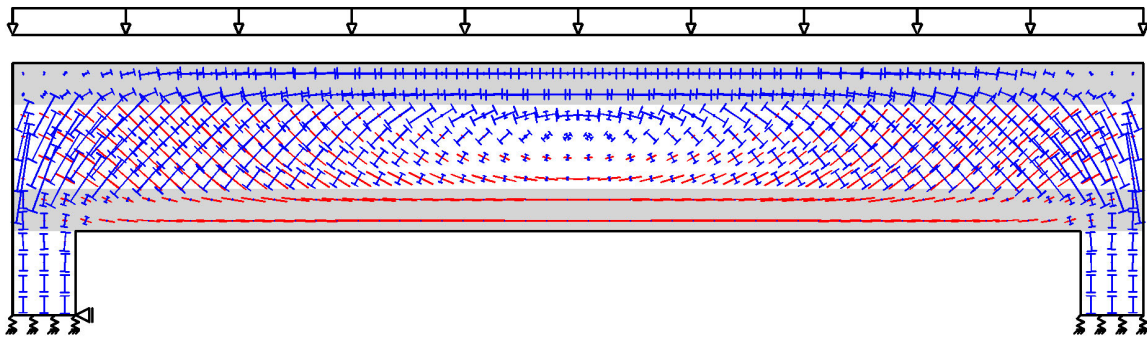


Bild 3.54: Hauptspannungsverteilungen im Innenfeld eines Plattenbalkens mit unterschiedlichen Druckzonenbreiten

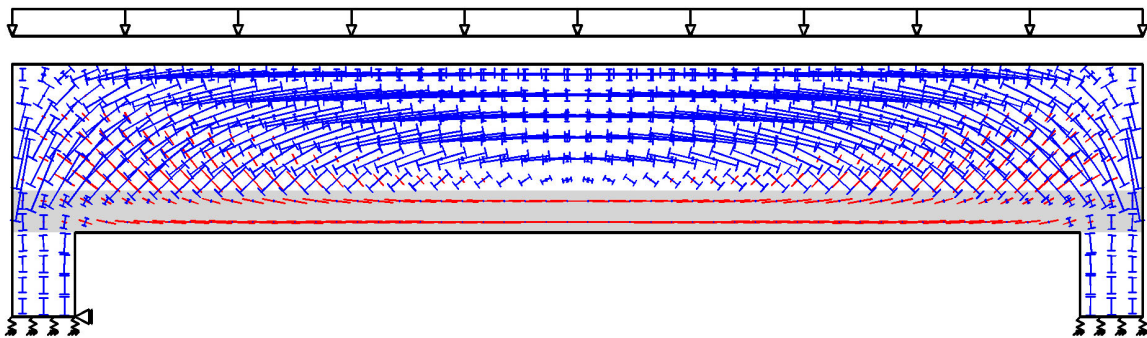
Die zuvor festgestellten Tendenzen über den Krafterleitungsbereich sind auch hier sinngemäß zu erkennen. Über den Innenstützen führt der verstärkte Obergurt dazu, dass hier nun die Zugspannungen geringer werden als bei Rechteckquerschnitten. Bezüglich des Rissbildes hat dies zur Folge, dass die Risse im Vergleich zu Rechteckquerschnitten erst bei höheren Laststufen entstehen. Vergleicht man die Darstellungen in den *Bildern 3.54 a)* und *3.54 c)*, so kann man leicht feststellen, dass auch die Zugspannungen im eigentlichen Stegbereich kleiner werden (obwohl ja auch die verfügbare Höhe für das Zuggewölbe geringer ist).

Auch hinsichtlich dieser Zusammenhänge wird im vorliegenden Rahmen darauf verzichtet, weitergehende Abhängigkeiten zu verifizieren, um den Umfang der vorliegenden Analyse nicht zu stark zu strapazieren.

Der Vollständigkeit halber werden im folgenden *Bild 3.55* die Ergebnisse von FE-Berechnungen gezeigt für frei drehbar gelagerte Einfeldträger mit Druck- und Zuggurt bzw. nur Zuggurt unter Gleichlasten, die im Übrigen mit dem im *Bild 3.51 a)* dargestellten System übereinstimmen.



a) Druck- und Zuggurt mit je $b_{\text{eff}} = 6 \cdot b_w$



b) Zuggurt mit $b_{\text{eff}} = 6 \cdot b_w$

Bild 3.55: Hauptspannungsverteilungen eines Einfeldträgers unter Gleichlast mit Druck- und Zuggurt bzw. nur Zuggurt

Beide Beispiele sind dadurch gekennzeichnet, dass in den dünneren Stegen größere Zugspannungen entstehen als in den Zuggurten. Bei dieser Konstellation sind in den Stegen bereits geneigte Risse zu erwarten, bevor an den gleichen Stellen die Zuggurte Biegerisse aufweisen.

Im Übrigen ist der Steg des Balkens mit Zug- und Druckgurt über weitere Bereiche von Hauptzug- und -druckspannungen gekennzeichnet, die näherungsweise über die gesamte Steghöhe unter 45° geneigt sind. Die Hauptzugspannungen nehmen dabei mit zunehmendem Abstand vom Zuggurt nur geringfügig ab. Dieses Bild der Hauptspannungen erinnert stark an die Rissbilder der Versuchsträger T 1 und T 2 aus [2.6], die im vorliegenden *Bild 3.4* abgebildet sind.

Einflüsse der Querschnittsform auf die Spannungszustände sind schließlich auch noch gegeben bei Tragwerken mit veränderlicher Höhe. Auf entsprechende Betrachtungen wird im vorliegenden Rahmen jedoch verzichtet.

3.8 Neigungsrichtungen der Hauptzugspannungen

Interessant erscheinen bei der Betrachtung der Tragwerke im Zustand I schließlich noch die „mittleren“ Neigungsrichtungen der Hauptzugspannungen an den verschiedenen Stellen der Tragwerke, da diese beim Übergang in den Zustand II die Rissrichtungen bestimmen.

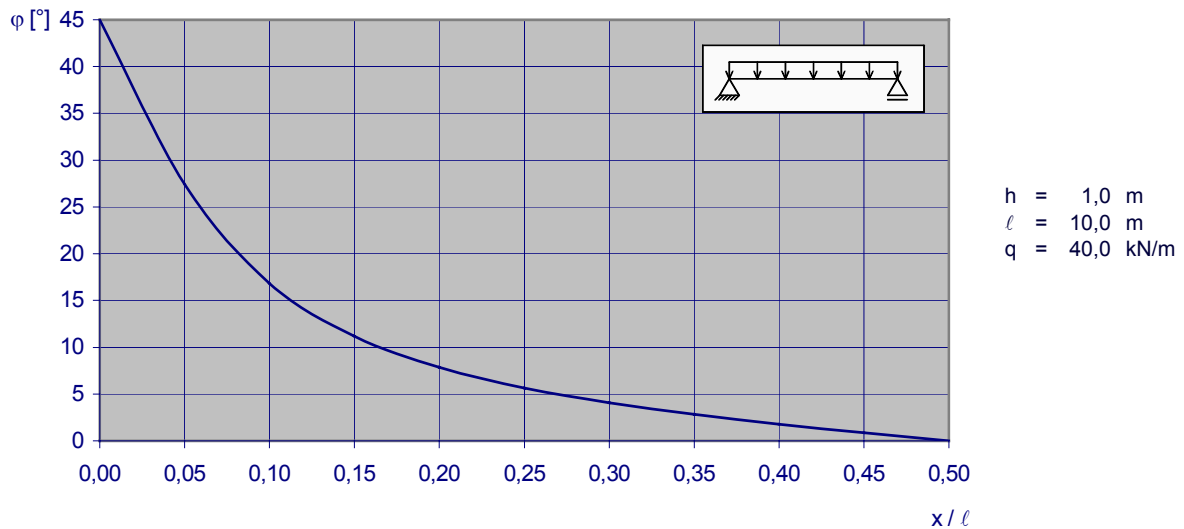


Bild 3.56: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Einfeldträger; Gleichlast, $\ell/h = 10$

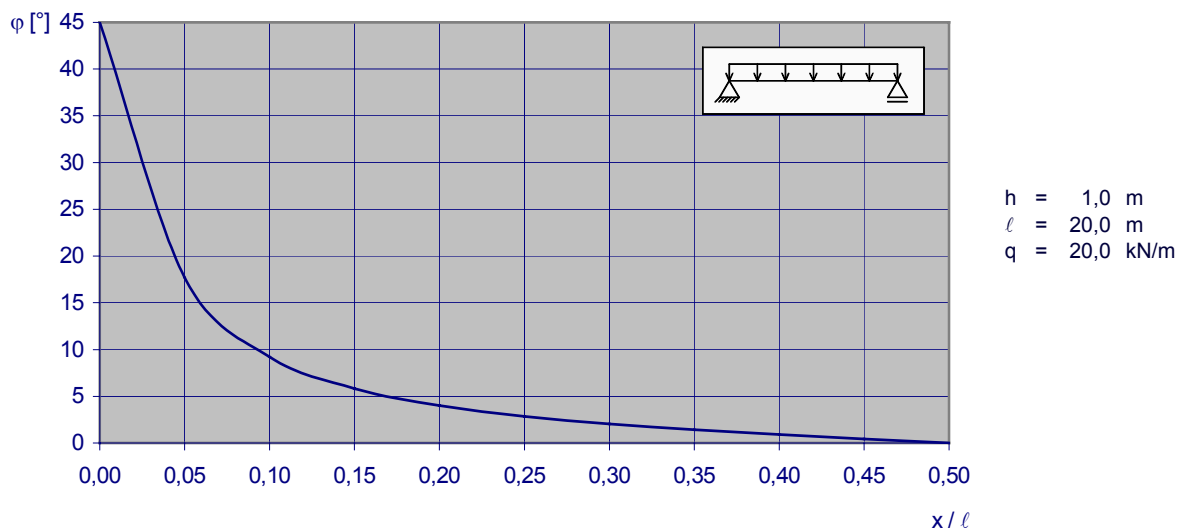


Bild 3.57: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Einfeldträger; Gleichlast, $\ell/h = 20$

Für diese Betrachtung wurden für Einfeldträger mit Rechteckquerschnitten zunächst die Neigungswinkel der Hauptzugspannungen nach der Biegetheorie - s. Glg. (2.10) - jeweils an der Stelle $z = h/4$ ermittelt und über die halbe Trägerlänge ($x=0$ bis $x=\ell/2$) aufgetragen. Es wurden dabei leicht gedrungene Querschnitte mit $\ell/h=10$ und schlanke Querschnitte mit $\ell/h=20$ untersucht. Es wurden gleichmäßig verteilte Lasten sowie Einzellast-

ten in Feldmitte angesetzt mit Lastgrößen, die jeweils die gleiche maximale Querkraft erzeugen. Die Ergebnisse sind in den *Bildern* 3.56 bis 3.59 dargestellt.

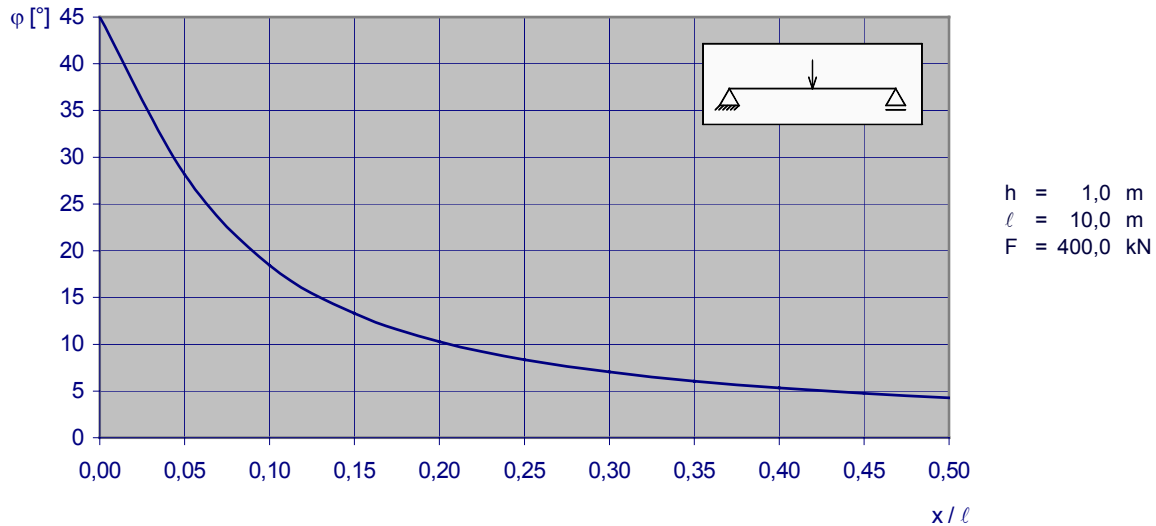


Bild 3.58: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Einfeldträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 10$

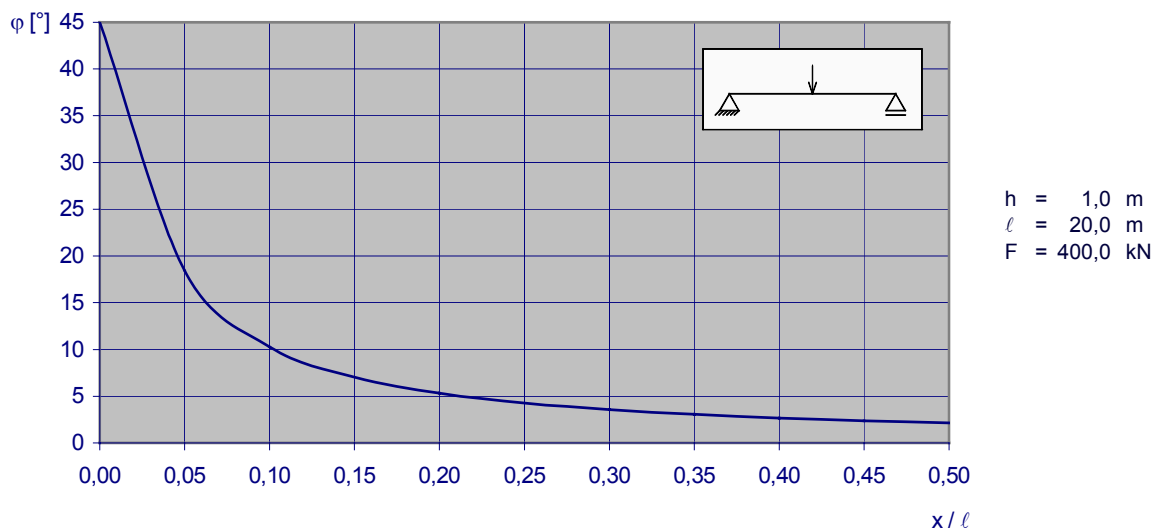


Bild 3.59: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Einfeldträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 20$

Die Darstellungen zeigen übereinstimmend, dass die errechneten Neigungen der Hauptzugspannungen in $z = h/4$ nur in den D_e -Bereichen wesentlich von der randparallelen Richtung abweichen. Diese Werte entstehen aber tatsächlich nicht, wenn die Tragwerke an den Endauflagern direkt unterstützt sind, was im Regelfall zutrifft.

In einem Abstand vom Auflager von $l_D = h$ erreicht der Neigungswinkel bei den ausgewählten Beispielen einen maximalen Wert von $18,4^\circ$. Dies ist jedoch die Stelle, an der nach den vorangegangenen Untersuchungen bei direkter Lagerung damit zu rechnen ist, dass der gesamte Zuggurt mit einem Winkel von ca. 20° nach oben schwenkt.

Für $x \geq 2 \cdot h$ liegt der Neigungswinkel der Hauptzugspannungen bei den in den *Bildern* 3.56 bis 3.59 dargestellten Beispielen immer unter 10° . Für diese Bereiche dürfte es daher gerechtfertigt sein, die Richtung der Zugspannungen für die gesamte Zugzone näherungsweise randparallel und die Richtung der Biegerisse rechtwinklig dazu anzunehmen.

Im Folgenden wird die entsprechende Untersuchung für ein Endfeld eines Durchlaufträgers durchgeführt. Über der Zwischenunterstützung wurde eine Volleinspannung angenommen, in den folgenden Diagrammen am rechten Rand bei $x / \ell = 1$. Die Ergebnisse sind in den *Bildern* 3.60 bis 3.63 dargestellt, wobei die Neigungswinkel grundsätzlich positiv angetragen wurden.

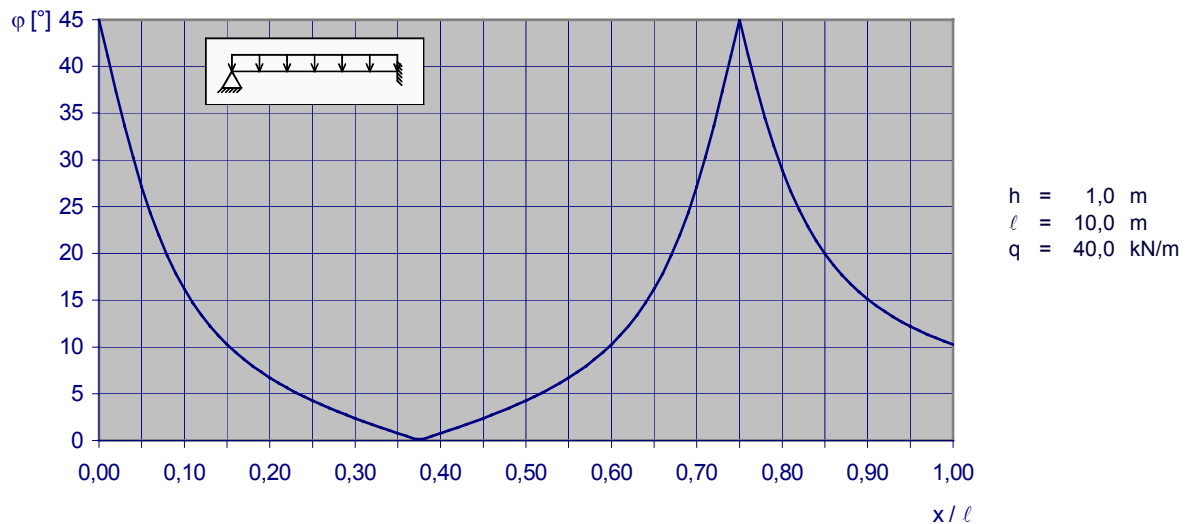


Bild 3.60: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h / 4$ beim Durchlaufträger; Gleichlast, $\ell / h = 10$

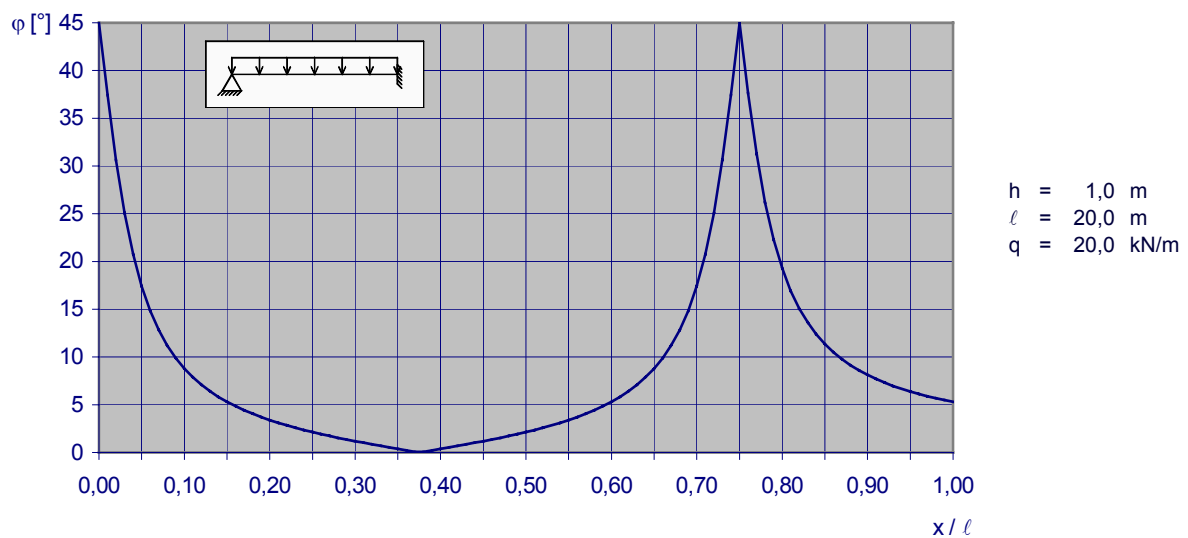


Bild 3.61: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h / 4$ beim Durchlaufträger; Gleichlast, $\ell / h = 20$

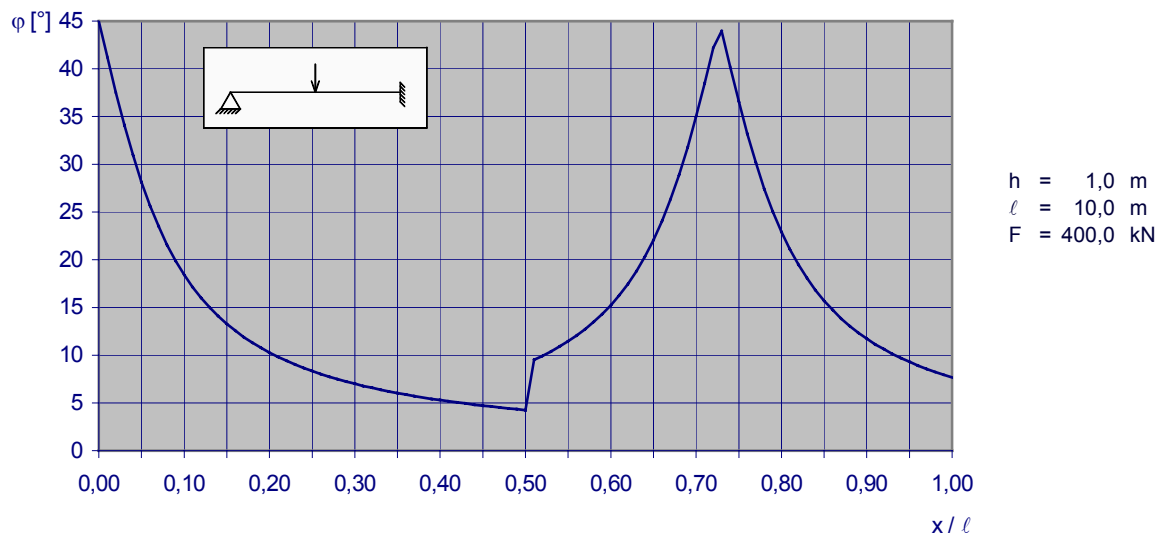


Bild 3.62: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Durchlaufträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 10$

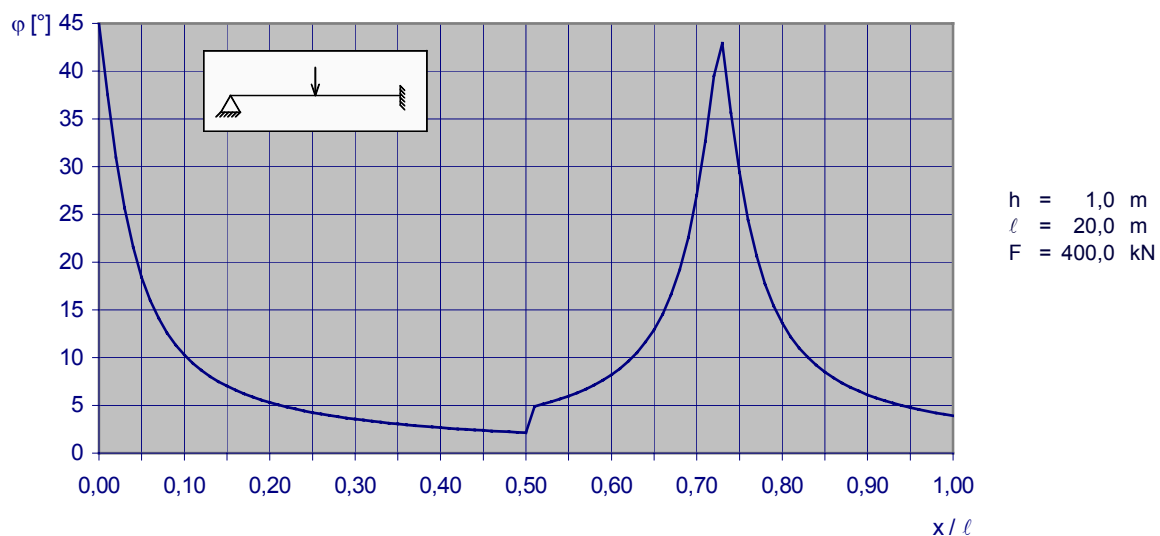


Bild 3.63: Neigungswinkel der Hauptzugspannungen in $h/4$ beim Durchlaufträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 20$

Der Sprung des Neigungswinkels bei den Einzellasten in Feldmitte in den *Bildern 3.62* und *3.63* ergibt sich rechnerisch aus der sprunghaften Änderung der Querkraft. Die Linie des Neigungswinkels müsste hier rechnerisch senkrecht nach oben springen, was jedoch programmbedingt nicht darstellbar ist. Außerdem erreicht der Neigungswinkel auch bei den Einzellasten am Momentennullpunkt wieder 45° . Das „Abschneiden“ der Spitzen an diesen Stellen ist wiederum nur programmbedingt.

Die Diagramme weisen im Bereich der Endauflager etwa die gleichen Verhältnisse auf, wie sie zuvor bereits für die frei drehbar gelagerten Einfeldträger ermittelt und kommentiert wurden.

Sie bestätigen weiterhin, dass im Bereich der Momentennullpunkte bezüglich der Neigungswinkel der Hauptspannungen die gleichen Verhältnisse errechnet werden wie an den frei drehbar gelagerten Endauflagern. Der Unterschied zu den direkt gestützten Endauflagern

besteht allerdings darin, dass sich im Bereich der Momentennullpunkte diese Verhältnisse tatsächlich einstellen werden, so lange nicht ein D-Bereich (in Folge nahe gelegener Einzelasten) den Bereich der Momentennullpunkte beeinflusst. Im Bereich der Endauflager entstehen die nach der Biegetheorie errechneten Verhältnisse nur in den Fällen der indirekten Lagerung.

Im Bereich der Innenstützen erreichen die errechneten Neigungswinkel der Hauptspannungen wieder sehr kleine Werte. Allerdings sind diese ohne jegliche praktische Bedeutung, da an diesen Stellen die Biegespannungen von den Spannungen der Krafteinleitung überlagert werden, nämlich den strahlenförmig verlaufenden Druckspannungen, die durch ein Zuggewölbe sowie den unter 45° geneigten Druckstreben ihr Gleichgewicht finden. Diese Spannungen verteilen sich über einen Bereich, der sich vom Auflagerrand deutlich weiter erstreckt als $l_D = h$.

3.9 Größe der Hauptzugspannungen

In den folgenden *Bildern* 3.64 bis 3.71 wurde für die zuvor verwendeten Berechnungsbeispiele der jeweilige Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0$ (Balkenachse), $z = h / 4$ und $z = h / 2$ (Balkenrand) dargestellt.

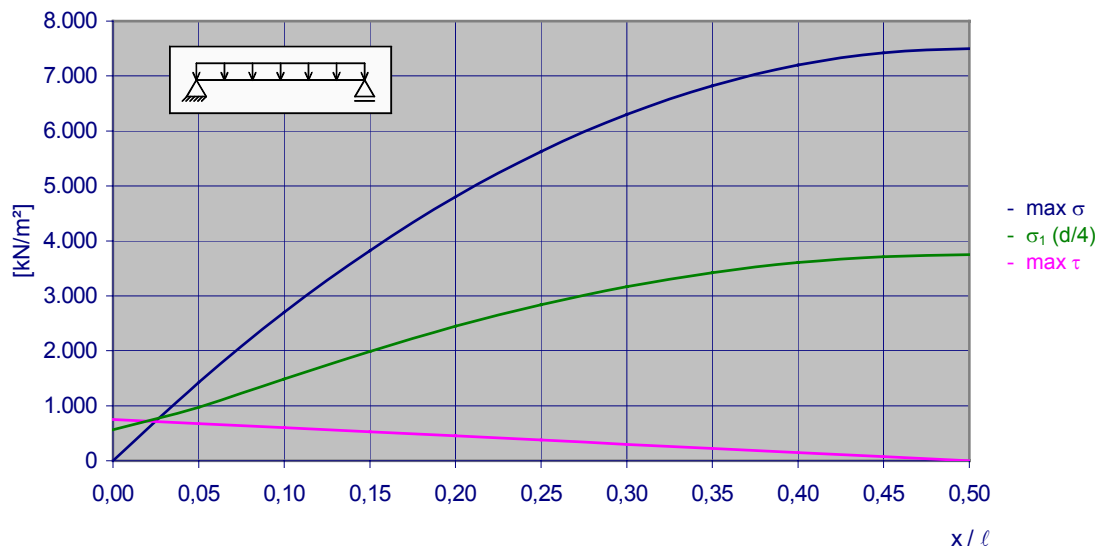


Bild 3.64: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h / 4, h / 2$ beim Einfeldträger; Gleichlast, $\ell / h = 10$

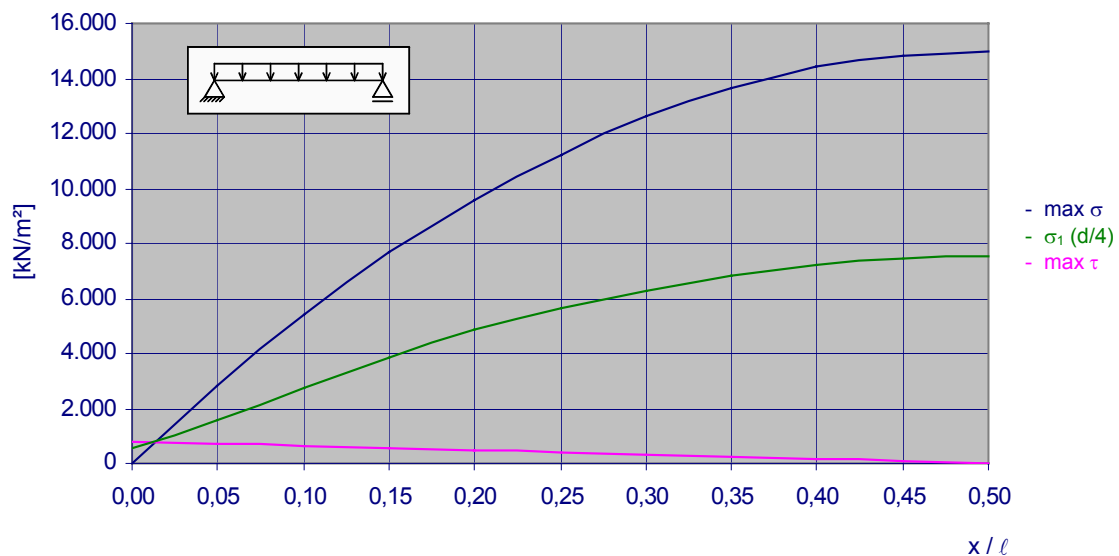


Bild 3.65: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h / 4, h / 2$ beim Einfeldträger; Gleichlast, $\ell / h = 20$

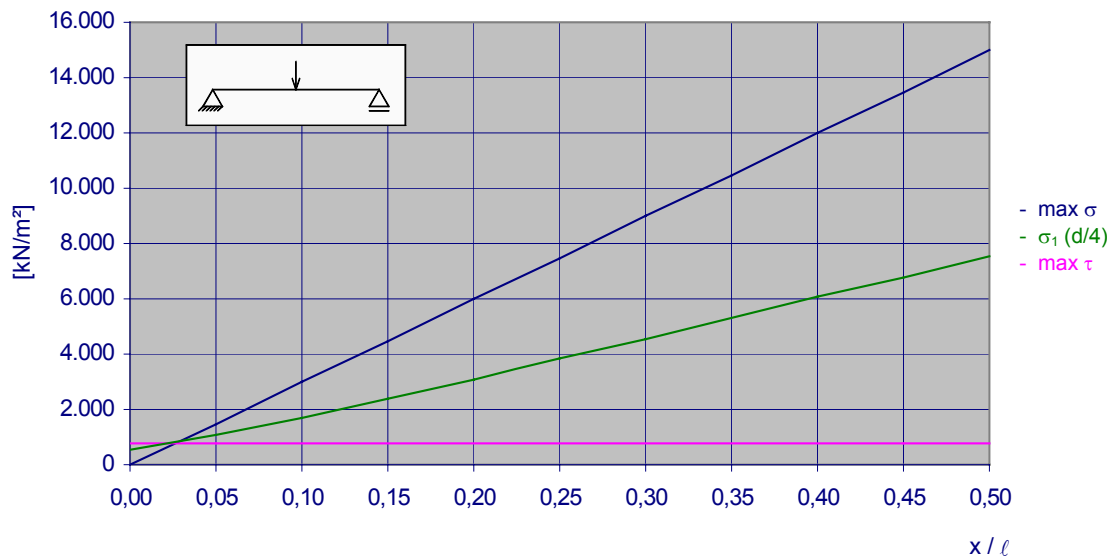


Bild 3.66: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h/4, h/2$ beim Einfeldträger; Einzellast in Feldmitte, $\ell/h = 10$

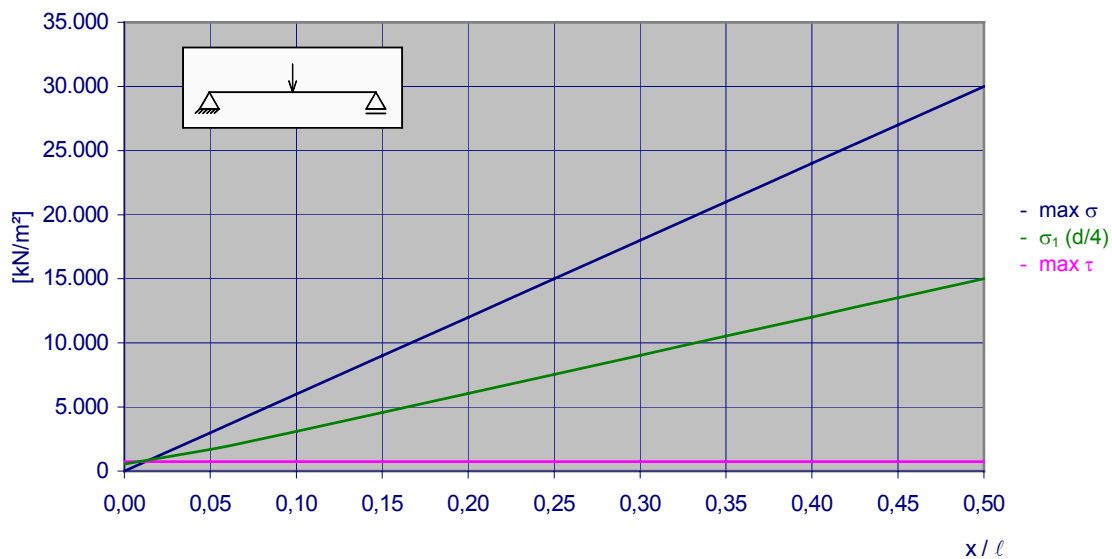


Bild 3.67: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h/4, h/2$ beim Einfeldträger; Einzellast in Feldmitte, $\ell/h = 20$

Die Bilder zeigen sehr anschaulich, dass die Hauptzugspannungen in der Trägerachse, die zahlenmäßig gleich groß sind wie die maximalen Werte der rechnerischen Schubspannungen bei den hier zu Grunde liegenden Rechteckquerschnitten gegenüber den Biegezugspannungen stets sehr klein sind. Es gibt jeweils nur einen sehr kurzen Bereich im Anschluss an Endauflager und Momentennullpunkte, bei denen diese Spannungen größer sind als die rechnerischen Biegespannungen, weil Letztere an diesen Stellen rechnerisch (und bei indirekter Lagerung tatsächlich) jeweils auf den Wert Null abfallen.

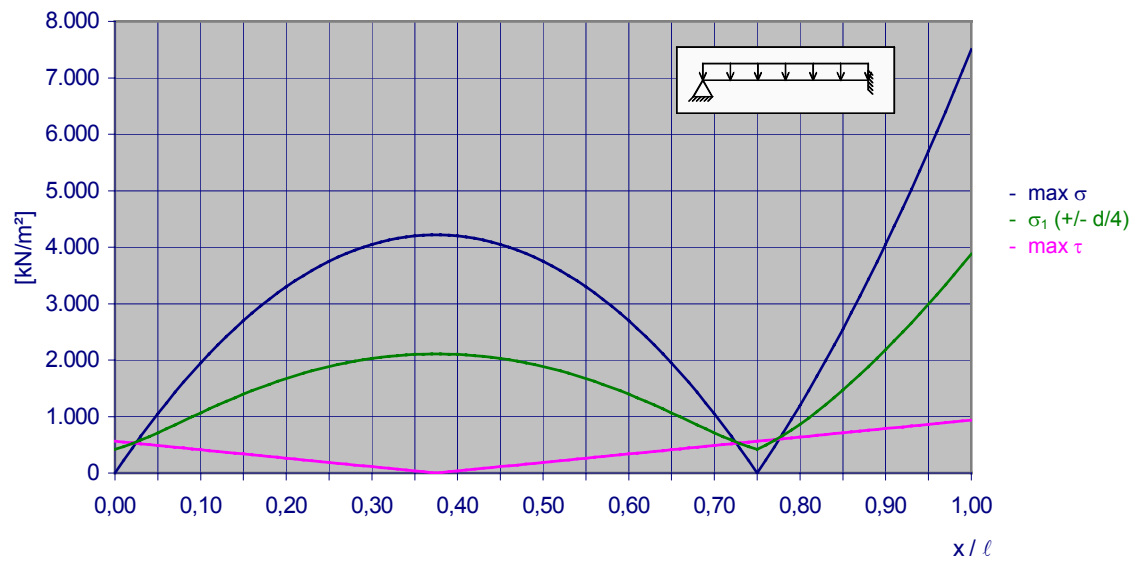


Bild 3.68: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h / 4, h / 2$ beim Durchlaufträger; Gleichlast, $\ell / h = 10$

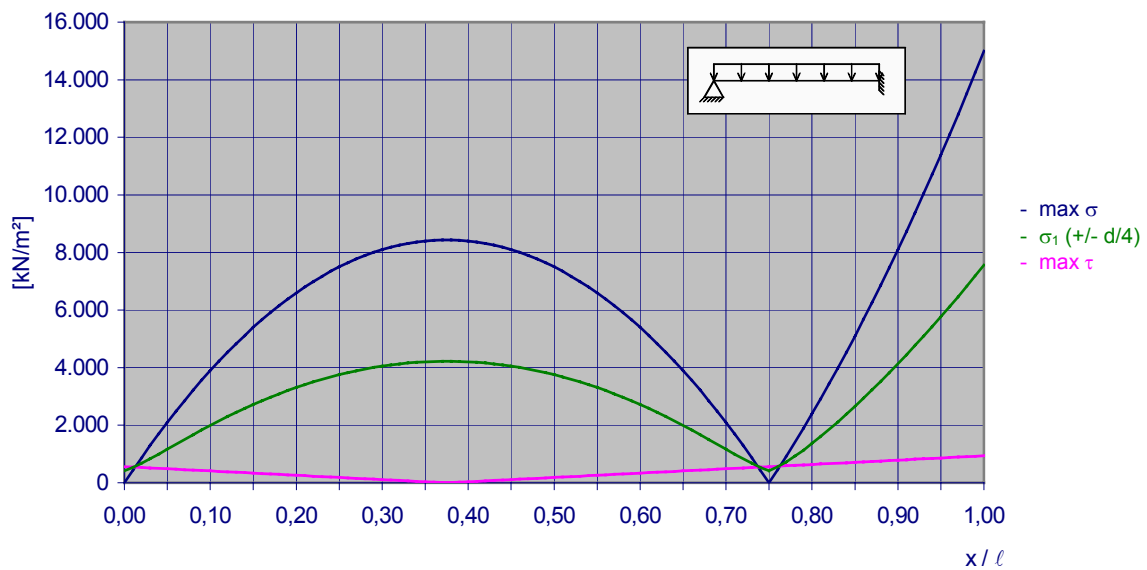


Bild 3.69: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h / 4, h / 2$ beim Durchlaufträger; Gleichlast, $\ell / h = 20$

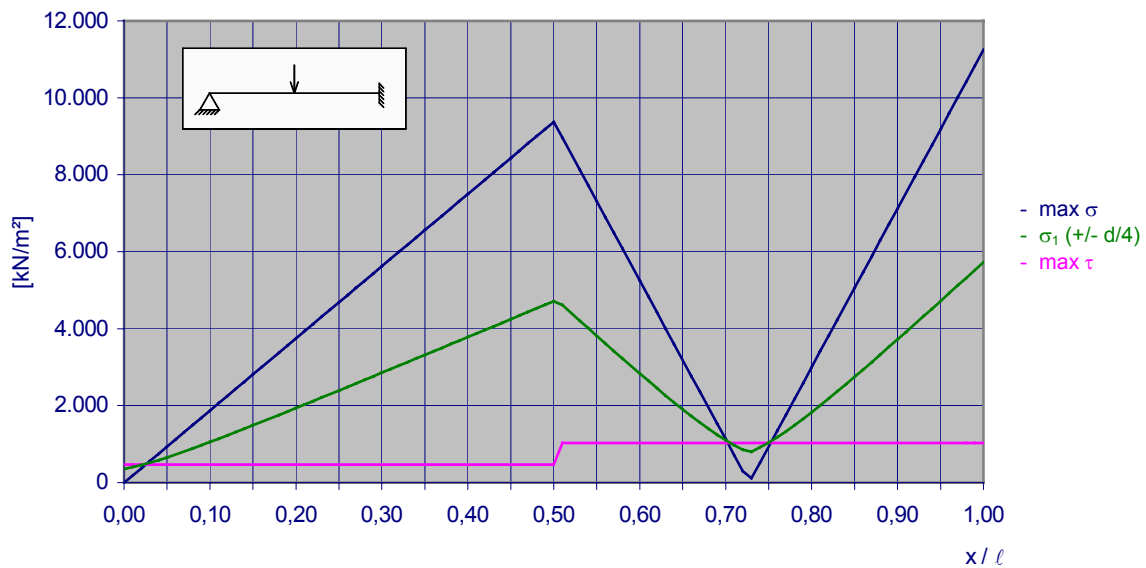


Bild 3.70: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h/4, h/2$ beim Durchlaufträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 10$

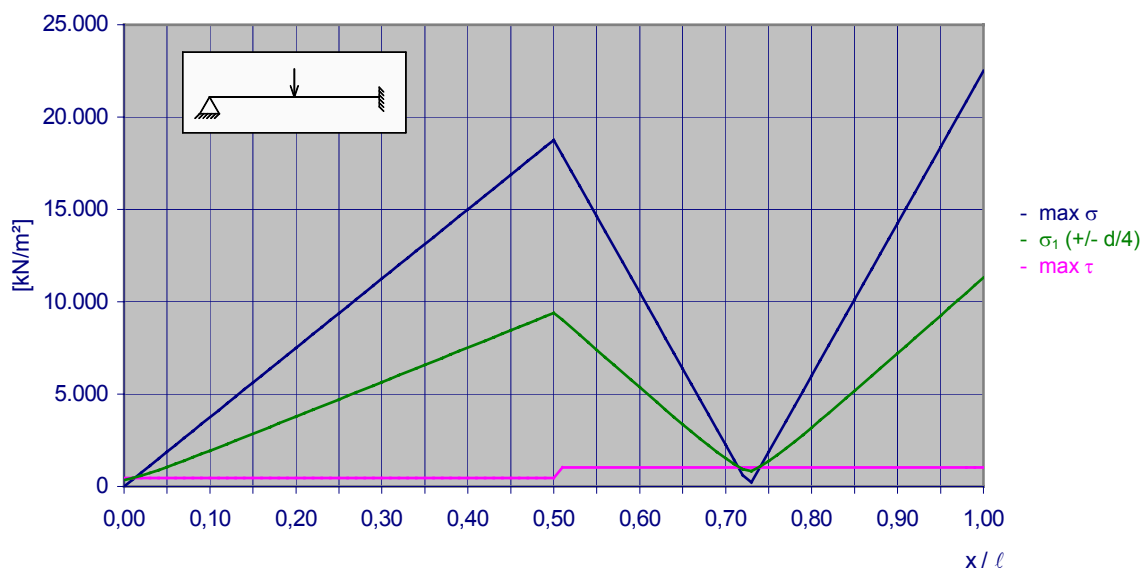


Bild 3.71: Verlauf der Hauptzugspannungen in $z = 0, h/4, h/2$ beim Durchlaufträger; Einzellast in Feldmitte, $l/h = 20$

Ansonsten ist deutlich zu erkennen, dass die auf die Stege einwirkenden Zugspannungen erheblich kleiner sind als Biegezugspannungen. Sie erreichen nur in seltenen Fällen überhaupt nur etwa ein Zehntel der Werte aus der Biegung, die ja als Zug- und Druckspannungen auftreten. Wenn man bedenkt, dass die Betonzugfestigkeit etwa auch ein Zehntel der Betondruckfestigkeit erreicht, so kann man an Hand der in den Diagrammen dargestellten Beispiele nachvollziehen, dass in vielen Fällen - insbesondere bei schlanken Tragwerken - die Betonzugfestigkeit groß genug ist, um die Stegzugspannungen mit ausreichender Sicherheit aufnehmen zu können.

3.10 Zusammenfassende Darstellung

Die bislang gewonnenen Erkenntnisse für den B-Bereich und die festgestellten D-Bereiche D_e , D_i , D_{e-i} , D_0 und D_{i-0} sind schematisch in den folgenden *Bildern* 3.72 und 3.73 für Tragwerke mit direkter Lagerung zusammengefasst. Dabei wurde darauf verzichtet, die dem Momentenverlauf entsprechend veränderlichen Größen der Zug- und Druckgurte grafisch ablesbar zu gestalten. Ebenso wurde darauf verzichtet, die - vergleichsweise geringen - Stegbeanspruchungen in den B-Bereichen noch einmal darzustellen (hierzu s. *Bilder* 3.1 und 3.21).

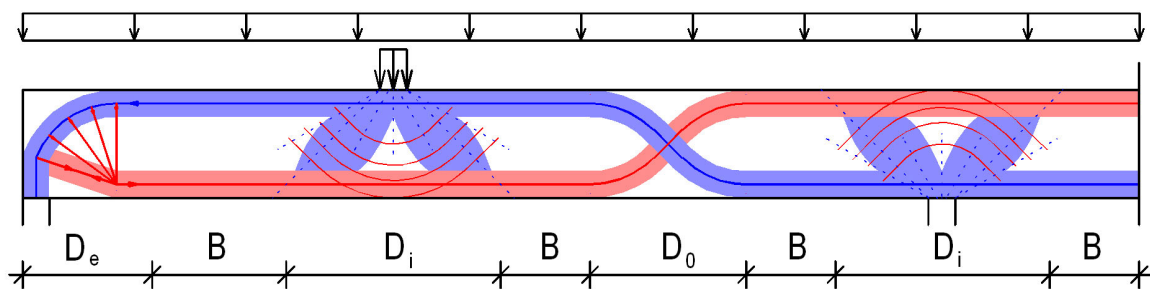


Bild 3.72: Verlauf der Zug- und Druckgurte und Kräfteinleitungsbereiche

Die Zug- und Druckgurte folgen in den B-Bereichen und auch im D_i -Bereich randparallel der Biegetheorie. Im D_e -Bereich schwenkt der Zuggurt etwa zum Dreieckspunkt und für die Umlenkung des Druckgurts zu diesem Punkt sind Zugspannungen als Umlenkkräfte erforderlich. In den D_i -Bereichen überlagert sich den randparallelen Zug- und Druckgurten der Spannungszustand aus der Kräfteinleitung. Im D_0 -Bereich wechseln die Zug- und Druckgurte von einem Rand zum anderen und kreuzen sich dabei unter 45° . Die sich kreuzenden Gurte sind jedoch im Zustand I so breit angelegt, dass der entstehende Spannungszustand durch die Biegetheorie zutreffend beschrieben wird.

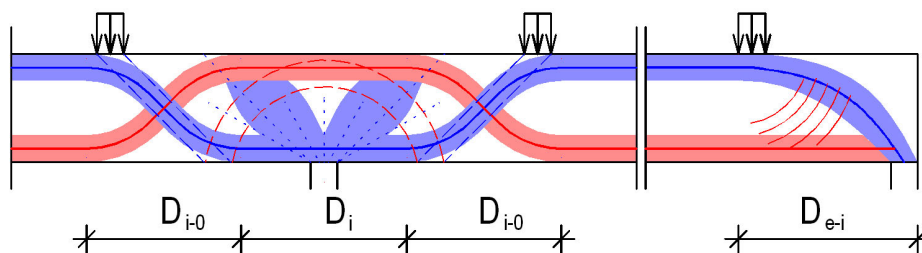


Bild 3.73: Verlauf der Zug- und Druckgurte und Kräfteinleitungsbereiche in den D_{i-0} - und D_{e-i} -Bereichen

D_{e-i} -Bereiche sind durch kräftige Druckstreben im Stegbereich gekennzeichnet, die auf Grund der Querkontraktion Querkzugspannungen zur Folge haben und stets eine leichte Krümmung aufweisen, die durch ein anteiliges Zuggewölbe im Gleichgewicht gehalten werden.

D_{i-0} -Bereiche weisen schließlich die Besonderheit auf, dass sie stets eine unter 45° geneigte Druckstrebe in Richtung zum innen liegenden Auflager ausbilden, die von einem Zuggewölbe hochgehängt wird.

4. QUALITATIVE BETRACHTUNG DES TRAGVERHALTENS IM ZUSTAND II

Das *Bild 4.1* zeigt noch einmal den Spannungstrajektorienverlauf im Zustand I für den einfachsten Fall eines biegebeanspruchten Balkens, nämlich einen frei drehbar gelagerten Einfeldträger mit Rechteckquerschnitt unter Gleichlast. Es baut auf dem von *Leonhardt* und *Mönnig* [2.3] übernommenen, bereits zuvor dargestellten *Bild 3.1* auf, wobei hier nun im Biegebereich zusätzlich ein Riss dargestellt ist, wie er sich beim Übergang in den gerissenen Zustand II einstellen kann.

Es sei an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen, dass im vorliegenden Teil 1 der Stahlbetonanalyse ausschließlich biegebeanspruchte Tragwerke betrachtet werden, die keine Stegbewehrung aufweisen.

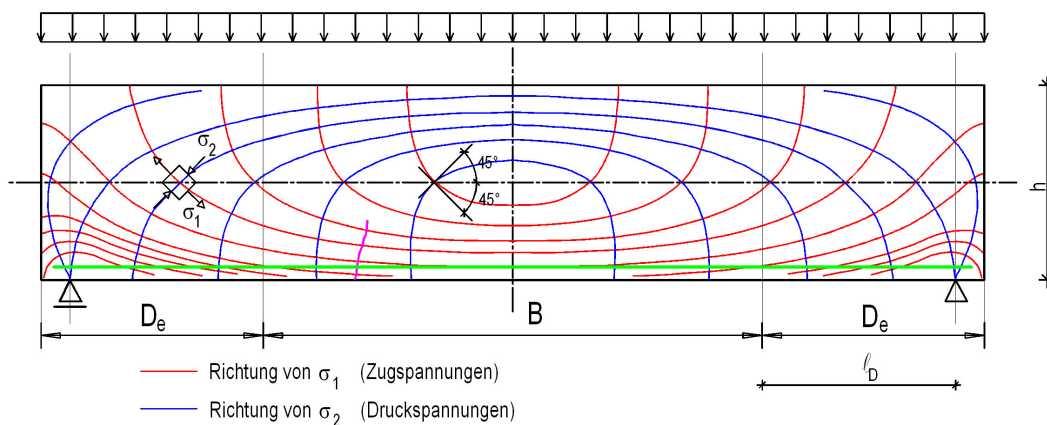


Bild 4.1: Hauptspannungstrajektorien eines Balkens mit Biegeriss

Während nach *Bild 4.1* die Aufnahme der Biegezugkraft im gerissenen Zustand durch die grün dargestellte Biegezugbewehrung problemlos gesichert ist, wird der Spannungszustand im Steg durch den Riss deutlich gestört. Sowohl die mit leichter Krümmung nach oben gerichteten Zugspannungen als auch die nach unten gerichteten Druckspannungen werden im Rissbereich umgelenkt. Wie bei einer Fensteröffnung in einer Wand müssen die Spannungstrajektorien zu den Rissrändern bzw. zur rissüberbrückenden Bewehrung geleitet werden, wie dies qualitativ im *Bild 4.2* dargestellt ist.

Der in den *Bildern 4.1* und *4.2* dargestellte Fall entspricht jedoch nur bei sehr geringer Belastung der Praxis, da die Biegerisse bei zunehmender Belastung nicht einzeln, sondern in bestimmten Abständen in Serie entstehen. Die im *Bild 4.2* qualitativ dargestellte Umlenkung der Hauptspannungstrajektorien muss sich daher innerhalb der von den benachbarten Rissen begrenzten Rissfelder ausbilden. Es entsteht die im *Bild 4.3* qualitativ dargestellte Situation.

In den Feldern zwischen den Rissen bilden sich demnach sich kreuzende Zug- und Druckstreben, wobei die entstehenden Stegzugspannungen natürlich wesentlich größer werden als in vergleichbaren Systemen im Zustand I. Dies resultiert zum Einen aus der Tatsache, dass die Zugspannungen in den Bereichen über den Risswurzeln konzentriert zusammengeführt werden; zum Anderen wird die Größe der Zugspannungen offensichtlich auch stark beeinflusst vom Verhältnis der Risstiefen zu den Rissabständen: Je größer dieses Verhältnis ist, um so steiler verlaufen die Zug- und Druckstreben innerhalb der Rissfelder, wodurch

zwar ihre Größe abnimmt, die zugehörigen Zugspannungen nehmen jedoch auf Grund des kleiner werdenden Querschnitts zu.

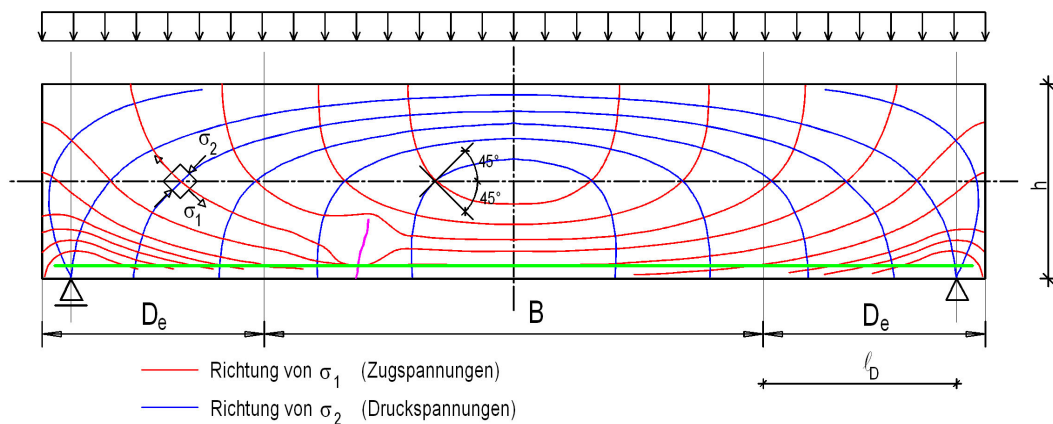


Bild 4.2: Umgelenkte Hauptspannungstrajektorien im Bereich eines Biegrisses

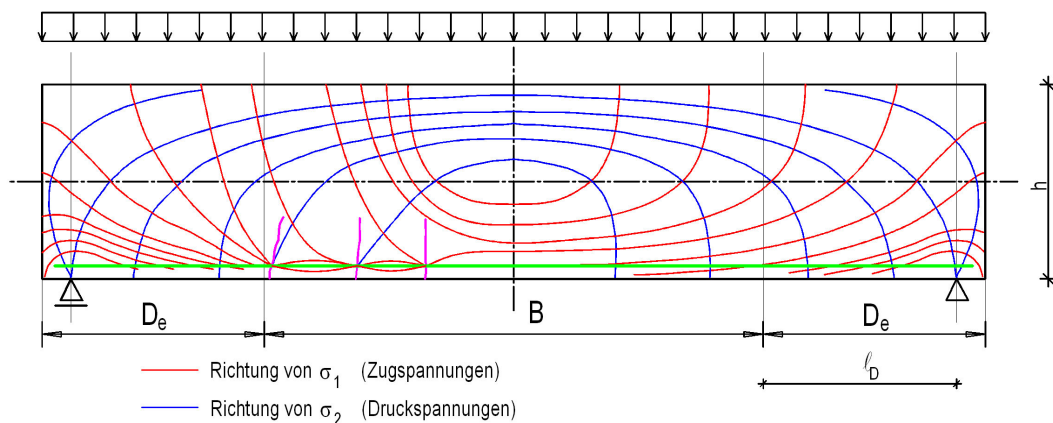


Bild 4.3: Umgelenkte Hauptspannungstrajektorien im Bereich mehrerer Biegrisse

Dieser Zusammenhang kann zunächst einmal qualitativ mit FE-Berechnungen, s. beispielsweise *Bild 4.4*, bestätigt werden. Bei den FE-Berechnungen, die im vorliegenden Forschungsvorhaben für Untersuchungen des Zustands II verwendet werden, wird bewusst auf Programme verzichtet, die das nichtlineare Verhalten des Betons abbilden können. Die händische Modellierung von Rissen in Form von Öffnungen stellt sicher, dass das vorgegebene Rissbild nachvollziehbar auch tatsächlich abgebildet wird und nicht mit Rissbildern gearbeitet wird, deren Verlauf möglicherweise an programmtechnische Festlegungen gebunden sein könnte. Allerdings werden dabei von einzelnen Programmen im Bereich der (kleinen) Elemente für die Bewehrung sehr große Kerbspannungen errechnet.

Im *Bild 4.4*, in dem, um einen größeren Darstellungsmaßstab zu erzielen, nur das halbe System abgebildet wurde, ist gut zu erkennen, dass die Zug- und Druckstreben zwischen den Rissen qualitativ die zuvor beschriebene Form annehmen. Es ist u. a. auch abzulesen, dass die um die Risse geleiteten Zugspannungen aus Gleichgewichtsgründen entlang des zugehörigen Rissrandes eine Druckstrebe bilden.

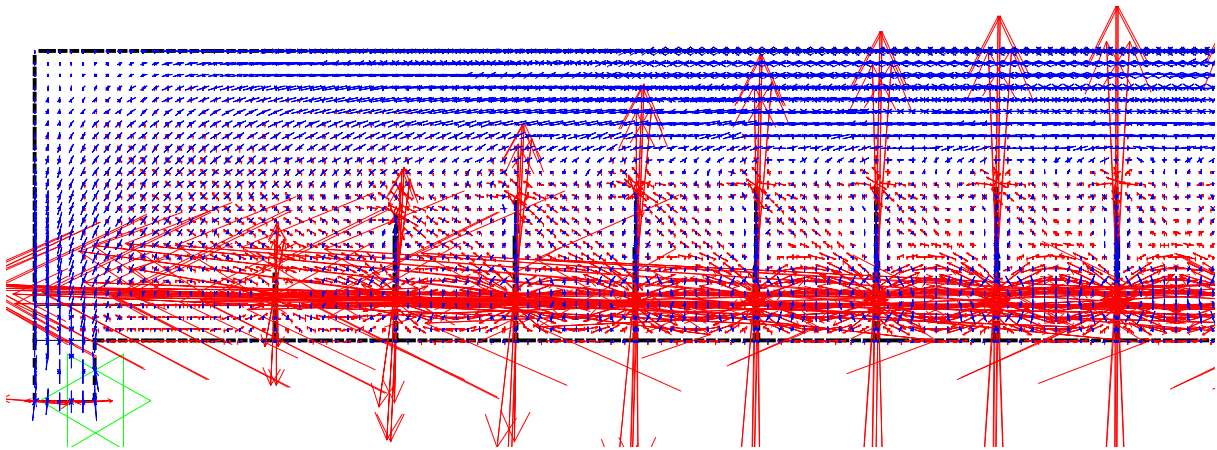


Bild 4.4: FE-Berechnung eines Biegeträgers unter Gleichlast mit vorgegebenen Biegerissen (halbes System)

Allerdings ist davon auszugehen, dass das linearelastische Materialverhalten, das die Grundlage bildet für den im *Bild 4.4* dargestellten Spannungszustand, vor Allem im Bereich der Risswurzeln in Wirklichkeit nicht gegeben ist. So wurde u. a. von *Zink* [4.1] aufgezeigt, dass den jeweiligen Risswurzeln Mikrorisse und eine Bruchprozesszone vorgelagert sind. Dies dürfte dazu führen, dass der Beton in dieser Zone wesentlich weicher auf Zugspannungen reagiert als in noch völlig ungestörten Bereichen. Die im *Bild 4.4* erkennbaren Spannungskonzentrationen unmittelbar im Bereich der Risswurzeln werden sich daher in den Stahlbetonkonstruktionen selbst so nicht wieder finden.

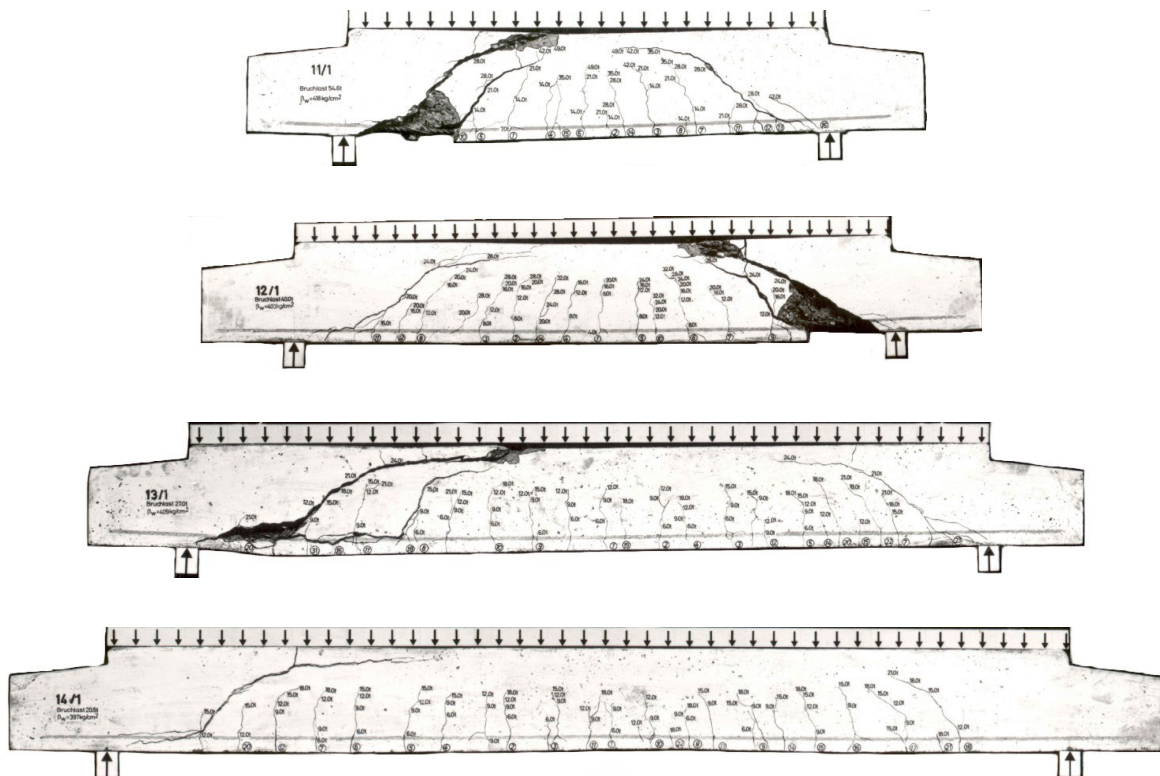


Bild 4.5.a: Rissbilder der Balken 11/1 bis 14/1 aus [2.4]

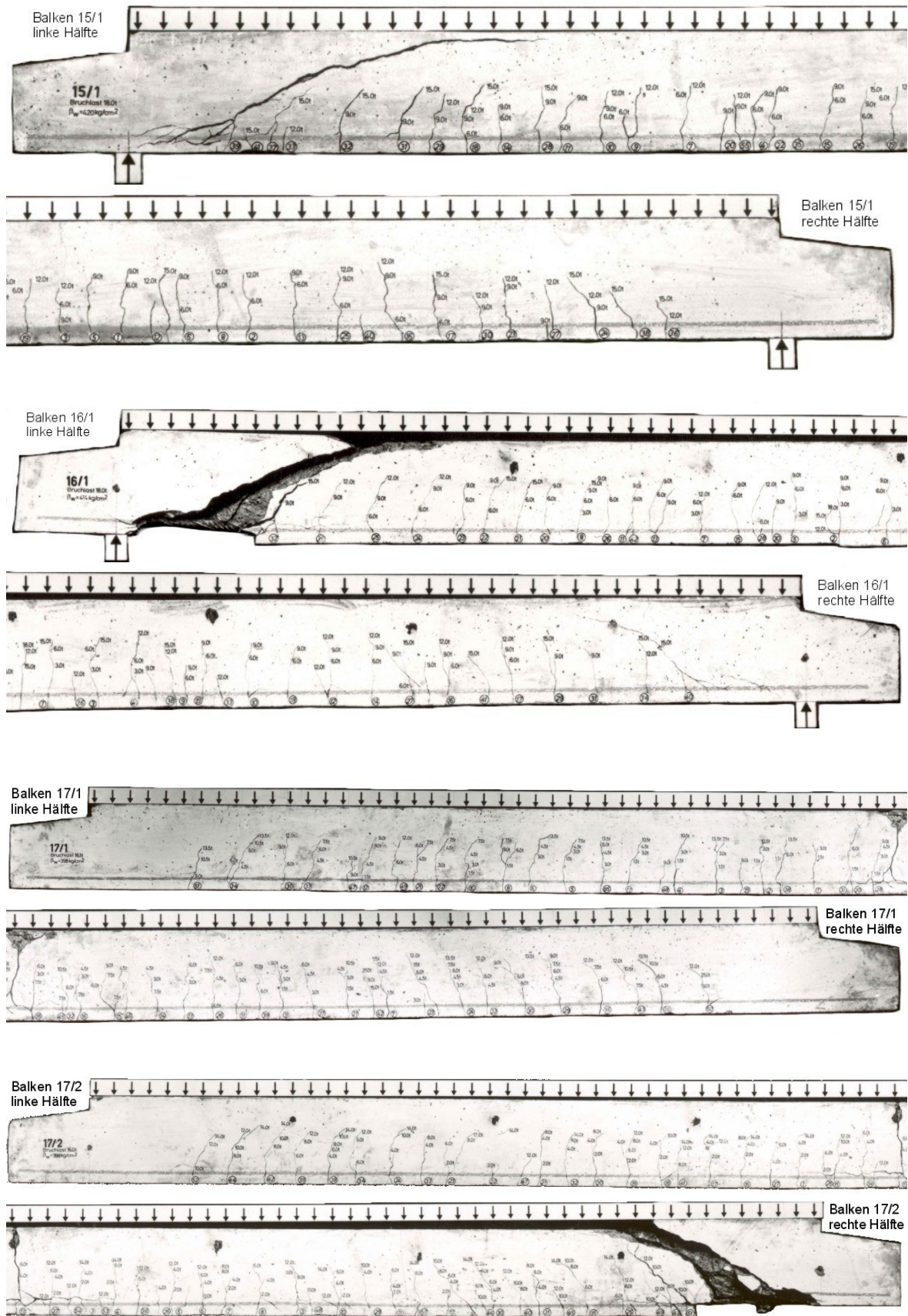


Bild 4.5.b: Rissbilder der Balken 15/1 bis 17/2 aus [2.4]

Von grundlegender Bedeutung ist nun die Frage, ob die hier diskutierten Spannungszustände qualitativ auch aus Rissbildern von Versuchskörpern ablesbar sind. Dies ist tatsächlich der Fall. Als Beleg werden im Folgenden beispielhaft die Versuchsbalken 11/1 bis 17/1 von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] verwendet, die in den *Bildern* 4.5.a und b wiedergegeben sind.

Im *Bild* 4.6 sind in vergrößerter Form Ausschnitte aus den Balken 17/1 und 17/2, die bereits als Ganzes im *Bild* 4.5.b enthalten sind, dargestellt. An den markierten Stellen der Balken ist im *Bild* 4.6 jeweils eindeutig zu erkennen, dass die entstandenen Rissabschnitte genau rechtwinklig zu den oben beschriebenen Zugstreben verlaufen, die ihrerseits stets genau zum nächst gelegenen Kreuzungspunkt der Biegezugbewehrung mit einem Riss führen.

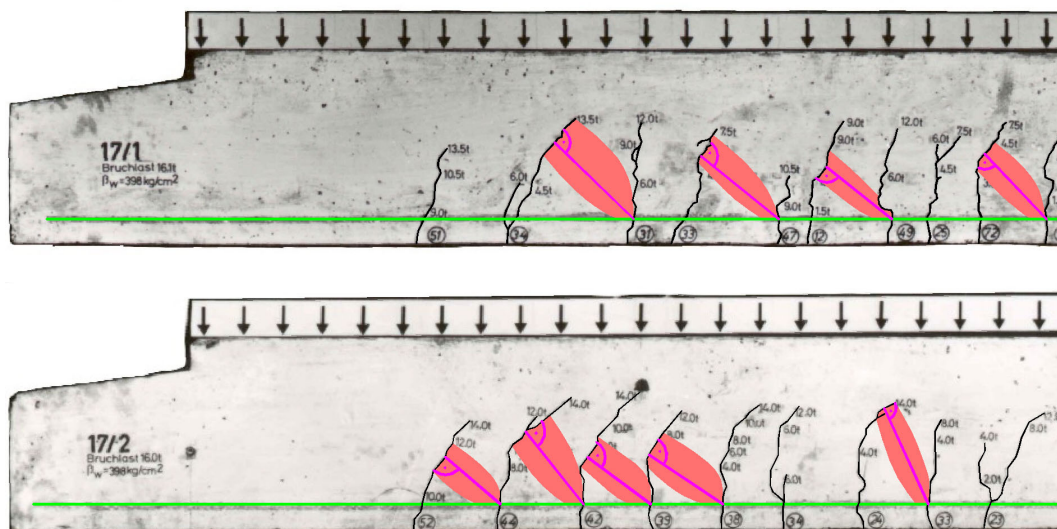


Bild 4.6: Ausschnitte aus den Balken 17/1 und 17/2 aus [2.4]

Obwohl der Steg in diesen Teilbereichen in Folge der Hauptzugspannungen Risse aufweist, ist in diesem Zustand kein Versagen festzustellen. Das System ist demnach in der Lage, in diesem Bereich der Stegrisse ein weiteres, tertiäres Tragsystem zu aktivieren.

Verfolgt man die im *Bild* 4.6 dargestellten, von den Stegrissen abgeleiteten Zugspannungen in Richtung des Zuggurts, so stellt man fest, dass diese den Zuggurt genau an der Schnittstelle mit dem Biegeriss treffen. Für das Gleichgewicht der Vertikalkraftkomponenten an diesen Punkten ist erforderlich, dass jeweils rechts der Biegerisse eine entsprechende, geneigte Druckstrebe angreift. Der Zuggurt überträgt also nicht nur die randparallelen Komponenten der Steghauptspannungen, sondern bildet darüber hinaus auch einen kräftigen Verbundquerschnitt, der die rissparallelen Vertikalkraftkomponenten über die Biegerisse leitet.

Diese Tragwirkung des Zuggurts ist bekannt und wird in der Literatur häufig mit dem Begriff „Dübelwirkung“ beschrieben. Unter einem Dübel mit einer Belastung quer zu seiner Längsachse stellt man sich jedoch im Allgemeinen wohl eher ein weiches, nachgiebig gebettetes System vor. Insofern erscheint der Begriff der „Dübelwirkung“ im vorliegenden Zusammenhang nicht ganz passend, da es keine dokumentierten Rissbilder von ungestörten Systemen gibt, die ein Versagen des Zuggurts in Folge tatsächlicher Dübelbeanspruchung belegen würden.

Ganz im Gegenteil, wie folgendes Beispiel belegt: *Reineck* stellte in [4.2] u. a. den Balken 8/1 aus [2.4] dar und verwies auf einen „Dübelriss“, der bereits bei 0,38-facher Bruchlast

aufgetreten war, vgl. *Bild 4.7*. Obwohl die kraftschlüssige Verbindung des Zuggurts mit dem Steg auf die ganze Länge des sehr flach verlaufenden „Dübelrisses“ unterbunden war, konnte das System auch in diesem Bereich ohne Versagen eine Laststeigerung um den mehr als 2,5-fachen Wert gegenüber der den „Dübelriss“ verursachenden Belastung aufnehmen!

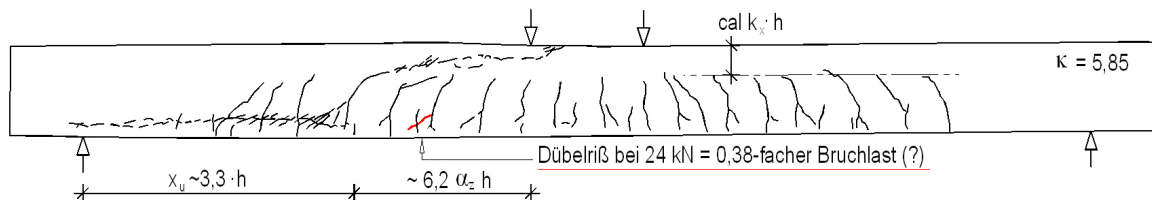


Bild 4.7: „Dübelriss“ im Balken 8/1 nach *Reineck* [4.2]

Dies ist nur erklärbar mit dem tatsächlich sehr wirksamen, biegesteifen Teiltragsystem des Zuggurts als kräftiger, lokaler Biegeträger, bei dem die Bewehrung und der umschließende Beton außerhalb der Biegerisse eine hoch wirksame Verbundkonstruktion darstellen und als solche lokale Querkräfte auch über größere Längen weiterleiten können.

In anderem Zusammenhang, nämlich der Begrenzung der Rissbreiten, ist für dieses Tragsystem in der DIN 1045-1 [0.1] der Begriff des Wirkungsbereichs der Bewehrung ($A_{c,eff}$) definiert. Er beschreibt die Zone, in der eine Bewehrung die Entwicklung von Rissbreiten beeinflusst. Dies heißt, dass sich die Dehnungen des Betons in diesem Wirkungsbereich nicht unabhängig von der Bewehrung entwickeln können. Die Dicke dieser Zone wird mit $2,5 \cdot d_1$ angesetzt, wobei d_1 den Achsabstand der Bewehrung zum nächstgelegenen Rand beschreibt. Übernimmt man modellhaft diese Dicke für das hier diskutierte, biegesteife Teiltragsystem des Zuggurts und ordnet diesem über den Erfahrungswert von Biegeschlankheiten mögliche Stützweiten für die Übertragung von Lasten zu, so erreichen diese Stützweiten ca. das 20- bis 50-fache des Wertes d_1 - also Längen, die u. U. weit größer sind als die Bauteildicke des Primärtragwerks.

Aber selbst dann, wenn der Zuggurt, wie im *Bild 4.7* rot dargestellt, durch einen geeigneten Riss unmittelbar über der Bewehrung bereits vom übrigen Steg getrennt wurde, verbleibt ein Teiltragsystem mit einer größeren Bauteildicke als d_1 . Auch in diesem Fall dürfte das reduzierte Teiltragsystem in der Lage sein, Querkräfte über Biegung auf eine Länge von mindestens $10 \cdot d_1$ zu übertragen (was bei dünnen Bauteilen der gesamten Bauteildicke entsprechen kann). Allerdings muss bei dieser Überlegung auch bedacht werden, dass sich dieses auf Biegung beanspruchte Teiltragsystem bei hoher Beanspruchung der Lastaufnahme durch Verformungen teilweise entziehen kann.

Ohne dass dies bei den bisherigen Betrachtungen innerhalb dieses Kapitels besonders hervorgehoben wurde, ist auf Grund der vorhergehenden Ausführungen klar, dass sie sich - nimmt man, wie noch gezeigt werden wird, den von *Reineck* [4.2] diskutierten „Dübelriss“ aus - ausschließlich auf Biegebereiche beziehen können. Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln verdeutlicht wurde, sind in den D-Bereichen - natürlich auch im Zustand II - anders geartete Spannungszustände zu erwarten als in den Biegebereichen. Die weiteren qualitativen Betrachtungen für den Zustand II werden daher im Folgenden wieder getrennt für die verschiedenen Bereiche durchgeführt.

4.1 Die Stegbeanspruchung im Biegebereich

Der Biegebereich ist dadurch gekennzeichnet, dass sich die Spannungen im Zustand I nach der Biegetheorie einstellen. Erreichen Zugspannungen die Betonzugfestigkeit, entstehen Risse. Wie die *Bilder 3.64 bis 3.71* beispielhaft belegen, ist dies in den meisten Fällen zuerst am gezogenen Rand im Bereich der betragsmäßig größten Momente der Fall.

Das *Bild 4.8* zeigt diesen Zustand beispielhaft an zwei Versuchsbalken, die von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* in [2.5] vorgestellt wurden.

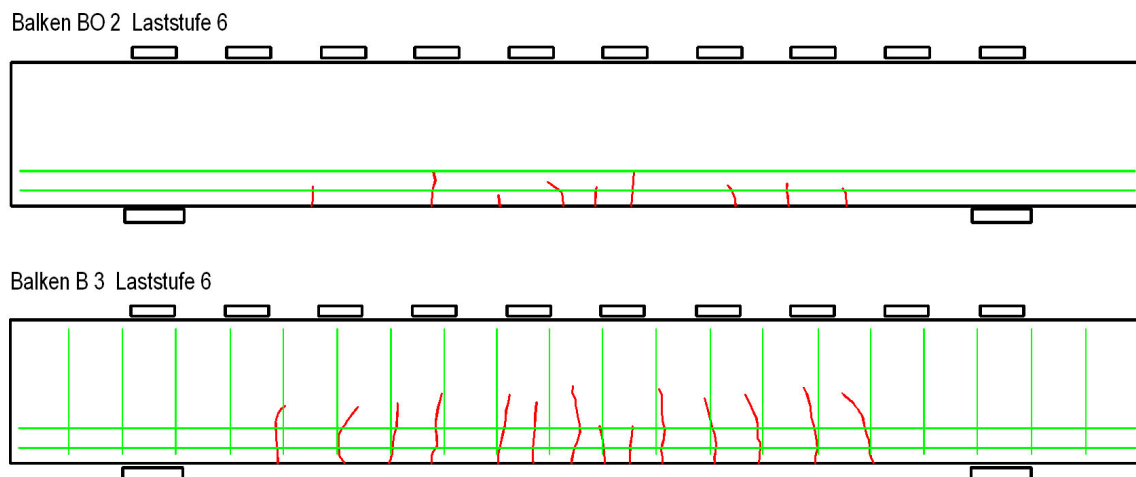


Bild 4.8: Balken unter Gleichlast nach dem Übergang in den Zustand II [2.5]

Die selten vorgenommene Gegenüberstellung von Balken mit und ohne Stegbewehrung zeigt im *Bild 4.8* sehr eindrucksvoll, dass durch Bewehrung nicht in allen Fällen bessere Konstruktionen entstehen: Im vorliegenden Fall bilden die Bügel nicht nur die Ansatzpunkte für mehr Risse als im Tragwerk ohne Stegbewehrung, sie führen vielmehr bei der gleichen Laststufe durch die Schwächung des Betonquerschnitts rechtwinklig zu den Biegezugspannungen zu deutlich größeren Risstiefen.

Die im *Bild 4.8* dargestellten Biegerisse bestätigen die im vorhergehenden Kapitel abgeleitete Feststellung, dass diese Biegerisse in guter Näherung rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Weiterhin ist zu erkennen - wenn hier auch nicht all zu stark ausgeprägt - dass sich die Risstiefen etwa proportional zur jeweiligen Größe des Biegemoments einstellen. Dies bedeutet, dass die Stegtragfähigkeit über die Risstiefen sehr deutlich von der Größe des Moments an der betrachteten Stelle abhängt. Aus dieser Feststellung kann bereits an dieser Stelle die qualitative Folgerung gezogen werden, dass die primäre Stegtragfähigkeit in der Nähe von frei drehbaren Endauflagern (D_e -Bereich) höher sein muss als in der Nähe von Innenstützen (D_i -Bereich).

Es kann bereits bei dieser geringen Laststufe festgestellt werden, dass sich die Risstiefen nicht nach der Spannungsverteilung im Zustand I einstellen, sondern bereits über die Träger-Nulllinie reichen. Es liegt auf der Hand, dass die Risstiefen ebenso wie die Rissabstände für die Größe der Stegzugspannungen im Zustand II von ausschlaggebender Bedeutung sind. Ebenso lässt sich leicht nachvollziehen, dass diese bedeutende Größe der Risstiefen stark von der Querschnittsform abhängen kann.

Um ein realistisches Tragmodell entwickeln zu können, ist es daher unumgänglich, dass als Eingangswert eine hinreichend zuverlässige Bestimmung der Risstiefen zur Verfügung steht.

Die im *Bild 4.8* dargestellten Rissbilder unterscheiden sich von den meisten dokumentierten Versuchsergebnissen dadurch, dass die vielfach bekannten, schräg verlaufenden Risse im Stegbereich bei der betrachteten Laststufe noch nicht vorhanden sind. Dies erlaubt den Schluss, dass sich die Risse im Zustand II schrittweise einstellen. Bei genauerer Betrachtung können tatsächlich nach einem festen Muster immer wieder die gleichen Stufen abgeleitet werden. Bei der Entstehung dieser schrittweisen Rissentwicklung wird man wohl von einer gewissen Rissdynamik ausgehen müssen. Die einzelnen Rissabschnitte entstehen demnach nicht an jeder Stelle in Folge einer zum Zeitpunkt der Rissentstehung immer exakt gleichen Zugfestigkeit, sondern entwickeln sich vielmehr immer über eine gewisse Länge, wenn an einer Stelle die rissauslösende Dehnung erreicht wird. Um diese schrittweise Entwicklung möglichst nachvollziehbar darstellen zu können, werden im Folgenden die einzelnen Entwicklungsstufen aufgezeigt und mit „Zustand II.1“ bis „Zustand II.7“ bezeichnet.

⇒ Der Zustand II.1

Dieser Zustand beschreibt die bereits am Beispiel des *Bildes 4.8* diskutierte Situation, dass zu Beginn des Zustands II nur Biegerisse entstehen, die näherungsweise alle rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen - es sei denn, es werden Risse betrachtet, die dem D_e -Bereich zuzuordnen und daher etwas stärker geneigt sind.

Um die verschiedenen Stadien des Zustands II durchgängig darstellen zu können, wird im Folgenden die linke Seite des Balkens 15/1 aus [2.4], der bereits in ganzer Länge im *Bild 4.5.b* enthalten ist, verwendet. In der Ausschnittsvergrößerung im *Bild 4.9* sind für die ersten vier Risse in Auflagernähe jeweils der Anfangspunkt (A) sowie der vorläufige Endpunkt E_1 im Zustand II.1 eingetragen. Obwohl die Darstellung das gesamte Rissbild nach dem Versagen des Balkens beinhaltet, sind die Punkte E_1 leicht festzustellen, da sie jeweils einen deutlichen, ersten Knickpunkt im Rissverlauf markieren.

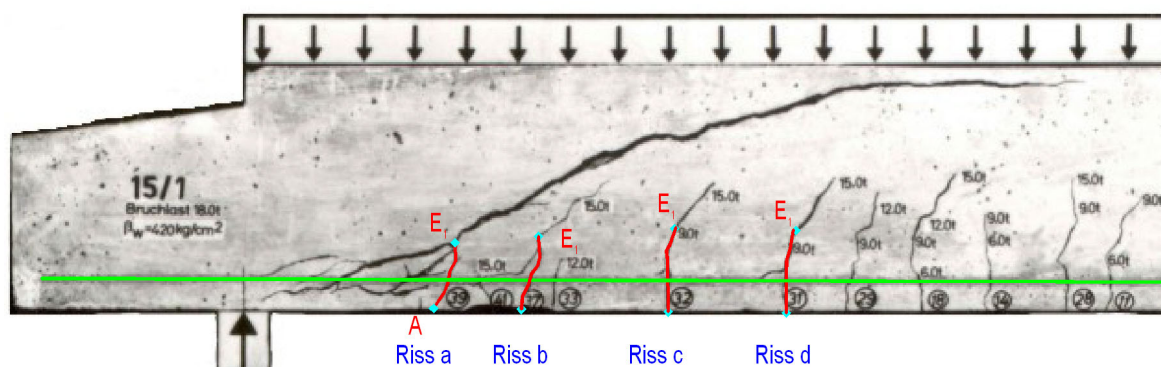


Bild 4.9: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_1 im Zustand II.1

Definition: Mit **Zustand II.1** wird die Situation bezeichnet, in der nur Biegerisse vorhanden sind, die näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen.

⇒ Der Zustand II.2

Die Biegerisse des Zustands II.1 bewirken, dass die Stegzugspannungen über die Risswurzeln an den Punkten E_1 umgeleitet werden müssen. Da auch in diesem Fall das System den Spannungszustand einnimmt, der das Minimum der Formänderungsarbeit darstellt, besteht einerseits die Tendenz, dass die Zugspannungen relativ konzentriert an den Risswurzeln vorbei laufen; andererseits ist im Bereich der Risswurzeln in Folge der Bruchprozesszone eine gegenüber den noch ungestörten Bereichen deutlich verringerte Dehnsteifigkeit anzunehmen. Die resultierende Stegzugkraft dürfte daher zur Risswurzel meist einen deutlichen Abstand aufweisen.

Die nach diesen Gesichtspunkten entstehende Zugspannungsverteilung bewirkt, dass an den bisherigen Risswurzeln E_1 ein weiterer Rissabschnitt rechtwinklig zu diesen umgelenkten Stegzugspannungen entsteht. Ihr jeweiliger Endpunkt ist im *Bild 4.10* mit E_2 bezeichnet. (Es ist darauf hinzuweisen, dass der entsprechende Rissabschnitt des Risses „b“ vermutlich zu einem deutlich späteren Zeitpunkt entstanden ist als derjenige des Risses „a“. Gleiches gilt für die Risse „c“ und „d“.)

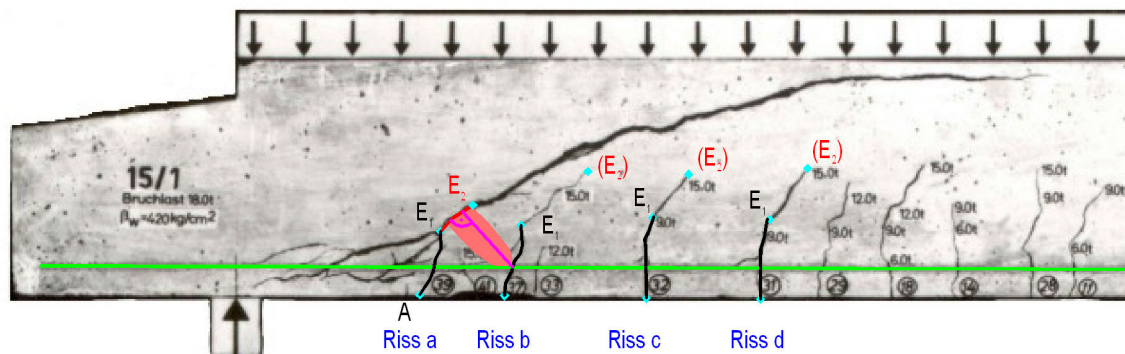


Bild 4.10: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_2 im Zustand II.2

Legt man an die durch die Punkte E_1 und E_2 begrenzten Rissabschnitte jeweils das Lot an, so führt es stets zielgenau zum Schnittpunkt des nächstgelegenen Biegerisses mit der Biegezugbewehrung. Diese aus dem Rissbild abgeleiteten Spannungszustände korrespondieren somit qualitativ vollständig mit dem beispielhaften, im *Bild 4.4* wiedergegebenen Ergebnis einer FE-Berechnung.

Die beschriebene, geometrische Abhängigkeit der Rissabschnitte des Zustands II.2 von der Risstiefe und dem jeweiligen Rissabstand führt dazu, dass diese Rissabschnitte weder gleich lang sind, noch die gleichen Neigungswinkel aufweisen. Die Unterschiede sind für die vier betrachteten Risse „a“, „b“, „c“ und „d“ sehr gut zu erkennen.

Die Größe der zugehörigen, rissauslösenden Beanspruchung hängt ganz offensichtlich stark ab von der Risstiefe im Zustand II.1 - also im Wesentlichen von der Größe des an der betrachteten Stelle wirksamen Biegemoments - sowie den Rissabständen, die in erster Linie von den gewählten Stabdurchmessern und der Stahlspannung der Biegezugbewehrung abhängen. Denn je größer die Risstiefen und je kleiner die Rissabstände sind, um so steiler verlaufen die Stegzugstreben. Deren Horizontalkomponente ergibt sich aber stets aus der Gurtdifferenzkraft (dem Momentengradienten), die sich zwischen zwei benachbarten Rissen aufsummiert. Diese Tendenz wird allerdings wieder abgemindert durch den Umstand, dass mit zunehmenden Risstiefen der Hebelarm der inneren Kräfte etwas zunimmt, wodurch die Gurtdifferenzkräfte geringfügig abnehmen.

Im *Bild 4.10* ist noch ein weiterer Beleg für die in den Rissfeldern entstehenden geneigten Stegzugstreben zu erkennen: Diese haben nicht nur jeweils zur Rissbildung von den Punkten E_1 zu den Punkten E_2 geführt, sondern haben auch teilweise am anderen, am Zuggurt angreifenden Ende der Stegzugstreben Risse verursacht. Soweit sie tatsächlich im Zustand II.2 entstanden sind (Beispiel: Riss „c“), verlaufen sie parallel zu dem zugehörigen Riss zwischen den Punkten E_1 und E_2 . Es handelt sich hierbei um die bereits angesprochenen Risse, die bislang in der Literatur meist als „Dübelrisse“ bezeichnet wurden.

Für das Tragvermögen des Systems sind diese am Zuggurt angreifenden Risse von untergeordneter Bedeutung, da - wie bereits erläutert - der Zuggurt in der Lage ist, die auftretenden Vertikalkraftkomponenten als Biegeträger über die gestörte Zone zu leiten.

Definition: Der **Zustand II.2** ist gekennzeichnet durch geknickte oder auch ausgerundete Risse, die sich zusammensetzen aus den Biegerissen und dem jeweils ersten Abschnitt der Stegrisse. Bei kräftigen Zuggurten kann der Zustand II.2 auch ohne zugehörigen Biegeriss entstehen.

⇒ Der Zustand II.3

Die im Zustand II.2 entstehenden Stegrisse zwischen den Punkten E_1 und E_2 bewirken, dass die Stegzugspannungen nunmehr an den neuen Risswurzeln E_2 vorbei geführt werden müssen. Sie werden dadurch noch steiler umgelenkt als im Zustand II.2.

Die steil umgelenkten Stegzugspannungen bewirken einen neuen Rissabschnitt, der entsprechend flacher geneigt ist, da die zugehörigen Zugspannungen nach wie vor zum benachbarten Schnittpunkt der Biegezugbewehrung mit dem zugehörigen Biegeriss gerichtet sind. Die Risse können nun bereits das gesamte betrachtete Rissfeld überbrücken. Dies wird dadurch deaktiviert. In diesem Rissfeld kann nun kein Ausgleich mehr stattfinden zwischen den veränderlichen Biegezug- und -druckkräften. Das benachbarte Feld muss die Differenzkräfte dieses Rissfeldes mit ausgleichen. Im Balken 15/1 aus [2.4] trifft dies zu für das Feld zwischen den Rissen „a“ und „b“, vgl. *Bild 4.11*.

Die Rissfelder zwischen den Rissen „b“ und „c“ sowie zwischen „c“ und „d“ können dagegen noch geneigte Stegzugkräfte übertragen. Das Rissfeld „b - c“ befindet sich noch im Zustand II.2, das Rissfeld „c - d“ dagegen im Zustand II.1 und trägt weiterhin zum Ausgleich der Biegezugkräfte bei.

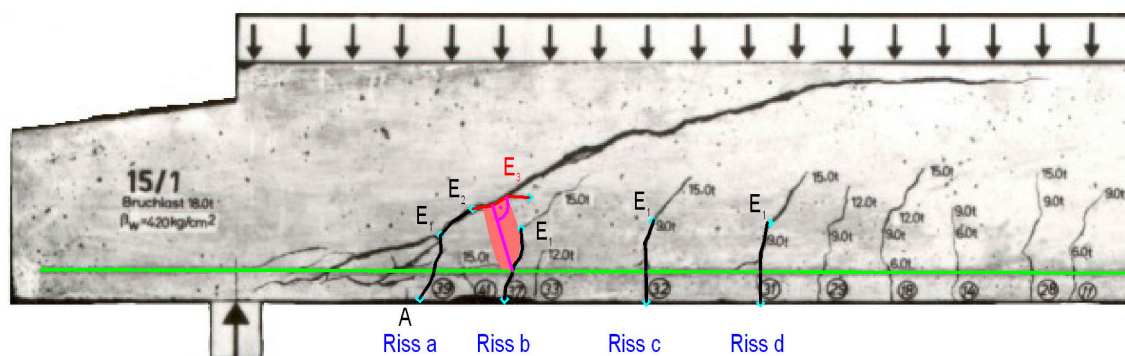


Bild 4.11: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_3 im Zustand II.3

Je nach Verhältnis zwischen Rissabstand und Risstiefe kann der Zustand II.3 auch übersprungen werden, wenn der Rissabschnitt des Zustandes II.2 so weit reicht, dass sich in dem betroffenen Rissfeld keine Stegzugstrebe mehr ausbilden kann. Hierfür bildet der erste Riss neben dem rechten Auflager des Balkens 16/1 von [2.4] (s. *Bild 4.5.b*) ein Beispiel.

Definition: Der **Zustand II.3** ist gekennzeichnet durch einen dreiteiligen, geknickten oder ausgerundeten Rissverlauf, der sich zusammensetzt (ggf.) aus dem Biegeriss und einem ersten und zweiten Abschnitt des Stegrisses, der sich aber nur über das unmittelbar betroffene Rissfeld erstreckt.

Ab dem Zustand II.3 wird der schrittweise entstandene Riss als „**kritischer Stegriss**“ bezeichnet.

⇒ Der Zustand II.4

Durch den Ausfall des ersten, zwischen den Rissen „a“ und „b“ gelegenen Rissfeldes wird die Beanspruchung im Nachbarfeld (zwischen den Rissen „b“ und „c“) erhöht. Der bereits relativ flach verlaufende kritische Riss verlängert sich in dieses Feld. Da die zu Grunde liegende Stegzugstrebe nun wieder deutlich weniger steil verläuft als diejenige im Zustand II.3, beginnt der zugehörige Rissabschnitt im Beispiel des Balkens 15/1 (s. *Bild 4.12*) nicht am bisherigen Endpunkt E_3 des Risses, sondern davor an einem Knickpunkt des Stegrisses. Die Änderung der Rissrichtung in diesem Stadium ist auch bei den entsprechenden Rissen auf der linken Seite der Balken 13/1 und 14/1 deutlich zu erkennen.

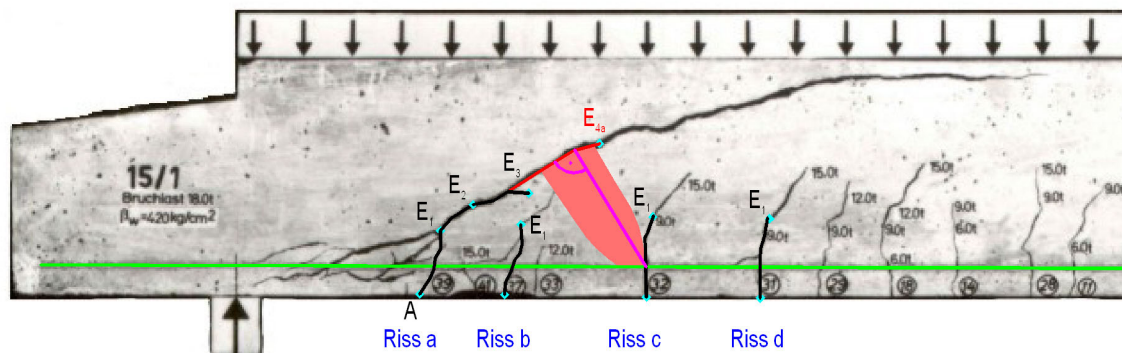


Bild 4.12: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_{4a} im Zustand II.4a

Je nach Verhältnis der Breite zur Höhe dieses Rissfeldes (hier von den Rissen „b“ und „c“ begrenzt) entwickelt sich dieser Rissabschnitt entweder in einer Stufe über das gesamte Rissfeld oder aber - sinngemäß zu den Zuständen II.2 und II.3 - in zwei Stufen mit leicht unterschiedlichen Rissrichtungen.

Im Falle der linken Seite des Balkens 15/1 nach [2.4] hatte sich der Riss in zwei Teilstufen ausgebildet. In der ersten Teilstufe endete er gemäß *Bild 4.12* am Punkt E_{4a} . Anschließend verlängerte sich der Riss auf Grund der nunmehr wieder sehr steil angeordneten Stegzugstrebe bis zum Punkt E_{4b} , vgl. *Bild 4.13*.

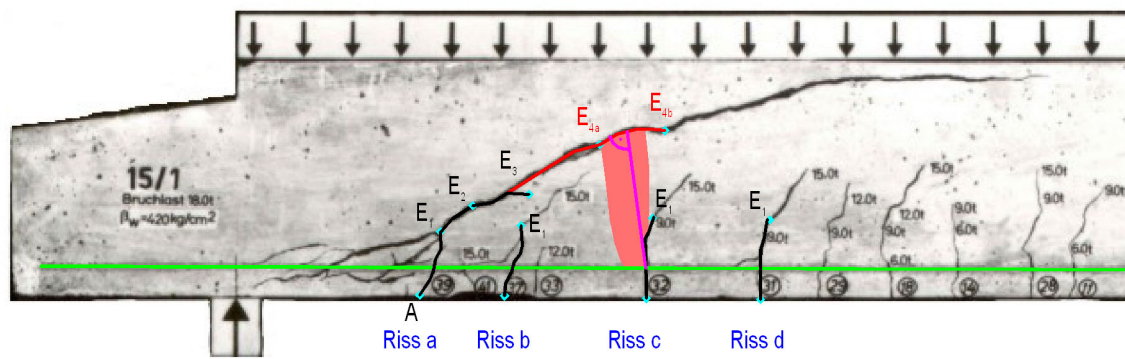


Bild 4.13: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_{4b} im Zustand II.4b

Da sich in diesem Stadium der kritische Stegriss bereits aus mehreren Abschnitten zusammensetzt, die allesamt eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Neigung aufweisen, kann ab diesem Zustand die Höhe der Biegedruckzone durch diese Rissentwicklung bereits deutlich eingeschränkt sein. Im Falle des Balkens 15/1 ist dies noch nicht sehr ausgeprägt; anders jedoch im Beispiel des Balkens 13/1 (*Bild 4.5.a*), insbesondere auf der linken Seite: Auf Grund der vergleichsweise großen Rissabstände hat hier der Zustand II.4 dazu geführt, dass für die Biegedruckzone über dem kritischen Stegriss nur noch eine geringe Resthöhe zur Verfügung steht, was zu entsprechend größeren Biegedruckspannungen führt.

Sobald der kritische Stegriss den Bereich der Biegedruckzone erreicht hat, wird die weitere Rissrichtung nicht mehr allein durch die geometrischen Bedingungen des aktuellen Rissfeldes bestimmt. In Folge der Querkontraktion bilden sich in der Druckzone Querkzugspannungen, die rechtwinklig zum gedrückten Rand verlaufen. Diese Querkzugspannungen bilden mit den Stegzugspannungen resultierende Zugspannungen, die steiler geneigt sind als die allein aus der Stegbeanspruchung resultierenden Zugspannungskomponenten. Dies hat zur Folge, dass der kritische Stegriss in der Biegedruckzone flacher verläuft, als es sich allein aus der Geometrie des Rissfeldes ergeben würde.

Definition: Der **Zustand II.4** ist gekennzeichnet durch einen mehrteiligen, geknickten oder ausgerundeten Rissverlauf im Steg, der - meist ausgehend aus einem Biegeriss - zwei Rissfelder überbrückt.

⇒ **Der Zustand II.5**

Die Rissbildung des Zustands II.4 führt dazu, dass der Steg bereits in zwei benachbarten Rissfeldern (zwischen den Rissen „a“ und „c“) nicht mehr zum Kraftausgleich zwischen Biegezug- und -druckgurt zur Verfügung steht.

Je nach Verhältnis der Biegerissabstände zur Bauteilhöhe kann sich der Riss noch über weitere Rissfelder fortentwickeln. Dies ist im Beispiel des Balkens 15/1 aus [2.4] in der Nähe des linken Auflagers geschehen. Da bei den nunmehr entstehenden Teilständen davon ausgegangen werden kann, dass sie gegenüber dem jeweils vorhergehenden Teilsystem kaum noch nennenswerte Tragreserven aufweisen, werden sie pauschal unter der Bezeichnung „Zustand II.5“ zusammengefasst.

Wie das *Bild 4.14* verdeutlicht, sind im Beispiel des Balkens 15/1 aus [2.4] in der Nähe des linken Auflagers in diesem Zustand II.5 noch mehrere Teilstände zu erkennen:

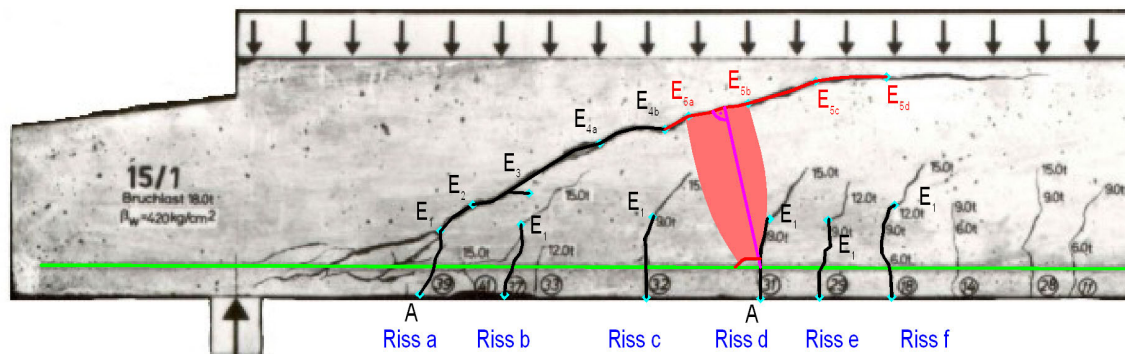


Bild 4.14: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit Kennzeichnung der Rissabschnitte A - E_{5d} im Zustand II.5

Der kritische Stegriss verläuft zunächst vom Punkt E_{4b} bis zum Punkt E_{5a} und setzt sich dann zum Punkt E_{5b} fort. Bei jedem der genannten Punkte ist ein - wenn auch nur noch geringer - Neigungswechsel erkennbar. Die im *Bild 4.14* dargestellte Stegzugstrebe, die zu dem Rissabschnitt führte, hat im vorliegenden Beispiel auch wieder einen kurzen Stegriss am Fußpunkt der Stegzugstrebe (oberhalb des Punktes A des Risses „d“) unmittelbar über der Biegezugbewehrung verursacht (sog. „Dübelriss“). Die Zuordnung dieses Risses zur Stegzugstrebe des zugehörigen Stegspannungszustandes ist jedoch eindeutig möglich, da dieser Riss parallel zum zugehörigen Stegrissabschnitt verläuft (von Punkt E_{5a} bis Punkt E_{5b}).

Nachdem der Riss den Punkt E_{5b} erreicht hat, ist die Mitwirkung des Steges auch im dritten Rissfeld, also zwischen den Rissen „a“ und „d“, ausgeschaltet. Hinter dem Punkt E_{5b} bildet sich eine steile Stegzugstrebe, die zum Kreuzungspunkt des Risses „e“ mit der Biegezugbewehrung führt. Die daraus resultierende Verlängerung des kritischen Stegrisses bis zum Punkt E_{5c} schaltet die Tragwirkung des nunmehr vierten Rissfeldes zwischen den Rissen „d“ und „e“ aus.

Es kann sich noch einmal eine weitere Stegzugstrebe ausbilden, die zur Rissverlängerung bis zum Punkt E_{5d} führt und schließlich auch die Tragwirkung des Gesamtsteges im fünften Rissfeld (zwischen den Rissen „e“ und „f“) ausschaltet.

Im Beispiel des Balkens 15/1 ist nun vom Punkt A des Biegerisses „a“ bis zum Punkt E_{5d} im Bereich der gesamten Stegrisslänge kein Ausgleich mehr möglich zwischen den aus Gleichgewichtsgründen zwingend erforderlichen Veränderungen der Biegezug- und -druckkräfte. Das Tragwerk versucht, in diesem Zustand anderweitige Ersatzsysteme zu aktivieren.

Je nach den gegebenen geometrischen Verhältnissen - insbesondere des Verhältnisses der Rissabstände zu den Risstiefen im Zustand II.1 - kann der Zustand II.5 auch vollständig übersprungen werden. Dies ist beispielsweise der Fall in der linken Hälfte des Balkens 13/1 (s. *Bild 4.5.a*). Der kritische Stegriss ist hier bereits im Zustand II.4 so weit in die Biegedruckzone vorgedrungen und hat dabei eine nahezu randparallele Richtung eingenommen, dass sich keine weiteren Stegzugstreben ausbilden konnten und der kritische Stegriss bereits ab dem dritten Rissfeld randparallel verläuft. Die Rissrichtung wird in diesem Fall ausschließlich von den Querspannungen der Biegedruckzone bestimmt. Beim Balken 15/1 (*Bild 4.14*) ist dies rechts des Risses „f“ der Fall.

Definition: Der **Zustand II.5** ist gekennzeichnet durch einen mehrteiligen, geknickten oder ausgerundeten Rissverlauf im Steg, der - meist ausgehend von einem

Biegeriss - drei oder mehr Rissfelder überbrückt, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand zumindest leicht geneigt sind.

⇒ Der Zustand II.6

Der Stegbereich unterhalb des gesamten betrachteten Stegrisses weist nun keinen Kraftschluss mehr auf mit dem darüber befindlichen, durch den kritischen Stegriss abgetrennten Druckgurt. Der verbleibende Stegbereich unterhalb des betrachteten Risses bildet jedoch gemeinsam mit dem Zuggurt ein Teiltragsystem (Subsystem), das an der Stelle A des Risses „a“ über den Biegezuggurt als relativ leistungsfähiges Verbundsystem mit dem übrigen, auflagnahen Bereich des Tragsystems kraftschlüssig verbunden ist. Bei diesem Teiltragsystem, das im *Bild 4.15* blau unterlegt wurde, handelt es sich um einen Biegebalken mit veränderlicher Höhe, dem der Biegezuggurt im Riss „a“ ein Auflager bietet.

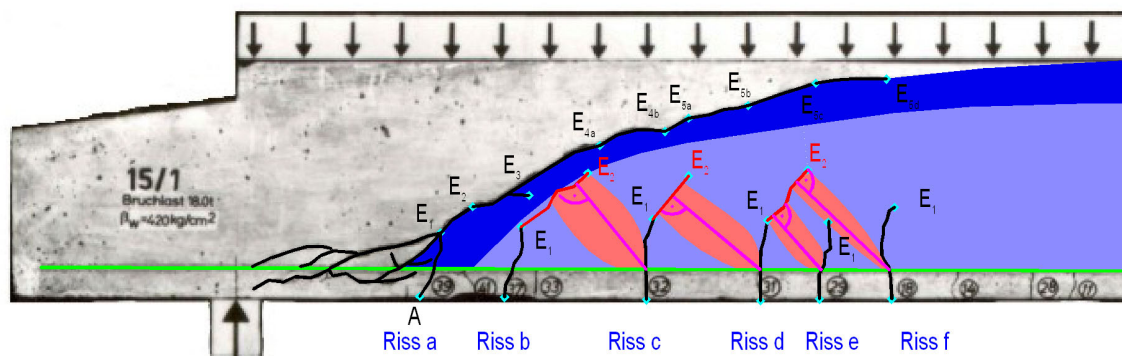


Bild 4.15: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] im Zustand II.6

Dieses Teiltragsystem weist unter dem kritischen Stegriss eine Biegedruckzone auf, die im *Bild 4.15* etwas dunkler dargestellt ist als das übrige Subsystem. Innerhalb dieses Teiltragsystems können sich nun auch wieder Stegrisse ausbilden, die den oben beschriebenen Gesetzmäßigkeiten der Zustände II.2 bis II.4 entsprechen können. Die Rissabschnitte zum Punkt E_2 der Risse „b“ bis „d“ dürften zu diesem Zeitpunkt entstanden sein. Ein anschauliches Beispiel stellt hierfür der Balken 13/1 aus [2.4] dar, der im *Bild 4.5.a* abgebildet ist: Der zweite und der vierte Riss unter dem kritischen Stegriss auf der linken Balkenseite weisen genau diese Charakteristik auf.

Das Teiltragsystem, das den Zustand II.6 charakterisiert, wird wohl zum Teil auch schon in den vorhergehenden Zuständen aktiviert und bildet eine Ergänzung des (teilweise) noch funktionierenden Ausgangssystems.

Im Zustand II.6 kann man nun näherungsweise davon ausgehen, dass der zwischen den kritischen Stegrissen einwirkende Anteil der Belastung diesem Teiltragsystem zugeordnet werden kann, vgl. *Bild 4.16*. Der Belastungsanteil, der im Bereich des kritischen Stegrisses wirkt, wird über ein kombiniertes Bogen-Sprengwerkssystem direkt zum Auflager abgetragen.

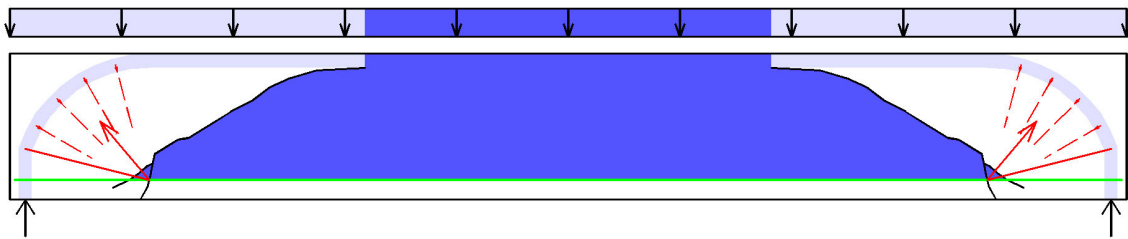


Bild 4.16: Lastanteil des Subsystems

Die Auflagerkraft des dunkelblau dargestellten Subsystems wird - bevor die nächste Stufe der Rissentwicklung beginnt - hinter dem kritischen Riss hochgehängt und gewährleistet die Umlenkkräfte für den Biegedruckgurt, der hier im D_e -Bereich in Richtung Auflager - genauer: zum „Dreieckelpunkt“ über dem Auflager, vgl. das vorherige Kapitel - geleitet wird, vgl. *Bild 4.17*. In diesem Stadium verschmilzt der versagende Biegebereich mit der Tragwirkung des D_e -Bereichs.

Maßgebend für die Tragfähigkeit in diesem Zustand ist der Auflagerbereich des Subsystems. Er muss in der Lage sein, die im Rissbereich auf den Zuggurt einwirkenden Vertikalkraftkomponenten hoch zu hängen. Diese Tragwirkung wird begrenzt durch die Zugfestigkeit des Systems in diesem Bereich, wobei angenommen werden kann, dass diese Zugfestigkeit im Bereich der Wirkungszone der Längsbewehrung über deren Verbundwirkung günstig beeinflusst wird. Dieser Tragwirkung überlagert sich zusätzlich die Fähigkeit des Verbundzuggurtes, Lasten auf Grund seiner Biegesteifigkeit weiter leiten zu können. Diese überlagerten Tragwirkungen sind bedingt vergleichbar mit dem Modell des elastisch gebetteten Balkens. Die „elastische Bettung“ wird im vorliegenden Fall gebildet aus der (zunächst noch) zugfesten Verbindung des Zuggurtes mit dem darüber liegenden Stegbereich, wobei das Maß der Zugfestigkeit dieser Verbindung wohl auch von der Längsbewehrung beeinflusst wird. Der „Balken“ des Vergleichssystems wird gebildet aus dem Verbundzuggurt, dessen Biegesteifigkeit von verschiedenen, bislang nicht näher bekannten Einflüssen bestimmt wird: Bewehrungsmenge, -durchmesser und -abstand sowie der zugehörigen Wirkungszone im Beton, die auch bestimmt wird durch das Maß der unteren und auch der seitlichen Betondeckung. Die größte Tragfähigkeit des Verbundzuggurtes dürfte erreicht werden, wenn für jeden Bewehrungsstab die volle Betonwirkungszone zur Verfügung steht.

Auf weiter gehende Analysen dieser Tragwirkung muss im vorliegenden Rahmen leider verzichtet werden, da hierzu nicht in ausreichender Anzahl dokumentierte Versuche mit entsprechenden Parametervariationen zur Verfügung stehen. Im folgenden Kapitel werden daher für einen ersten Vorschlag eines Tragmodells stark vereinfachte Ansätze zur Diskussion gestellt. Bezüglich dieses Punktes besteht aber noch erheblicher Forschungsbedarf.

Zusätzlich zur Rückhängung bildet sich in diesem Zustand noch ein zum „Dreieckelpunkt“ gerichteter Zuggurt, der nach den im vorhergehenden Kapitel durchgeführten Untersuchungen etwa drei Achtel der Auflagerkraft des Subsystems aufnimmt. Diese Zugstrebe befindet sich bei den in Versuchen üblichen Abmessungen meistens noch in der Wirkungszone der randparallel verlaufenden Biegezugbewehrung und weist daher in der Regel keine Versagenskriterien auf. Für die Umlenkung des Druckgurts werden demnach nur etwa fünf Achtel der Querkraft am kritischen Riss in Anspruch genommen.

Das Teilsystem versucht also, die einwirkende Belastung aus den Stegdruckstreben über den Riss „a“ in den Stegbereich neben dem Auflager hoch zu hängen. Der Stegbeton reißt über der Biegezugbewehrung, wo die aus der Druckgurtumlenkung resultierenden Zugspannungen bereits konzentriert gebündelt sind und die Versteifungswirkung der Längsbewehrung auf den Beton geringer wird. Es entstehen die typischen geneigten Risse im Bereich zwischen dem langen, gekrümmt oder polygonal verlaufenden, kritischen Stegriss und

dem Auflager. Das System versucht nun mit Hilfe der Biegesteifigkeit des Zuggurts fortlaufend, die Lasten vom Zuggurt in den Steg zurück nach oben zu hängen, was zu einer progressiven Rissentwicklung zwischen Biegezugbewehrung und Steg vom kritischen Riss hin in Richtung Auflager führt. Es verbleibt der Zuggurt als Biegeträger zur Weiterleitung der Lasten in Richtung Auflager. Obwohl es sich um eine Verbundkonstruktion - bestehend aus der Biegezugbewehrung und dem umgebenden, mit der Bewehrung in Verbund stehenden Beton - handelt, ist diese Konstruktion doch relativ weich und entzieht sich bei zunehmender Länge immer mehr der Lastaufnahme.

Bei genauerer Betrachtung des Rissbilds im Auflagerbereich des Subsystems - vgl. *Bilder 4.15* oder *4.17* - kann man feststellen, dass zwei Risse, die links des Risses „a“ als Folge der Rückhängung entstanden sind, ihren Ursprung etwa am Punkt E_1 haben. Der näher an der Biegezugbewehrung gelegene Riss weist eine Richtung auf, die ziemlich genau in der Verlängerung eines größeren Abschnitts des kritischen Stegrisses liegt. Das Lot zu diesem Riss führt genau durch den Kreuzungspunkt des Risses „a“ mit der Biegezugbewehrung. Der obere, flacher geneigte Riss hat fast den gleichen Ansatzpunkt, das Lot zu diesem Riss läuft aber zum Kreuzungspunkt des zuvor angesprochenen ersten Schrägrisses mit der Bewehrung.

Daraus kann zunächst gefolgert werden, dass zuerst der stärker geneigte Riss entstand und in einer zweiten Stufe der flacher geneigte. Die Tatsache, dass der stärker geneigte Riss offensichtlich eine Verlängerung des geneigten Teils des kritischen Stegrisses bildet, führt zu dem Schluss, dass vom Druckgurt des Subsystems geneigte Druckspannungen über den oberen Teil des Abschnittes A - E_1 des kritischen Stegrisses übertragen und somit auch links dieses Rissabschnittes Lasten auf den Zuggurt abgegeben wurden.

Das Rissbild kann an dieser Stelle als indirekter Beleg für die Wirkung der Rissverzahnung im Bereich des Risses „a“ zwischen der Biegezugbewehrung und dem Punkt E_1 gewertet werden. Der obere Ansatzpunkt des geneigten Risses ist demnach die Stelle, an der die Einleitung der Kornverzahnungskräfte beginnt und die deshalb die größten Zugspannungen aufweist, die dann den geneigten Riss auslösen. Auf diese Zusammenhänge wird weiter unten in einem eigenen Abschnitt noch ausführlicher eingegangen.

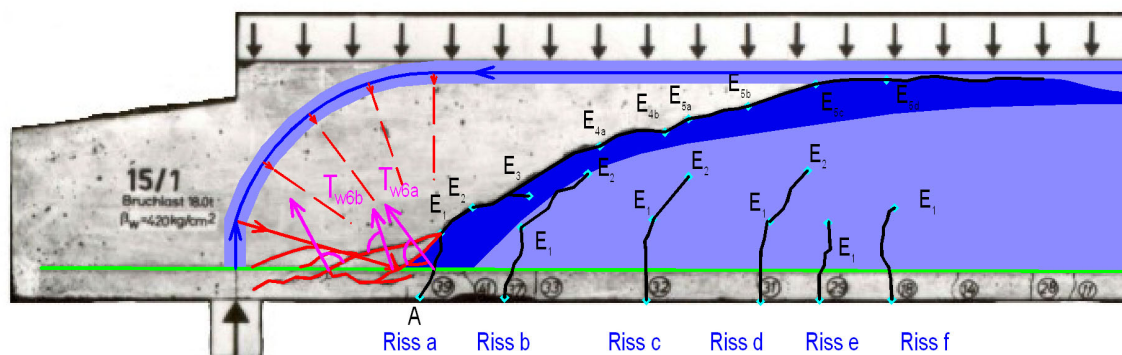


Bild 4.17: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] mit hoch gehängter Auflagerkraft im Zustand II.6 und daraus resultierender Rissbildung

Definition: Der **Zustand II.6** beschreibt das Stadium, in dem das Subsystem hinter dem kritischen Stegriss hoch gehängt wird und der Zuggurt zwischen dem Rissanfang A des kritischen Stegrisses und dem Auflager dadurch schrittweise durch Risse vom Steg getrennt wird und mit zunehmend geringerer Wirkung als selbständiger Biegeträger wirkt.

⇒ Der Zustand II.7

Nach dem Versagen des Teiltragsystems des Zustands II.6 steht vom Auflager bis zum Endpunkt des kritischen Stegrisses kein System mehr zur Verfügung, das ein Gleichgewicht herstellen könnte zwischen sich verändernden Biegezug- und -druckkräften. Es kann sich somit in diesem Bereich kein Spannungszustand mit veränderlichen Biegemomenten mehr einstellen. Da jedoch der Zuggurt - randparallel, ohne weiterhin zum Dreiechtelpunkt schwenken zu können - noch funktionsfähig ist, versucht das System, ein Sprengwerk auszubilden, indem sich vom Endpunkt des kritischen Stegrisses eine geneigte Druckstrebe zum Auflager ausbildet, vgl. *Bild 4.18*.

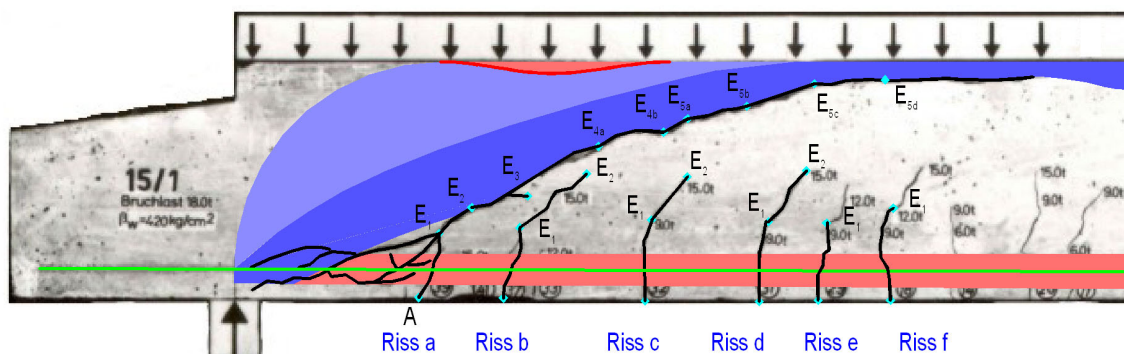


Bild 4.18: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] im Zustand II.7

Für den Druckgurt des Sprengwerks steht nur noch die verbliebene, geringe Höhe über dem kritischen Stegriss zur Verfügung. Es entstehen sehr große Druckspannungen, die auf Grund der Querkontraktion entsprechend große Querspannungen zur Folge haben. Diese können bewirken, dass sich der kritische Stegriss parallel zum gedrückten Rand - das heißt, parallel zu den Druckspannungen - weiter öffnet. Diese Wirkung kann anschaulich und zutreffend mit dem Begriff der „Spaltzugkräfte“ beschrieben werden.

Der direkte Kraftfluss der geneigten Druckstrebe des Sprengwerks ist auf Grund des gekrümmt oder polygonal verlaufenden, kritischen Stegrisses in der Regel nicht möglich. Die verbleibende Druckzone wird mehr oder weniger exzentrisch beansprucht, vgl. *Bild 4.19*. An der Wurzel des kritischen Stegrisses weist die geneigte Druckstrebe Kontinuität mit der benachbarten Zone des Druckgurts auf und ist mit dieser biegesteif verbunden. Dieser Bereich wird also an der Stelle mit dem kleinsten Querschnitt zusätzlich zu den sehr hohen Druckspannungen des Primärsystems mit sekundären Biegemomenten in Folge der Exzentrizität und der Umlenkung der Druckkraft beansprucht. Die Druckzone versagt daher i. d. R. an dieser Stelle. Danach steht kein weiteres Ersatzsystem mehr zur Verfügung.

In Fällen, bei denen der kritische Stegriss eine ausgeprägte Krümmung aufweist, ist die auf die geneigte Druckstrebe einwirkende Exzentrizität besonders stark ausgebildet. Dadurch können an der Oberseite der ursprünglichen Druckzone so große Biegezugspannungen entstehen, dass sich auch hier Risse bilden. Derartige Risse, die zunächst auf diesen Einfluss zurück geführt werden können, sind beispielsweise in beiden Hälften der Balken 12/1 und 13/1, sowie jeweils in der linken Hälfte der Träger 11/1 und 14/1 von [2.4], vgl. *Bild 4.5.a*, erkennbar.

Eine genauere Betrachtung dieser etwa rechtwinklig zum ursprünglich gedrückten Rand verlaufenden Risse lässt erkennen, dass sie keine gleich bleibenden Rissbreiten aufweisen. Teilweise erscheinen die größeren Rissbreiten am Balkenrand, teilweise aber auch am gegenüber liegenden Rissende im Bereich des kritischen Stegrisses. So weit sie von der zuvor

beschriebenen Biegebeanspruchung des Druckgurts verursacht wurden, sind die größeren Rissbreiten am Rand zu erwarten. Risse, die sich von innen nach außen entwickelten, sind dagegen wohl eher als Folge der Bruchdynamik nach dem endgültigen Versagen zu werten.

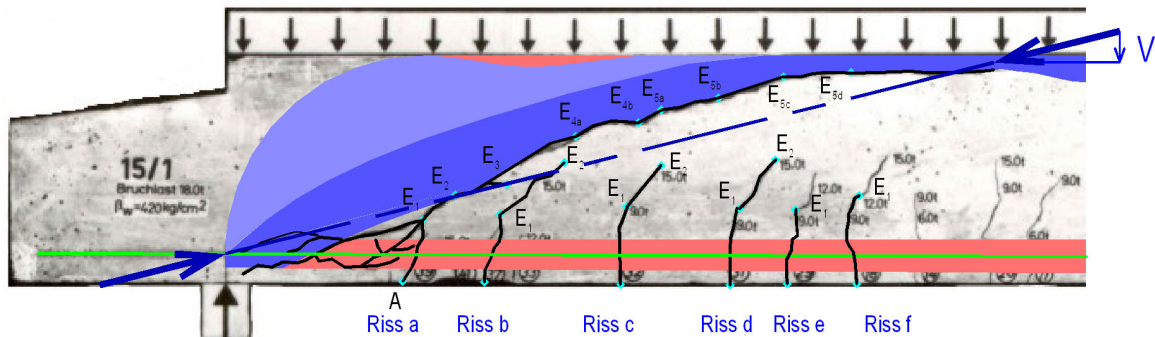


Bild 4.19: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2.4] im Zustand II.7, mit Druckstrebe

Definition: Der **Zustand II.7** ist gekennzeichnet als dasjenige Stadium, in dem im Bereich des Zuggurts keine Querkräfte mehr aufgenommen werden können und sich über dem kritischen Stegriss eine geneigte Druckstrebe zum Auflager ausbildet, bis die Druckzone versagt.

Die verschiedenen, klar abgrenzbaren Tragfähigkeitsstufen im Zustand II, die zuvor hauptsächlich am Beispiel des Balkens 15/1 aus [2.4] abgeleitet wurden, finden sich sinngemäß auch in weiteren Beispielen dokumentierter Versuchsbalken. Auszugsweise werden sie in der Anlage A.1 mit den verschiedenen Tragfähigkeitsstufen dargestellt.

Im Folgenden werden nun noch zum Vergleich für die Zustände II.6 und II.7 Ergebnisse von FE-Berechnungen eines Einfeldträgers unter Gleichlast bei Vorgabe unterschiedlicher Rissstadien wiedergegeben. Die Hauptspannungen sind in den *Bildern 4.20 bis 4.23* dargestellt.

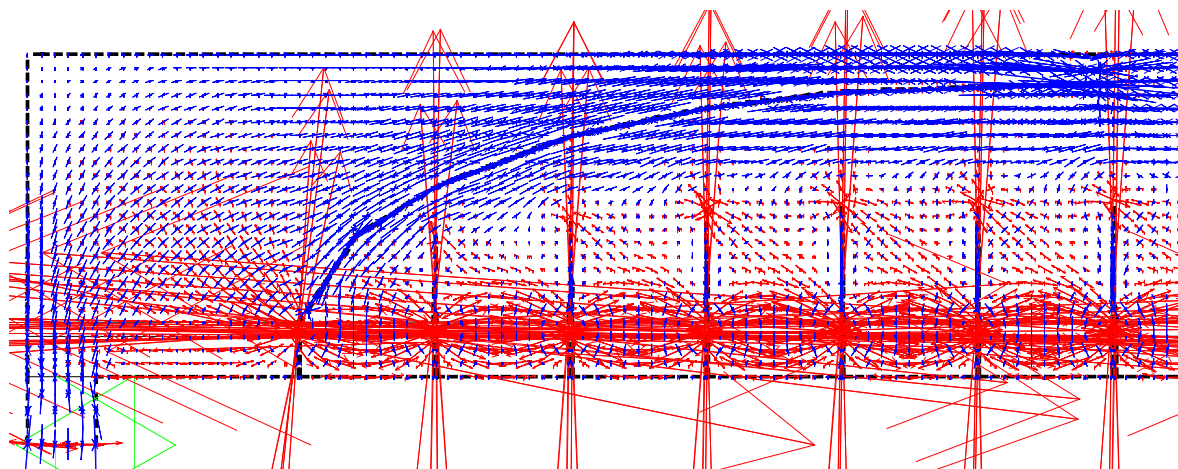


Bild 4.20: Hauptspannungen beim Übergang von Zustand II.5 in den Zustand II.6

Im *Bild 4.20* erkennt man deutlich die Ausbildung des Subsystems unterhalb des Stegrisses. Die Übertragung der „Auflagerkraft“ dieses Subsystems über die geneigte Rückhängung links neben dem kritischen Stegriss ist ebenfalls gut zu erkennen. Die aus dieser „Auflagerkraft“ resultierenden schrägen Zugspannungen führen schließlich, wie oben beschrieben, zur Bildung der flach geneigten Risse zwischen dem kritischen Stegriss und dem Auflager, was in den *Bildern 4.21* und *4.22* erfasst wurde.

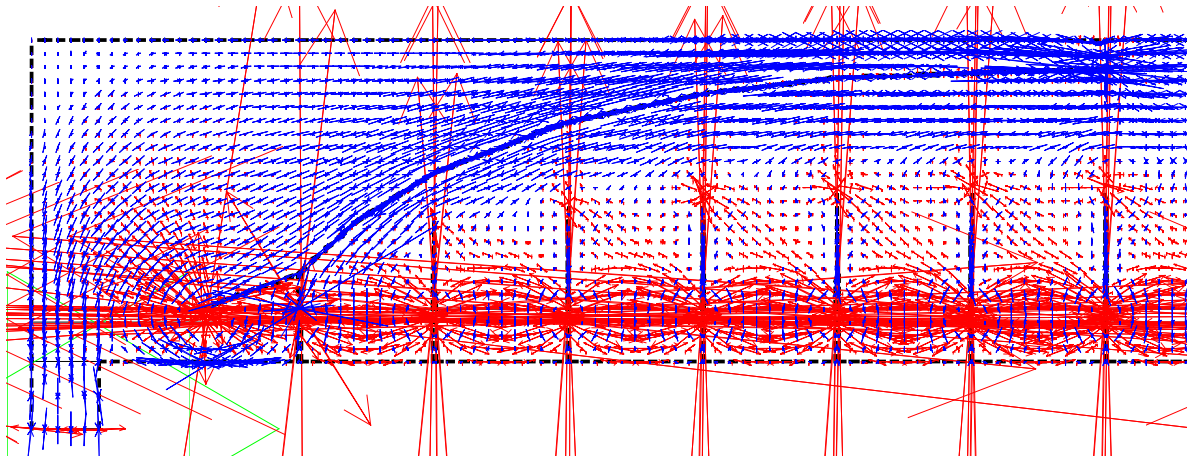


Bild 4.21: Hauptspannungen im Zustand II.6

Im *Bild 4.21* zeigt sich deutlich die oben beschriebene Biegetragwirkung des Zuggurtes - Kragträger mit zunehmenden Druckspannungen am unteren Querschnittsrand zum Auflager hin - unterhalb des flachen, progressiv fortschreitenden Risses. Im *Bild 4.22* ist diese Tragwirkung sogar noch eindeutiger ausgebildet. Hier muss man nun allerdings bedenken, dass durch den Ansatz eines linearelastischen Materialverhaltens in der FE-Berechnung die tatsächliche Tragfähigkeit des Zuggurtes stark überschätzt wird. Deshalb wurde im *Bild 4.23* ein weiterer - fiktiver - Riss eingeführt, der vom unteren Querschnittsrand bis zur Bewehrung reicht und somit die Steifigkeit des Zuggurtes reduziert.

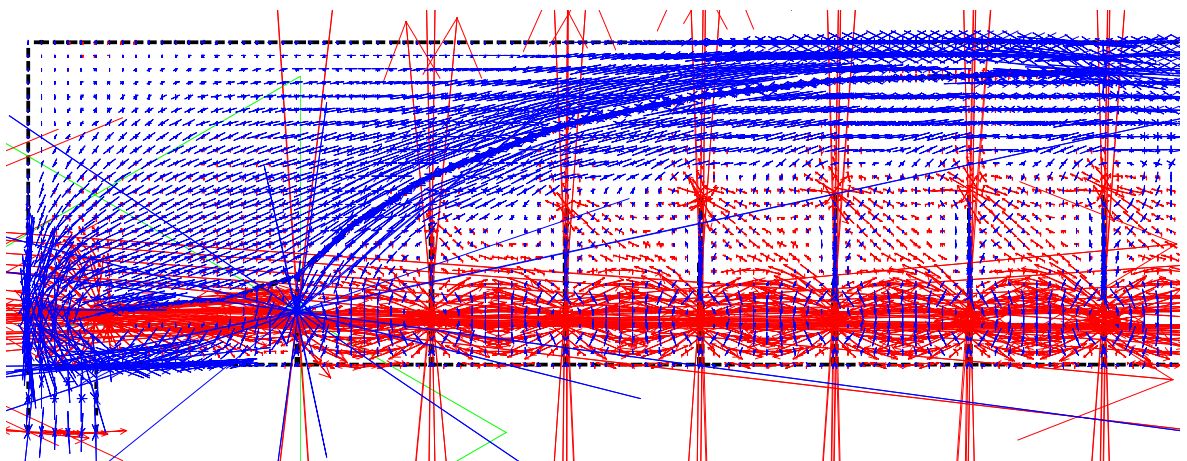


Bild 4.22: Hauptspannungen beim Übergang von Zustand II.6 in den Zustand II.7

Im System des *Bildes 4.23* wird die Steifigkeit des Zuggurtes immer noch überschätzt (es zeigt sich immer noch eine starke Einspannung des Zuggurtes am Auflager). Tendenziell

lässt sich aber schon die oben beschriebene Tragwirkung im Zustand II.7 - Sprengwerk - nachvollziehen. Speziell die ausgeprägte Druckstrebe über dem kritischen Stegriss und die sich aus der Exzentrizität dieser Druckstrebe ergebenden Zugspannungen am oberen Querschnittsrand sind hier deutlich zu erkennen.

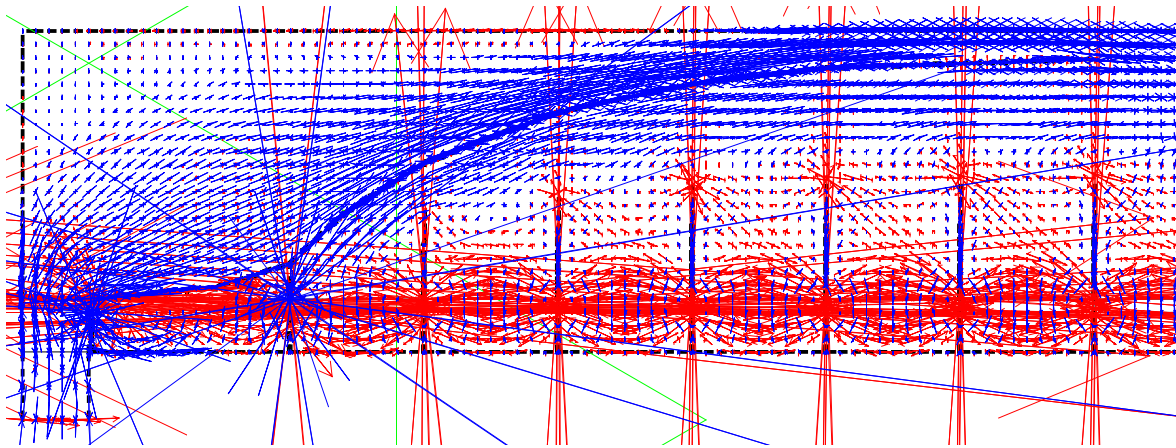


Bild 4.23: Hauptspannungen im Zustand II.7

Insgesamt bestätigen die *Bilder 4.20 bis 4.23* die aus den Rissbildern abgeleiteten Tragfähigkeitsstufen im Zustand II in vollem Umfang.

4.2 Frei drehbare Endauflagerbereiche (D_e -Bereiche)

Wie allgemein bekannt ist und auch im vorhergehenden Kapitel noch einmal dargestellt wurde, unterscheiden sich die Spannungen im Bereich von frei drehbaren Endauflagern im Zustand I für direkt und indirekt gestützte Systeme.

Die qualitative Betrachtung der Tragsysteme im Zustand I hat gezeigt, dass bei **direkter Lagerung** die Zuggurte im D_e -Bereich mit einem Winkel von ca. 20° nach oben schwenken. Demnach ist zu erwarten, dass die Richtung der Risse, die den Zuggurt im D_e -Bereich kreuzen, zum gezogenen Rand etwa einen Winkel von 70° einschließt. Dies kann tatsächlich häufig beobachtet werden, vgl. Anlage A.2.

Interessanter Weise kann man auch am Balken 15/1 nach [2.4], der als Grundlage diente für die Darstellung der verschiedenen Rissstufen im Zustand II, feststellen, dass der Riss „a“ zum gezogenen Rand einen Richtungswinkel von ca. 70° einschließt (vgl. Bild 4.9). Da dieser Riss vom Auflager etwa die Entfernung $z = 0,9 \cdot h$ aufweist, handelt es sich offensichtlich um einen Riss, der dem D_e -Bereich zuzuordnen ist.

Die im *Abschnitt 4.1* für den Biegebereich durchgeführte Untersuchung der verschiedenen Rissstufen im Zustand II gilt also genau in gleicher Weise für D_e -Bereiche. Das dort zu Grunde liegende Beispiel ist in Wirklichkeit dem D_e -Bereich zuzuordnen. Im *Abschnitt 4.1* wurde allerdings auch schon darauf hingewiesen, dass die Zustände II.6 und II.7 in jedem Fall dem D_e -Bereich entsprechen.

Die Betrachtung führt zu dem Ergebnis, dass für Systeme ohne Stegbewehrung kein Unterschied besteht im Stegtragverhalten zwischen Biegebereichen und D_e -Bereichen. Es stellen sich an der Nahtstelle der beiden Bereiche schrittweise die Zustände II.1 bis II.7 ein. Es muss jedoch hervorgehoben werden, dass dies nicht in gleicher Weise zutrifft für Tragsysteme mit Stegbewehrung.

In besonders gelagerten Fällen können sich im Detail dennoch Unterschiede ergeben zwischen Biegebereichen und D_e -Bereichen, ohne dass dies für die Grenztragfähigkeit von Bedeutung wäre. So kommt es beispielsweise vor, dass bei kräftigen Zuggurten im D_e -Bereich gar keine Zuggurtrisse entstehen oder dass die Risse nur eine sehr geringe Tiefe aufweisen. Dies kann u. a. festgestellt werden an den Balken ohne Stegbewehrung der Serie BO, die von Rüsç, Haugli und Mayer in [2.5] vorgestellt wurden, vgl. Bild 4.24.

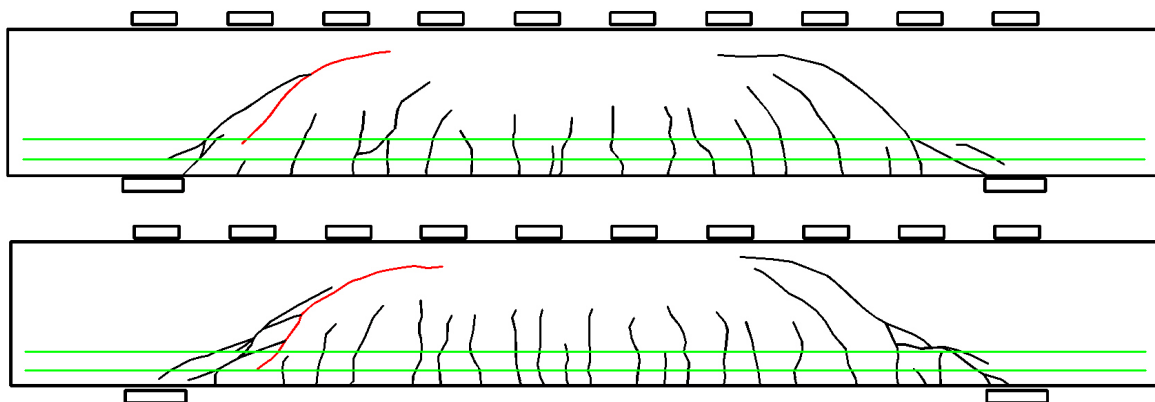


Bild 4.24: Rissbilder der Balken BO 1 und BO 6 aus [2.5]

Es ist also möglich, dass auch in den D_e -Bereichen von Tragwerken mit Rechteckquerschnitten Risse des Zustandes II.2 entstehen, ohne dass an dieser Stelle bereits ein Riss des Zustandes II.1 vorhanden war; der Zustand II.1 kann also bei kräftigen Zuggurten auch übersprungen werden. Die weiteren Rissstufen stellen sich aber ein wie in Systemen, bei denen die Rissentwicklung mit dem Zustand II.1 beginnt.

Den Verfassern sind keine Versuche bekannt über Tragsysteme *ohne Stegbewehrung*, die **indirekt gelagert** wurden. Dieser Fall kommt in der Praxis jedoch durchaus regelmäßig vor, beispielsweise in Form von Platten, die auf niedrigen Unterzügen gelagert werden. Es wäre daher wünschenswert, für derartige Systeme Tragfähigkeitsversuche durchzuführen.

Bis entsprechende Ergebnisse vorliegen, wird vorläufig unterstellt, dass die im Zustand I an indirekten Lagern vorhandenen Zugspannungen zur Rissbildung führen; das heißt, dass von Rissen ausgegangen werden kann, die unter 45° zur Trägerachse geneigt verlaufen.

Dies ist der Fall bei indirekt gelagerten Tragsystemen mit Stegbewehrung, wie u. a. die Beispiele der Träger T 1 und T 2 von *Leonhardt und Walther* [2.6] belegen, s. *Bild 4.25*. Allerdings unterscheiden sich bei direkter Lagerung die Tragsysteme mit und ohne Stegbewehrung im D_e -Bereich sehr deutlich: so kann nicht ausgeschlossen werden, dass die herangezogene Analogie eventuell nicht aufrecht erhalten bleiben kann.

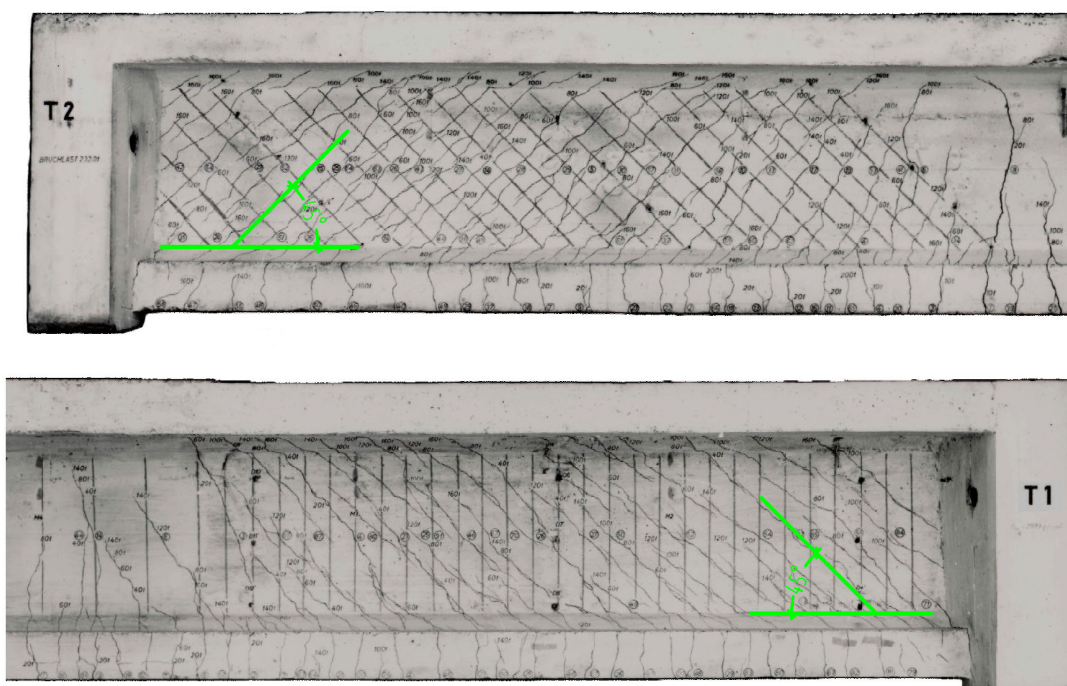


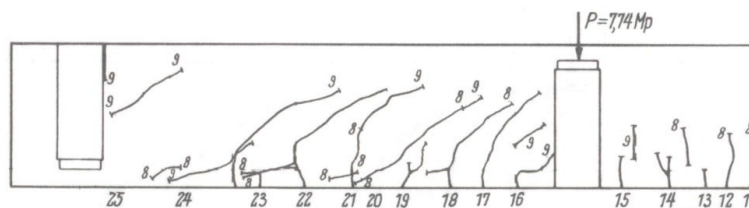
Bild 4.25: Rissbilder der Balken T 1 und T 2 aus [2.6]

In jedem Fall wird man im Gegensatz zu den stegbewehrten Systemen bei solchen ohne Stegbewehrung nicht davon ausgehen können, dass die geneigten Risse - wie bei den im *Bild 4.25* dargestellten Trägern - fein verteilt auftreten werden. Vielmehr ist zu erwarten, dass sich ein einzelner Hauptriss einstellen wird, der in halber Höhe des betrachteten Tragwerks neben der indirekten Lagerung beginnt und schräg nach oben verläuft.

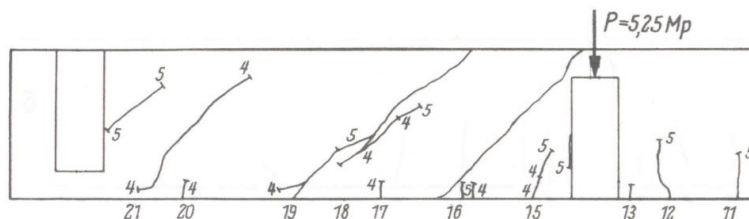
Diese Erwartung stützt sich auf die für den Zustand I durchgeführten qualitativen Betrachtungen, wonach am Anschnitt zu frei drehbaren, indirekt gelagerten Endbereichen ein Spannungszustand nach der Biegetheorie zu erwarten ist, der über die gesamte Höhe verteilt unter 45° geneigte Hauptzugspannungen aufweist mit dem Maximalwert in der Nullli-

nie. Tatsächlich gibt es Versuche, die diesen theoretisch ermittelten Rissverlauf praktisch bestätigen.

Baumann und *Rüsch* stellten in [4.3] Versuche vor, bei denen sich kreuzende Balken verwendet wurden, so dass indirekte Lagerungen entstanden. Allerdings sind diese Versuchskörper - wie oben bereits erwähnt - mit Stegbewehrung ausgestattet. Das *Bild 4.26* zeigt Ausschnitte aus den Versuchsbalken 65/1 und 65/2, die tatsächlich jeweils links an der indirekten Lagerung die theoretisch zu erwartenden, von der Nulllinie ausgehenden Schrägrisse aufweisen.



Balken 65/1, Laststufe 9



Balken 65/2, Laststufe 5

Bild 4.26: Rissbilder der Balken 65/1 und 65/2 aus [4.3] (jeweils Ausschnitte)

Zwar weist der Balken 65/2 am anderen, hier nicht wieder gegebenen, indirekt gelagerten Auflager Risse auf, die U-förmig den Last aufnehmenden Balken umschließen, die Verfasser weisen jedoch darauf hin, dass diese Rissbildung auf ein nicht geplantes Versuchsstadium zurück zu führen ist, in dem ungewollt eine starke Torsionsbeanspruchung entstanden war.

Somit kann im Folgenden auf der Grundlage des theoretisch ermittelten Spannungszustandes im Zustand I und durch Versuchsergebnisse, die diesen theoretischen Ansatz qualitativ bestätigen, ein einfaches Bemessungsmodell für den indirekten, frei drehbaren Auflagerbereich von Tragwerken ohne Stegbewehrung entwickelt werden.

4.3 Gleichlasten auf gedrunenen, frei drehbar gelagerten Einfeldträgern

Im vorhergehenden Kapitel konnte mit einem Rechenmodell (für Rechteckquerschnitte) nachgewiesen werden, dass im Zustand I Gleichlasten auf gedrunenen, frei drehbar gelagerten Einfeldträgern zu einem nennenswerten Anteil über ein Teilsystem abgetragen werden, das sich aus einem Druckgewölbe und einem Zugband zusammensetzt. Je geringer die Schlankheit des Tragwerks ist, um so größer ist der Lastanteil, der von diesem Teilsystem abgetragen wird. Solche Balken bilden auf ihre gesamte Länge einen D-Bereich, da an keiner Stelle Spannungen allein nach der Biegetheorie vorhanden sind. Bei Bedarf können diese Tragwerke als **D_b-Bereich** (überlagerte Bogentragwirkung) bezeichnet werden.

Dies bedeutet auf der einen Seite, dass die Zuggurte solcher Tragwerke in der Nähe der Auflager wesentlich stärker beansprucht werden, als dies nach der Biegetheorie - auch einschließlich der aus der Fachwerkanalogie resultierenden Versatzmaße - ermittelt wird.

Auf der anderen Seite bedeutet dies aber auch, dass die Biegemomente und damit die Momentenänderungen, die zu den kritischen Stegzugbeanspruchungen führen, in diesen Fällen zum Teil erheblich kleiner sein können als in vergleichbaren Fällen mit reiner Biegung. Dadurch ergeben sich vergleichsweise größere aufnehmbare Querkräfte.

Es stellt sich nun die Frage, in wie fern dieser Zusammenhang auch für Stahlbetontragwerke im Zustand II gilt. Voraussetzung hierfür ist, dass die Rissbildung - aus der Biegezugzone einerseits und der Zugbandwirkung andererseits - die Wirkung des anteiligen Druckgewölbes nicht außer Kraft setzt.

Die bereits im *Bild 4.5* wiedergegebenen, jeweils mit dem gleichen Querschnitt ausgebildeten Balken 11/1 bis 17/1 aus [2.4] sind vorzüglich dafür geeignet, dieser Frage nachzugehen. In den folgenden beiden *Bildern 4.27.a* und *b* sind diese Balken mit ihren Rissbildern noch einmal abgebildet. Zur Verdeutlichung ist zusätzlich jeweils ein Druckgewölbe mit Zugband dargestellt. Weiterhin sind die Risse im Bereich des Druckgewölbes mit roter Farbe hervorgehoben.

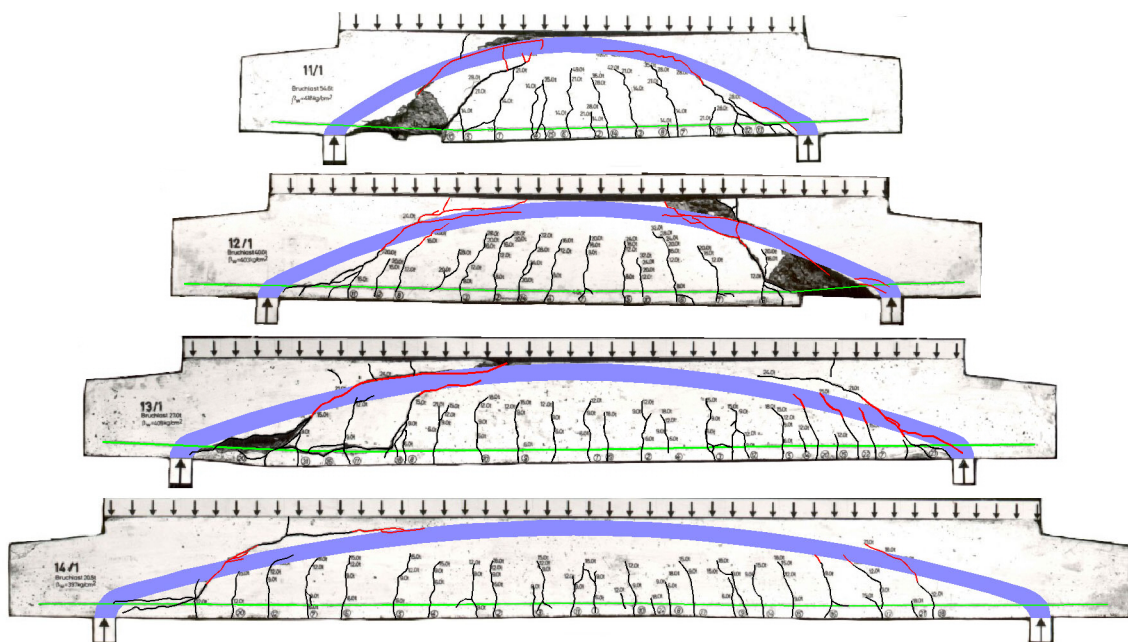


Bild 4.27.a: Balken 11/1 bis 14/1 aus [2.4] mit überlagertem Druckgewölbe

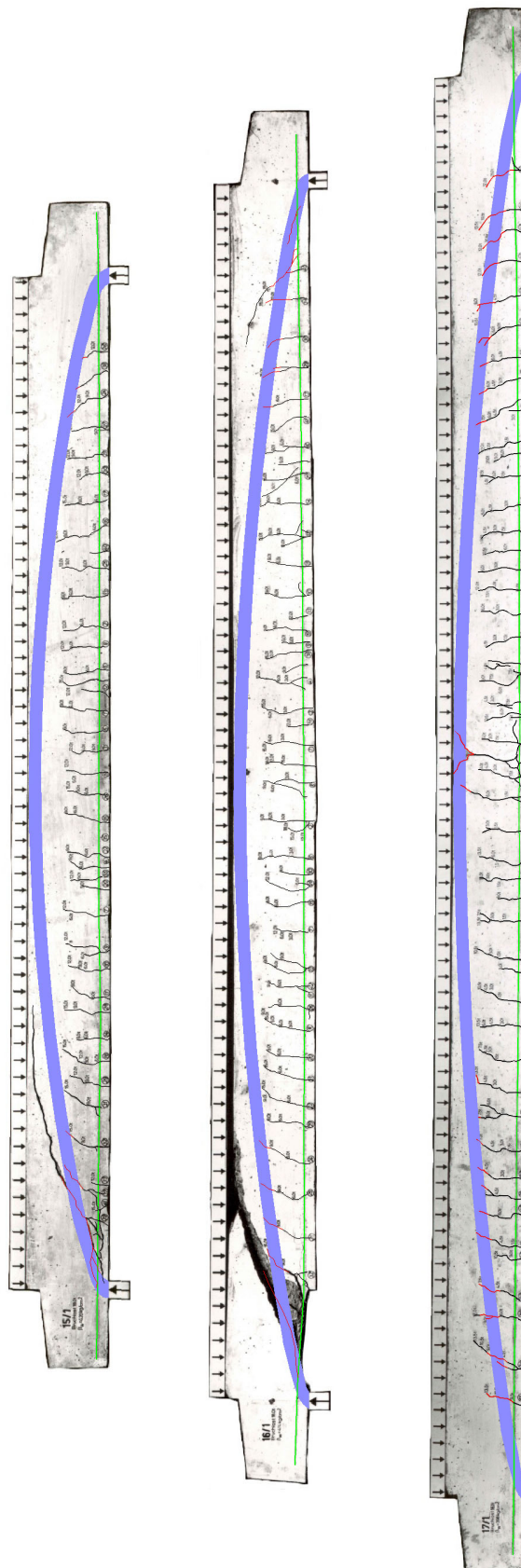


Bild 4.27.b: Balken 15/1 bis 17/1 aus [2.4] mit überlagertem Druckgewölbe

Tatsächlich lässt sich an Hand dieser Darstellungen, insbesondere für die Balken 11/1, 12/1 und 13/1, die Existenz des Druckgewölbes während der Rissbildung sehr gut nachvollziehen:

Am Balken 11/1 ist zunächst zu erkennen, dass die Biegerisse, bzw. die Risse, die dem D_e -Bereich zuzuordnen sind, nicht so weit in den Querschnitt reichen, um die Wirkung des Druckgewölbes ausschalten zu können. Die kritischen Stegrisse, die sich in der Nähe beider Auflager in den Zuständen II.2 bis II.4 entwickelten, erfahren jeweils eine abrupte Richtungsänderung, sobald sie den Bereich des Druckgewölbes erreichen. Sie folgen danach jeweils ganz exakt der Richtung des Druckgewölbes. Diese Rissrichtung belegt die Existenz des Druckgewölbes während der Rissbildung. Die bisherige Rissrichtung kann sich nicht mehr fortsetzen, weil der Querschnitt in diesem Bereich überdrückt ist. Hauptzugspannungen, die die weitergehende Rissbildung verursachen, können nur noch rechtwinklig zu den Hauptdruckspannungen entstehen. Ein Teil dieser rissbildenden Zugspannungen ist den Querzugspannungen des Druckgewölbes zuzuordnen. Auch die Risse ganz in der Nähe des rechten Auflagers können plausibel nur als Querzugspannungen des Druckbogens begründet werden. Sogar das endgültige Versagen der Druckzone im Zustand II.7 folgt noch der Richtung des Druckgewölbes.

Alle diese Feststellungen treffen in gleicher Weise für den Balken 12/1 zu. Die Bruchzone am rechten Auflager (Zerstörung des Querschnitts durch die Querzugspannungen des Druckbogens) bildet hier das deutliche Indiz für die Wirkung des Druckgewölbes bis zum endgültigen Versagen des Balkens. Es ist offensichtlich so, dass die Zustände II.2 bis II.6 die Tragfähigkeit für Biegung zunehmend schwächen und die Lastabtragung zunehmend auf das System des Druckbogens mit Zuggurt verlagert wird.

Da der kritische Stegriss das Druckgewölbe nicht überqueren kann, wird der im Zustand II.7 allein wirksame Teil über dem kritischen Stegriss nicht so stark exzentrisch belastet wie in den im vorhergehenden Abschnitt analysierten Fällen. Dadurch versagen die vorliegenden Systeme erst bei höheren Lasten.

Beim Balken 13/1 war das Druckgewölbe ganz offensichtlich schwächer ausgeprägt als bei den zuvor analysierten Balken. In der Nähe des rechten Auflagers queren mehrere Risse den Druckbogen. Allerdings weisen diese Risse stets einen Richtungswechsel auf, wenn sie den Bereich des angenommenen Druckgewölbes erreichen; also war die Druckgewölbewirkung in geringerem Umfang tatsächlich auch hier vorhanden. Auch die beiden kritischen Stegrisse in der linken Balkenhälfte weisen jeweils eine deutliche Richtungsänderung auf, wenn sie den Bereich des Druckgewölbes erreichen.

Beim Balken 14/1 sind die Einflüsse des Druckgewölbes auf das Rissbild noch schwächer ausgeprägt als beim Balken 13/1. Bei der Schlankheit des Balkens 14/1 - sie beträgt $\ell / d = 3,0 / 0,27 = 11,1$ - scheint somit die Grenze zu liegen für die erkennbare Wirkung des Druckgewölbes. Entsprechend kann bei den im *Bild 4.27.b* dargestellten noch schlankeren Balken praktisch kein Einfluss eines Druckgewölbes auf den Rissverlauf festgestellt werden.

Der Einfluss des Druckgewölbes kann selbstverständlich auch in entsprechender Weise an Versuchsbalken anderer Autoren festgestellt werden. Im *Bild 4.28* ist der Versuchsbalken BO 4 aus [2.5] mit dem überlagerten Druckbogen dargestellt. Die Schlankheit des Balkens beträgt 7,2. Es ist auch hier wiederum sehr gut feststellbar, wie das Druckgewölbe den Rissverlauf bestimmt hat. Die im *Kapitel 2* an Hand der *Tabelle 2.5* aufgeworfene Frage, warum die Balkenserie BO von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* gegenüber dem Bemessungswert nach der DIN 1045-1 so große Sicherheitsreserven aufweisen, ist damit beantwortet: Die erhöhte Sicherheit entsteht aus der zusätzlichen Tragwirkung des Druckgewölbes.

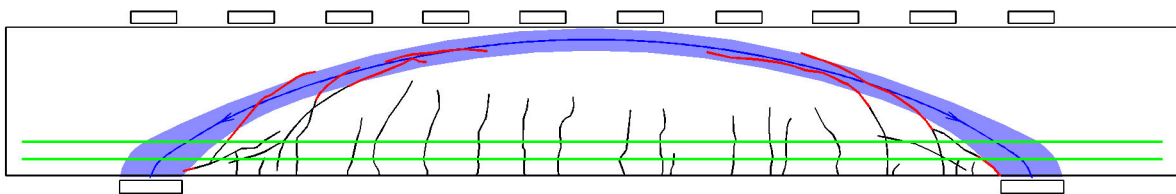


Bild 4.28: Balken BO 4 aus [2.5] mit überlagertem Druckgewölbe

Die gleiche Folgerung gilt natürlich auch für die überhöhten Sicherheitsbeiwerte der Balken 11/1 bis etwa 14/2 in der *Tabelle 2.2*. Auch für die in der *Tabelle 2.6* zusammengestellten Balken mit Stegbewehrung kann bereits an dieser Stelle festgestellt werden, dass die überlagerte Bogentragwirkung für die großen Reserven gegenüber den aktuellen Bemessungswerten verantwortlich ist.

Zeichnungen der in den *Tabellen 2.5* und *2.6* zusammengestellten Versuchsbalken von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* sind in der Anlage A.3 zu finden. Sinngemäß zu der Darstellung des *Bildes 4.28* ist jeweils das Druckgewölbe dargestellt. Bei allen Balken ist gut zu erkennen, dass nicht nur die Richtungen der Stegrisse von den Druckgewölben bestimmt werden, sondern dass auch in allen Fällen unmittelbar an den Auflagern Spaltzugrisse in Bogenrichtung vorhanden sind.

Es stellt sich nun natürlich die interessante Frage, in wie fern die Versuchsergebnisse der in den *Bildern 4.27.a* und *b* dargestellten Balken mit dem im vorhergehenden Kapitel vorgestellten Rechenmodell über die anteilige Bogentragwirkung im Zustand I übereinstimmen. Zur Beantwortung dieser Frage sind in der folgenden Tabelle die maximal erreichten Quer-

kräfte der betroffenen Versuchsbalken zusammengestellt. Da die Werte miteinander verglichen werden sollen, wurden die von den Verfassern in [2.4] in eine einheitliche Beton-Bezugsfestigkeit umgerechneten Werte verwendet (im Gegensatz zur *Tabelle 2.2*). Die *Tabelle* enthält die maximalen Querkräfte für die Stelle $x = 0$, da diese maßgebend sind für die geneigten Druckstreben im Zustand II.7.

Tabelle 4.1: Versuchsergebnisse der Balken 11/1 bis 17/1 aus [2.4]

Balken Nr.	l [m]	l/d	l/z	$V_{u,x=0}$ [kN]	$V_{u,x=0} / V_{u,x=0}(16/1)$
11/1	1,50	5,2	5,8	229,50	2,59
12/1	2,00	7,4	8,2	170,00	1,92
13/1	2,50	9,3	10,3	129,30	1,46
14/1	3,00	11,1	12,3	101,00	1,14
15/1	4,00	14,8	16,5	90,40	1,02
16/1	5,00	18,5	20,6	88,70	1,00
17/1	6,00	22,2	24,7	83,10	0,94

Man sieht in der *Tabelle* auf den ersten Blick, dass die Bruchquerkraft mit abnehmender Schlankheit immer größer wird. In der ganz rechten Spalte wurden die erreichten Bruchquerkräfte in Relation gesetzt zur Bruchquerkraft des Balkens 16/1, wodurch die Veränderlichkeit des Wertes noch deutlicher wird. (Als Bezugswert wurde der Balken 16/1 und nicht der Balken 17/1 gewählt, weil letzterer schon sehr stark vom Biegeversagen beeinflusst war). Die Bruchquerkraft des kürzesten Balkens war also etwa 2,6 Mal so groß als bei den schlanken Balken.

Die Abhängigkeit der erreichten Bruchquerkräfte von der Schlankheit ist besonders anschaulich in dem im *Bild 4.29* dargestellten Diagramm abzulesen.

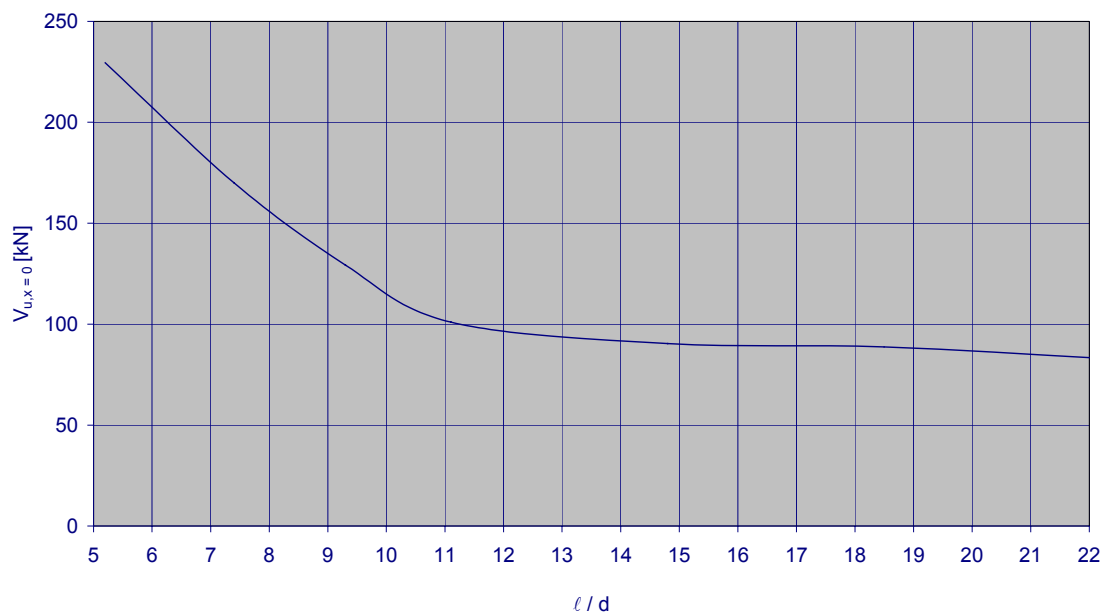


Bild 4.29: Bruchquerkräfte nach *Tab. 4.1* an der Stelle $x = 0$ in Abhängigkeit von der Schlankheit

Vergleicht man nun diesen Verlauf mit dem Ergebnis des Rechenmodells für die anteilige Bogentragwirkung im Zustand I, das im *Bild 3.14* wiedergegeben wurde, so erkennt man sofort einen sehr ähnlichen Verlauf. Insbesondere ist festzustellen, dass in beiden Fällen übereinstimmend der mit zunehmender Schlankheit abfallende Wert bei etwa $\ell / d = 12$ (entspricht ca. $\ell / z = 13$) den asymptotischen Grenzwert erreicht.

Die Übereinstimmung geht allerdings nicht so weit, dass aus dem Rechenmodell für die anteilige Bogentragwirkung im Zustand I tatsächlich die gemessenen Grenztragfähigkeiten im Zustand II bestimmt werden könnten. So ergibt sich für den kürzesten Träger mit der Schlankheit von 5,6 (entspricht $\ell / z = 6,2$) nach *Bild 3.14* für den Zustand I der Anteil der Bogentragwirkung zu etwa 40 %. Daraus könnte man ableiten, dass die Querkrafttragfähigkeit um

$$\frac{1}{1-0,40} = 1,67 \quad (4.1)$$

größer sein müsste als bei schlanken Tragwerken. Tatsächlich liegt jedoch der gemessene Erhöhungsfaktor bei 2,6. Dies liegt darin begründet, dass gedrungene Balken auch bezüglich der Biegetragwirkung günstigere Verhältnisse aufweisen als schlanke Tragwerke, wie später noch gezeigt werden wird.

Aus den in der *Tabelle 4.1* zusammengestellten Versuchsergebnissen kann näherungsweise folgende Funktion vorgeschlagen werden, die die erhöhte Querkrafttragfähigkeit, bezogen auf die Querkraft an der Stelle $x = 0$, für Stahlbetontragwerke mit Rechteckquerschnitten und ohne Stegbewehrung bei Schlankheiten bis zu $\ell / d = 10$ gegenüber schlanken Tragwerken wie folgt beschreibt:

$$V_{\text{Rd,ct},x=0} \left(\frac{\ell}{d} \right) = V_{\text{Rd,ct},x=0} \cdot \left[4,3 - 0,33 \cdot \left(\frac{\ell}{d} \right) \right] \quad \text{für} \quad 2 \leq \left(\frac{\ell}{d} \right) \leq 10 \quad (4.2).$$

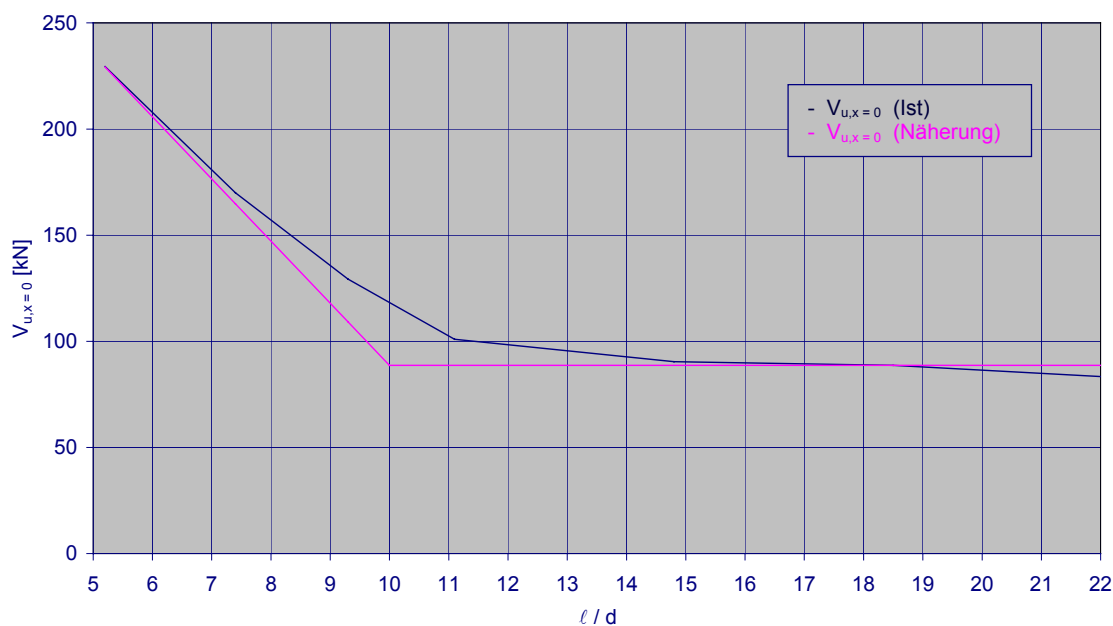


Bild 4.30: Gemessene Bruchquerkräfte und bilineare Näherungsfunktion für die Querkraft an der Stelle $x = 0$

Diese genäherte Funktion ist im *Bild 4.30* grafisch den zu Grunde liegenden Messwerten gegenüber gestellt.

Alles in Allem erlaubt der Vergleich der Versuchsergebnisse mit dem für den Zustand I auf der Grundlage des Minimums der Formänderungsarbeit entwickelten Rechenmodell den Schluss, dass das Modell die Wirklichkeit auch für den Zustand II ganz gut abbildet.

Die hier vorgeschlagene Näherungsfunktion gilt jedoch nur für die Querkräfte an der Stelle $x = 0$. Für die Querkräfte an einer anderen Stelle müssten bei Bedarf eigene Näherungsfunktionen ermittelt werden, da an einer bestimmten Stelle, zum Beispiel $x = 2,6 \cdot d$, die Querkräfte auf Grund des stark unterschiedlich steilen Querkraftverlaufs nicht mehr im gleichen Verhältnis stehen, wie an der Stelle $x = 0$. So ist zum Beispiel das Verhältnis der Querkräfte an der Stelle $x = 2,6 \cdot d$, dies entspricht der Feldmitte des Balkens 11/1, vom Balken 11/1 zum Balken 16/1:

$$\frac{V_{u,x=2,6 \cdot d}(11/1)}{V_{u,x=2,6 \cdot d}(16/1)} = \frac{0}{64} = 0.$$

Dies entspricht offensichtlich nicht dem Verhältnis an der Stelle $x = 0$, das, wie der *Tabelle 4.1* zu entnehmen ist, den Wert 2,59 aufweist.

Da im Stahlbetonbau in der Regel die Querkraftbemessung im Abstand d vom Auflagerrand durchgeführt wird, wird im Folgenden auch eine Näherungsfunktion für die Erhöhung der Querkrafttragfähigkeit gedrungener Balken mit Rechteckquerschnitt und ohne Stegbewehrung an der Stelle $x = d$ vorgeschlagen. In *Tabelle 4.2* sind analog zur *Tabelle 4.1* die Bruchquerkräfte an der Stelle $x = d$ dargestellt, die sich aus den von den Verfassern in [2.4] in eine einheitliche Beton-Bezugsfestigkeit umgerechneten Werten ergeben.

Tabelle 4.2: Versuchsergebnisse der Balken 11/1 bis 17/1 aus [2.4] für die Bemessungsquerkräfte im Abstand d vom Auflagerrand

Balken Nr.	ℓ [m]	ℓ / d	ℓ / z	$V_{u,x=d}$ [kN]	$V_{u,x=d} / V_{u,x=d}(16/1)$
11/1	1,50	5,2	5,8	125,67	1,62
12/1	2,00	7,4	8,2	115,60	1,49
13/1	2,50	9,3	10,3	96,26	1,24
14/1	3,00	11,1	12,3	79,53	1,03
15/1	4,00	14,8	16,5	75,94	0,98
16/1	5,00	18,5	20,6	77,39	1,00
17/1	6,00	22,2	24,7	74,24	0,96

Aus diesen Versuchsergebnissen wird folgende Näherungsfunktion für die Erhöhung der Querkrafttragfähigkeit an der Stelle $x = d$ von Stahlbetontragwerken mit Rechteckquerschnitt und ohne Stegbewehrung bei Schlankheiten bis $\ell / d = 10$ abgeleitet:

$$V_{Rd,ct,x=d} \left(\frac{\ell}{d} \right) = V_{Rd,ct,x=d} \cdot \left[2,5 - 0,15 \cdot \left(\frac{\ell}{d} \right) \right] \quad \text{für} \quad 2 \leq \left(\frac{\ell}{d} \right) \leq 10 \quad (4.3).$$

Diese genäherte bilineare Funktion ist im *Bild 4.31* grafisch den zu Grunde liegenden Versuchsergebnissen gegenüber gestellt.

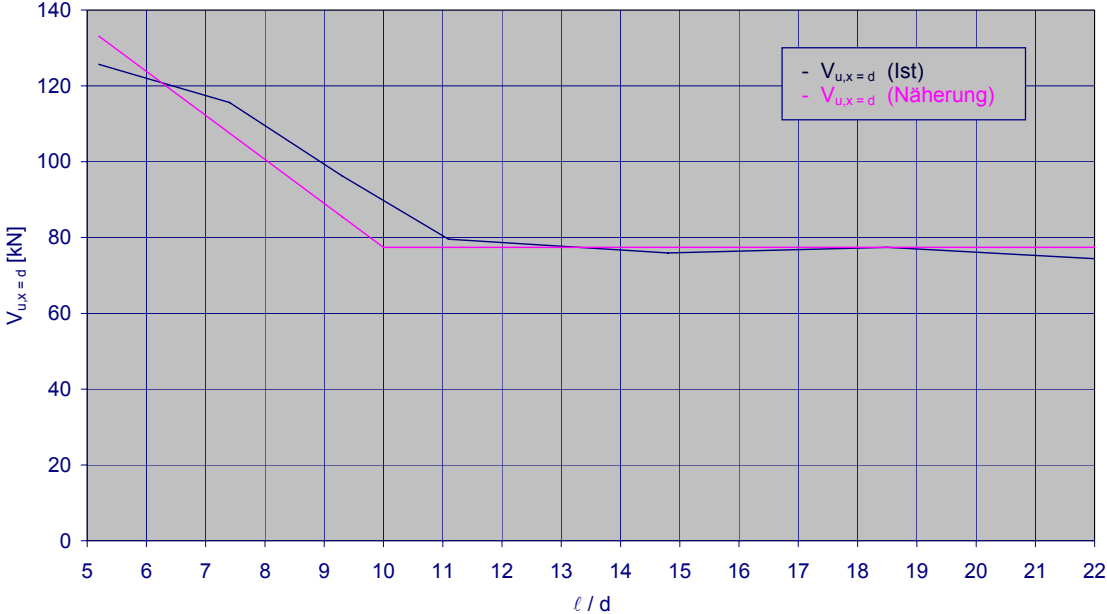


Bild 4.31: Gemessene Bruchquerkräfte und bilineare Näherungsfunktion für die Bemessungsquerkräfte im Abstand d vom Auflagerrand

4.4 Innen angreifende Einzellasten (D_i -Bereiche)

Bei den Betrachtungen im vorhergehenden Kapitel über die Wirkung innen angreifender Einzellasten im Zustand I konnte herausgearbeitet werden, dass diese Einzellasten einen Spannungszustand - bestehend aus breiten, unter 45° geneigten Druckstreben und dazwischen einer strahlenförmigen Druckkrafteinleitung mit zugehörigem Zuggewölbe - verursachen, der sich dem Spannungszustand nach der Biegetheorie überlagert. Bei entsprechenden geometrischen Verhältnissen kann auch ein Spannungszustand überlagert sein, der aus einem Sprengwerk resultiert.

Der Übergang in den gerissenen Zustand II wird daher stets stark davon abhängen, in welcher Größenordnung die verschiedenen, überlagerten Spannungszustände zu einander stehen. Diese Konstellation bestimmt die stufenweise Rissentwicklung und damit das Tragverhalten im Zustand II. Dieser Einfluss ist naturgemäß bei Tragwerken ohne Stegbewehrung besonders stark ausgeprägt, da sich die Risse im Stegbereich ungehindert entwickeln können.

Im vorhergehenden Kapitel wurde bereits unter dem Begriff des **D_i -Bereichs** die Situation definiert, dass sich die streben- und fächerartige Krafteinleitung einer Einzellast dem Spannungszustand nach der Biegetheorie überlagert. Beispiele hierfür bilden unter vielen anderen alle Versuchsbalken, die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] dokumentiert wurden und in den *Bildern* 4.32.a bis c wiedergegeben werden.

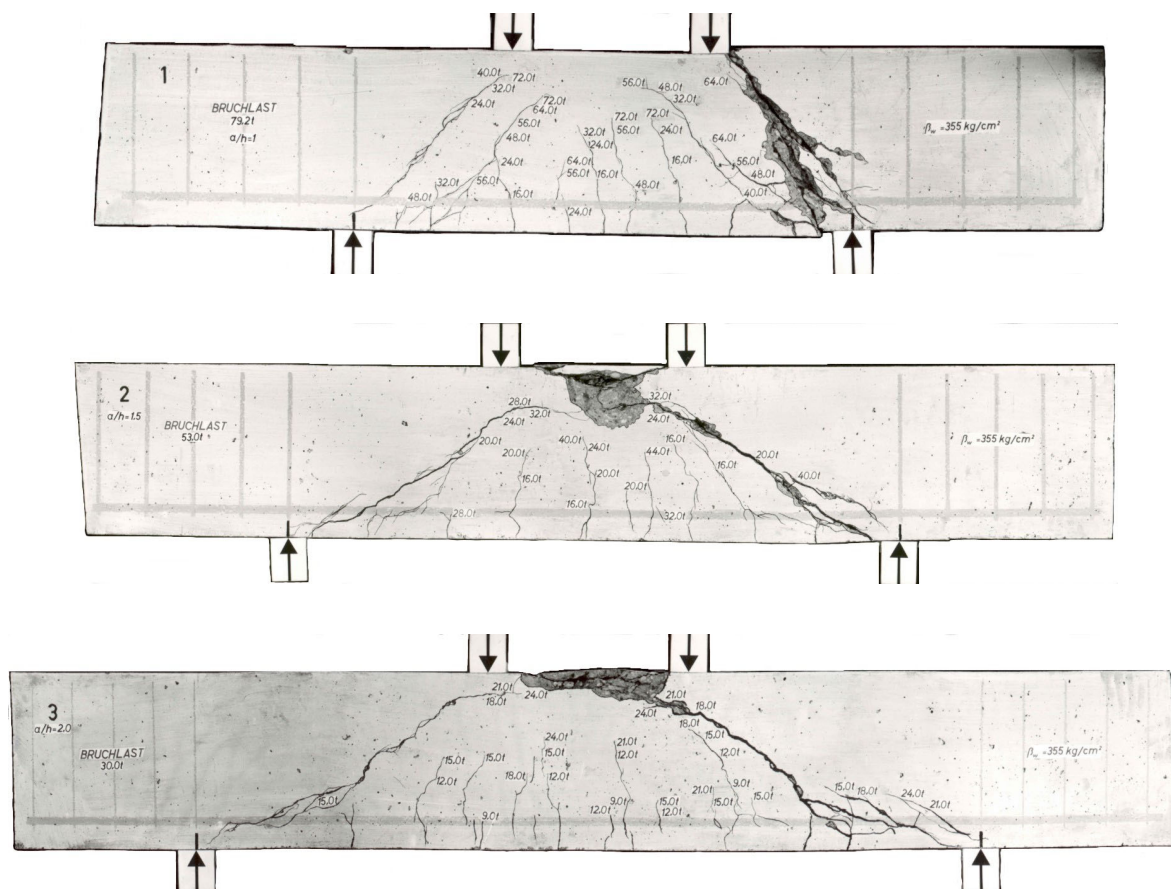


Bild 4.32.a: Rissbilder der Balken 1 bis 3 aus [2.4]

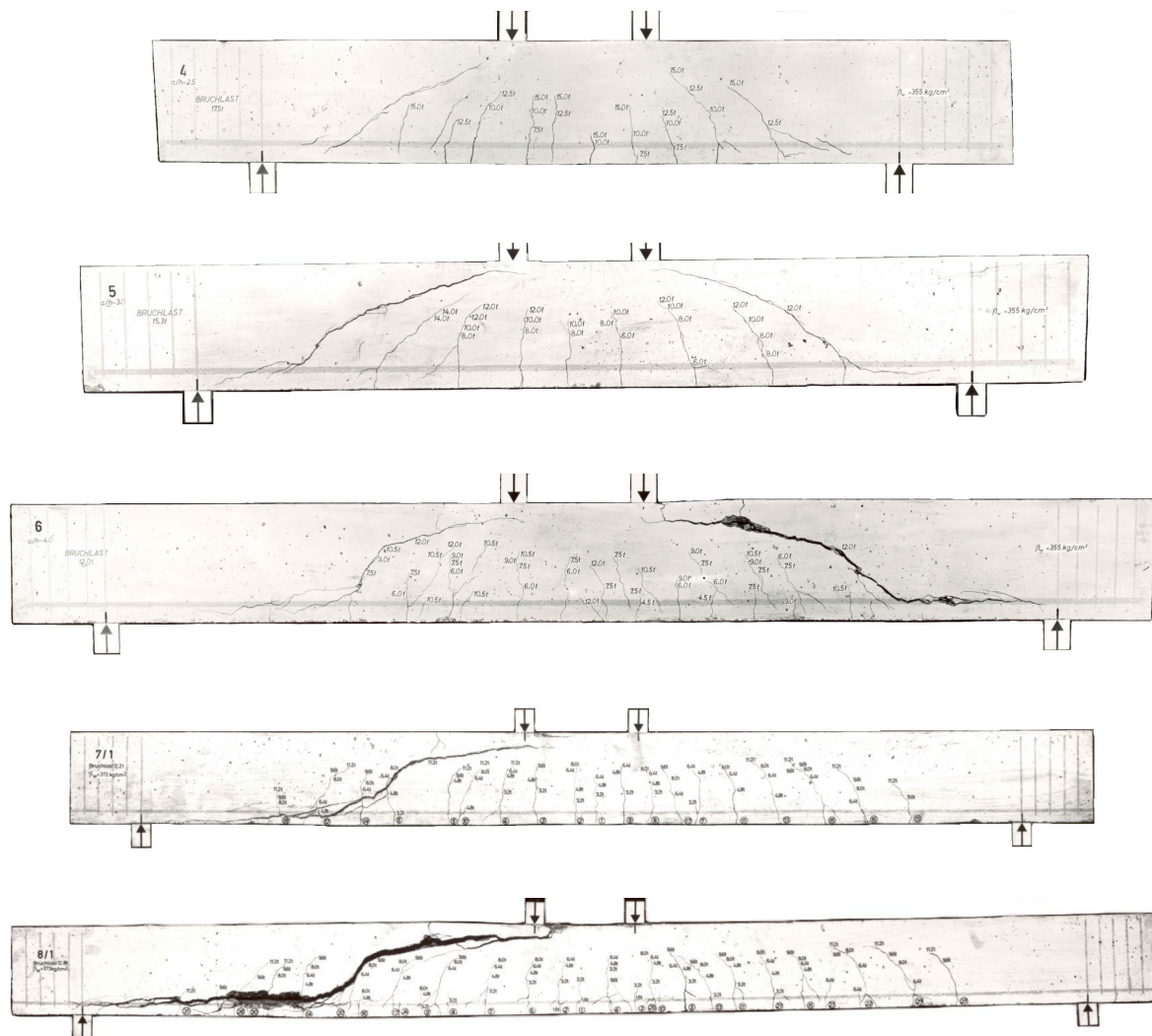
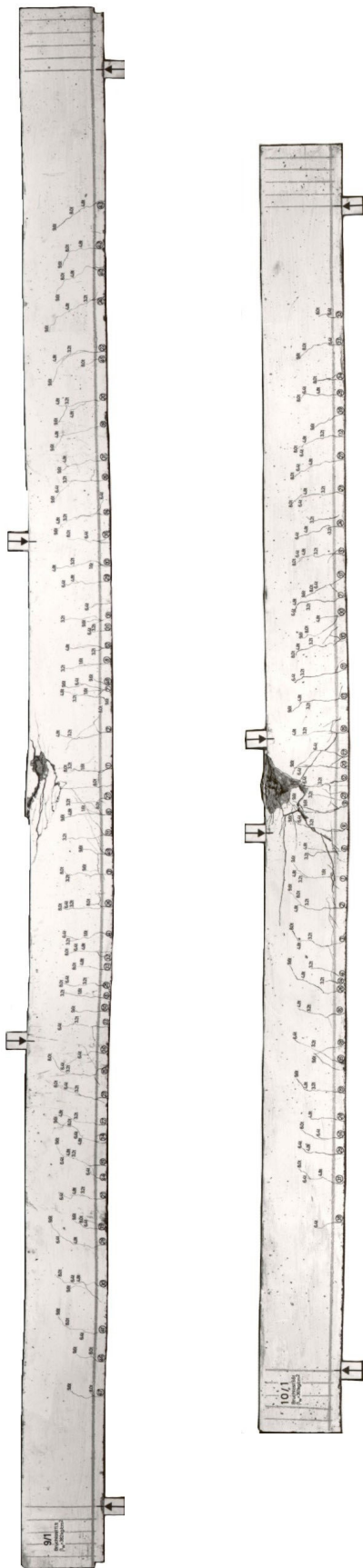


Bild 4.32.b: Rissbilder der Balken 4 bis 8/1 aus [2.4]

Ein deutlich erkennbarer Einfluss auf das Rissbild kann bei Systemen entstehen, bei denen sich zwischen einer innen angreifenden Einzellast und einem frei drehbaren Endauflager eine Druckstrebe ausbilden kann, die durch ein Sprengwerk im Gleichgewicht gehalten wird. Derartige Teilsysteme wurden gleichfalls im vorhergehenden Kapitel erörtert und erhielten die Bezeichnung **D_{e-i}-Bereich**. Sie sind von besonderer Bedeutung, weil sie in vielen Versuchen enthalten sind, ohne dass diese Besonderheit als solche gewürdigt worden wäre. Die in den Bildern 4.32.a und 4.32.b wiedergegebenen Balken 1 bis 8/1 aus [2.4] bilden hierfür - wie noch näher erläutert werden wird - anschauliche Beispiele.

Die genauere Betrachtung dieser Beispiele zeigt, dass bei kleineren Abständen der Einzellasten zum Endauflager andere Versagensmechanismen auftreten als bei den größeren Abständen. Wie noch ausführlicher gezeigt werden wird, hat die Tatsache, dass bei den kleineren Abständen der Einzellasten zum Endauflager die Biegemomente im Vergleich zu den übrigen Beanspruchungen eine untergeordnete Rolle spielen, zur Folge, dass die Stegzugspannungen in Folge des Momentengradienten nicht maßgebend werden. Es ist daher zweckmäßig, innerhalb der Definition des D_{e-i}-Bereichs noch eine Kategorie zu definieren für Einzellasten mit kleineren Abständen zum Endauflager; sie erhält die Bezeichnung **D_{e1}-Bereich**.



Ein wiederum anderes Rissbild ergibt sich für Tragwerke, bei denen eine Einzellast in der Nähe eines Momentennullpunktes eingeleitet wird, da in diesen Fällen die Biegemomente noch innerhalb des Kraftereinleitungsbereichs sehr klein werden. Sehr deutlich kann dies abgelesen werden an den Rissbildern der Balken HV 0 bis HV 3, die von *Leonhardt, Walther* und *Dilger* in [2.7] vorgestellt wurden und im *Bild 4.33* ausschnittsweise wiedergegeben sind.

Betrachtet man bei diesen Balken jeweils das Rissbild im Bereich der oben eingeleiteten Einzellasten, die auf das jeweils linke Feld einwirken, so kann man den Unterschied besonders deutlich nachvollziehen: Links der Einzellast sind Biegerisse zu erkennen, die im Wesentlichen rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie weisen unter der Einzellast die größte Risstiefe auf, die - dem zum linken Auflager hin abnehmenden Moment entsprechend - mit zunehmendem Abstand von der Einzellast immer kleiner wird.

Rechts der Einzellast sind dagegen die Risse strahlenförmig zur Einzellast ausgerichtet und deutlich länger als auf der linken Seite. Die Biegerisse spielen hier eine sehr untergeordnete Rolle, weil die Biegemomente in Folge des nahe gelegenen Momentennullpunkts sehr schnell sehr klein werden. Um diesen Zusammenhang eindeutig mit einem eigenen Begriff zu beschreiben, wird diese Situation im Weiteren mit **D_{i-0} -Bereich** bezeichnet.

Diese Beispiele zeigen, dass bei innen angreifenden Einzellasten zwei unterschiedliche Ursachen den Beginn der Rissbildung auslösen können: Zum Einen können es, wie in den B-Bereichen, die Biegemomente sein; zum Anderen können es aber auch die Zugspannungen sein, die durch die Kraftereinleitung entstehen, wenn im Bereich der Kraftereinleitung entsprechend kleine Biegemomente wirken. Der im Zusammenhang mit den B-Bereichen definierte Zustand II.1 muss also bei der Überlagerung mit innen angreifenden Einzellasten modifiziert werden.

Bild 4.32.c: Rissbilder der Balken 9/1 und 10/1 aus [2.4]



Bild 4.33: Rissbilder der Balken HV 0 bis HV 3 aus [2.7] (ausschnittsweise)

Definition: Mit **Zustand II.1B** wird die Situation bezeichnet, in der im Bereich von innen angreifenden Einzellasten der Beginn der Rissbildung von den Biegezugspannungen verursacht wird; die Risse verlaufen näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand. (Zustand II.1B ist gleichwertig mit dem Zustand II.1.)

Mit **Zustand II.1D** wird dagegen die Situation bezeichnet, in der im Bereich von innen angreifenden Einzellasten die Rissbildung von der Kraffteinleitung verursacht wird; die zugehörigen Risse bzw. Rissabschnitte verlaufen näherungsweise strahlenförmig zur eingeleiteten Kraft.

Bei der Betrachtung der Risszustände in Folge innen angreifender Einzellasten können sich also folgende unterschiedliche Situationen ergeben:

- ⇒ Innen angreifende Einzellasten im Biegebereich (**D_i-Bereich**)
- ⇒ Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern (**D_{e-i}-Bereich**)
- ⇒ Einzellasten in der Nähe von Endauflagern (**D_{e1}-Bereich**)
- ⇒ Einzellasten in der Nähe von Innenauflagern (**D_{i1}-Bereich**)
- ⇒ Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten (**D_{i-0}-Bereich**).

Entsprechend werden im vorliegenden Abschnitt ausschließlich innen angreifende Einzellasten im Biegebereich untersucht. Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern sowie Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten oder Auflagern werden in gesonderten Abschnitten betrachtet.

Für die weitere qualitative Betrachtung der D_i-Bereiche werden entsprechend den getroffenen Abgrenzungen zunächst als Beispiele die Balken 9/1 und 10/1 aus [2.4] verwendet, die ausschnittsweise nochmals gesondert in den folgenden Bildern wiedergegeben sind.

Das Rissbild ist in beiden Beispielen (s. auch *Bild 4.32.c*) dadurch gekennzeichnet, dass im Bereich der Einzellasten am Beginn der Rissentwicklung ganz offensichtlich die Biegezugspannungen deutlich größer waren als die Zugspannungen aus der Kraffteinleitung, so dass sehr deutlich Rissabschnitte erkennbar sind, die dem Zustand II.1 entsprechen, wie er für die Rissentwicklung in den B-Bereichen definiert wurde; dieser Zustand wird nach der zuvor festgelegten Definition **Zustand II.1B_i** genannt, wobei durch den zusätzlichen Index die Zuordnung zum D_i-Bereich und die Abgrenzung zu den B-Bereichen auch in der Bezeichnung direkt erkennbar werden.

D_i-Bereiche sind ja nach den zuvor vorgenommenen Abgrenzungen dadurch gekennzeichnet, dass im Bereich der Einzellasten vergleichsweise große Biegemomente vorhanden sind, da benachbarte Endauflager oder Momentennullpunkte erst in größerer Entfernung vorhanden sind.

Beim Balken 10/1 im *Bild 4.34* beträgt das Biegemoment in der Achse der Kraffteinleitung $M = 8 \cdot V \cdot d$ - oder anders ausgedrückt:

$$M / V = 8 \cdot d.$$

Dieses vergleichsweise große Verhältnis führt dazu, dass hier die Zugspannungen in Folge des Biegemoments erheblich größer sind als diejenigen des Zuggewölbes aus der Kraffteinleitung. Dies ist eindeutig aus den ersten Rissabschnitten abzulesen: Sie verlaufen etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand und reichen etwa bis zur Nulllinie der Balken im Zustand I.

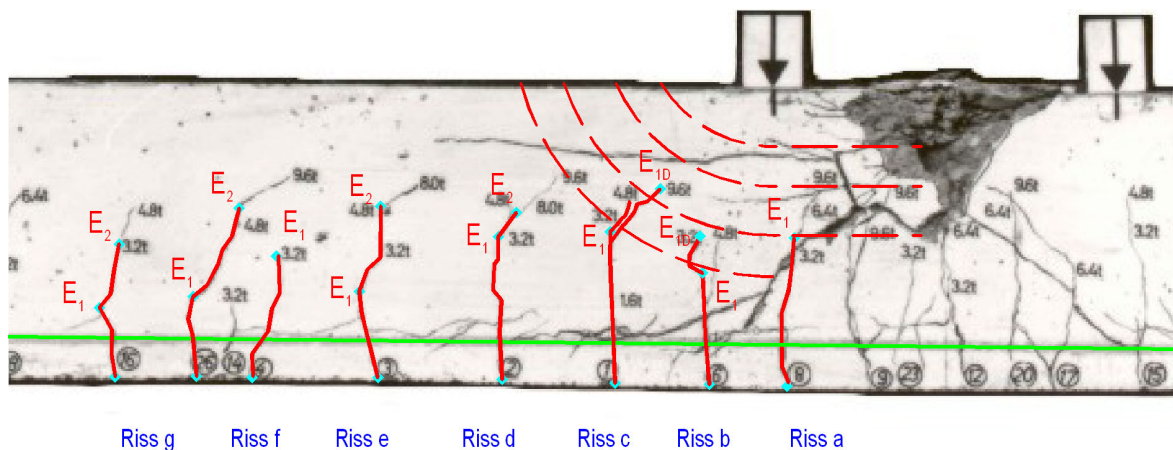


Bild 4.34: Rissbild im Krafteinleitungsbereich (linker Teil) des Balkens 10/1 aus [2.4] im Zustand II.1D

Diese Rissabschnitte haben zur Folge, dass der ursprünglich in ihrem Wirkungsbereich liegende Teil des Zuggewölbes der Krafteinleitung unterbrochen wird und nicht mehr wirksam sein kann. Das Zuggewölbe kann sich gemäß der Darstellung im *Bild 4.34* nur noch in dem Bereich über den Biegezugrissen ausbilden. Es kann jedoch angenommen werden, dass dieses stark reduzierte Zuggewölbe keine wesentlichen Anteile an der Krafteinleitung übernehmen kann, sondern dass vielmehr die Einzellast nunmehr weitgehend vollständig über Druckstreben eingeleitet wird. Allerdings können sich diese Druckstreben auch nur insofern ausbilden, wie dies zwischen den Biegerissen möglich ist.

Als Ersatz für das durch die Biegerisse gestörte Zuggewölbe kommen theoretisch zwei Möglichkeiten in Betracht: Da sich bei den Untersuchungen zur Einleitung einer Einzellast im Zustand I ergab - vgl. *Bild 3.28* - dass neben dem Zuggewölbe nur noch kräftige, etwa unter 45° geneigte Druckstreben wirksam sind, kann zunächst angenommen werden, dass die ursprünglich vom Zuggewölbe übernommenen Lastanteile auf diese 45° -Streben umgelagert werden. Es ist aber auch denkbar, dass sich zusätzliche Druckstreben ausbilden, die sich im Bereich des ursprünglichen Zuggewölbes zwischen den Rissen auf den Zuggurt abstützen. Diese zweit genannte Variante erscheint nicht unbedingt plausibel, da für die Weiterleitung dieser relativ steil eingeleiteten Lastanteile nach der Anschauung mehr Formänderungsarbeit benötigt wird als für die erst genannte Variante.

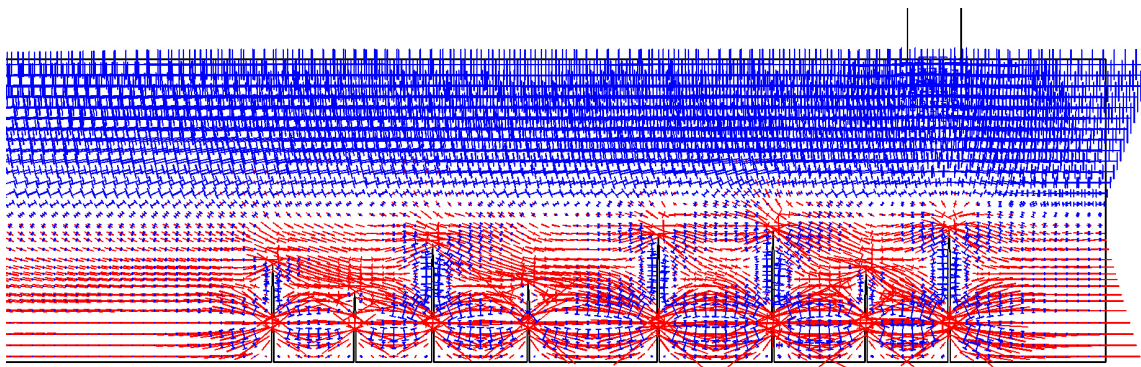


Bild 4.35: Hauptspannungen des Balkens 10/1 (linker Teil) aus [2.4] im Zustand II.1B_i

Um zu dieser Frage eine fundierte Antwort zu erhalten, wurde für den Balken 10/1 mit den Rissen im Zustand II.1 eine FE-Berechnung durchgeführt. Das im *Bild 4.35* dargestellte Ergebnis zeigt eindeutig, dass das System jede vorhandene Möglichkeit wahrnimmt, um Druckstreben zu Schnittpunkten der Biegerisse mit der Biegezugbewehrung auszubilden. (Die Druckstreben sind nicht so deutlich zu erkennen wie die Zugstreben, da in der unteren Balkenhälfte Biegelängszugspannungen überlagert sind.) Die zuvor geäußerte Vermutung bezüglich der Formänderungsarbeit wird nicht bestätigt.

Um nun zusätzlich eine Aussage darüber zu erhalten, welche Lastanteile die verschiedenen Last einleitenden Druckstreben übernehmen, wurde als weiteres Modell ein Fachwerk berechnet, das zur besseren Vergleichbarkeit im *Bild 4.36* über das Bild der Hauptspannungen gezeichnet wurde.

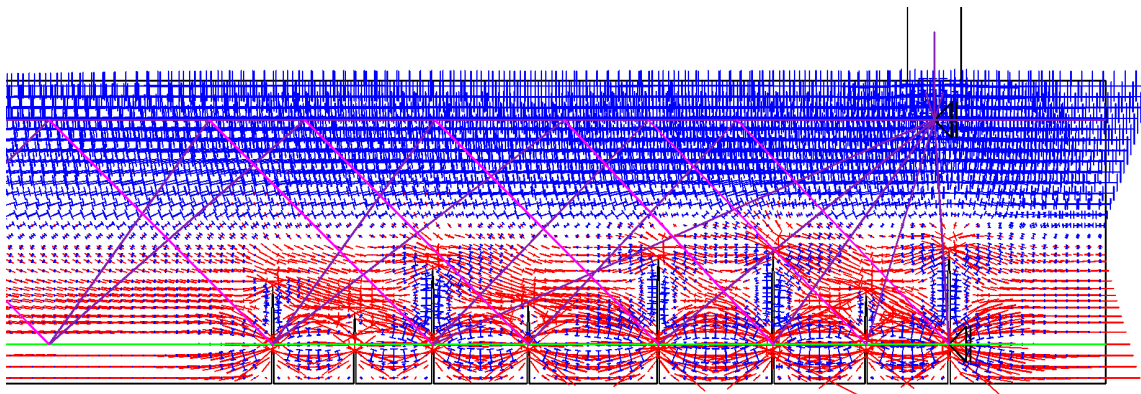


Bild 4.36: Hauptspannungen und Fachwerk des Balkens 10/1 (linker Teil) aus [2.4] im Zustand II.1B_i

Nach dieser Berechnung übernehmen die dargestellten Druckstreben alle etwa gleich große Anteile der eingeleiteten Last. Dies bedeutet, dass die ursprünglich vom Zuggewölbe im Gleichgewicht gehaltenen Lastanteile praktisch vollständig von den Druckstreben übernommen werden, die sich in diesem Bereich ausbilden können. Eine Umlagerung zu den bereits im Zustand I wirksamen Druckstreben unter 45° findet nach dieser Berechnung nicht statt.

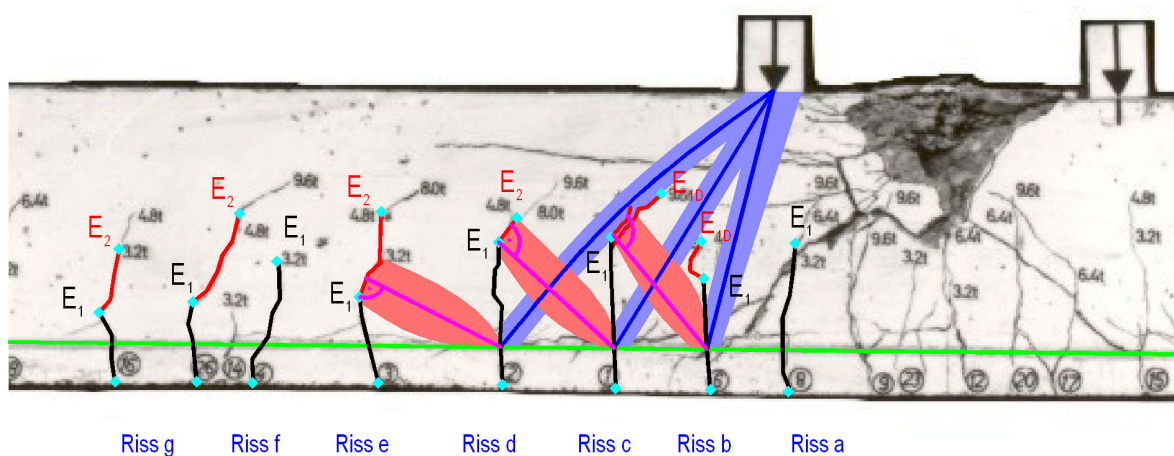


Bild 4.37: Rissbild des Balkens 10/1 aus [2.4] mit Stegdruck- und -zugstreben im Zustand II.1B_i

Demnach bewerkstelligen im Zustand II.1B_i im linken Teil des Balkens 10/1 aus [2.4] im Wesentlichen die im *Bild 4.37* dargestellten Druck- und Zugstreben die Einleitung der Einzellast.

Verfolgt man nun die weitere Rissentwicklung zunächst am Riss „c“, so könnte man zunächst zu der Auffassung gelangen, dass der vom Punkt E₁ weiter führende Rissabschnitt auf die Stegzugstrebe zurück zu führen ist, die vom Riss „b“ ausgeht. Bei genauerer Betrachtung stellt man aber fest, dass dieser Rissabschnitt gar nicht genau rechtwinklig zu dieser Stegzugstrebe verläuft, er weist vielmehr - wie das *Bild 4.38* belegt - ziemlich genau eine Neigung von 45° auf und ist genau zum Lasteinleitungspunkt gerichtet. Weiterhin kann man feststellen, dass der betrachtete Rissabschnitt nicht an der Risswurzel des ersten Rissabschnitts ansetzt, sondern zu diesem Punkt E₁ einen Versatz aufweist.

Es handelt sich bei dem betrachteten Rissabschnitt also nicht um die Folge einer im Zustand II.2 wirkenden Stegzugstrebe. Der Rissabschnitt ist vielmehr dem Versagen des reduzierten Zuggewölbes zuzuordnen, das in diesem Bereich auch im Berechnungsergebnis des *Bildes 4.35* gut zu erkennen ist. Dem verringerten Zuggewölbe waren darüber hinaus im Bereich des betrachteten Rissabschnitts Querszugspannungen der zum Riss „d“ gerichteten Druckstrebe überlagert.

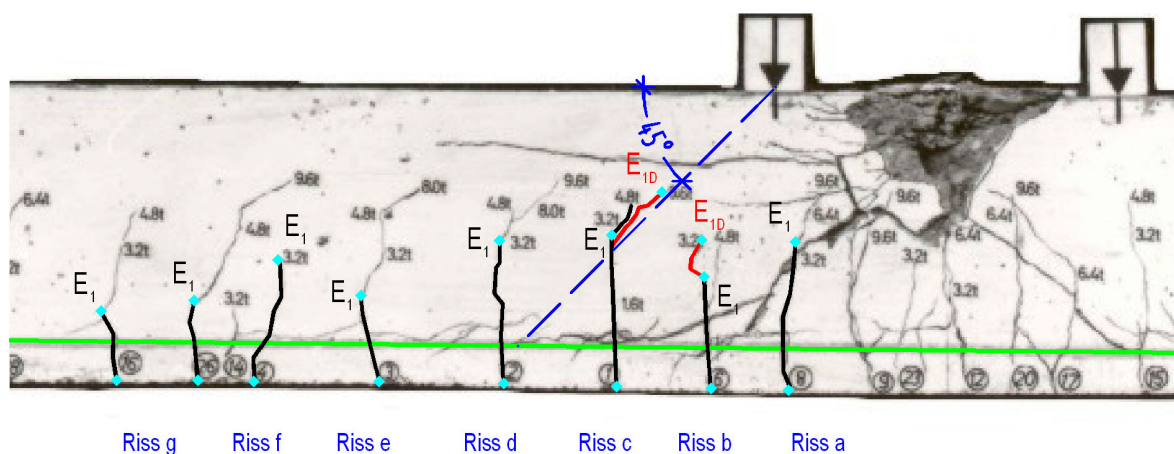


Bild 4.38: Rissbild im Kräfteinleitungsbereich (linker Teil) des Balkens 10/1 mit radialen Rissabschnitten im Zustand II.1D_i

Mit dieser Rissbildung erreicht das System also nur eine Zwischenstufe, die nach der zuvor festgelegten Abgrenzung im Folgenden als **Zustand II.1D_i** bezeichnet wird. In diesem Zustand steht für die Kräfteinleitung praktisch kein Zuggewölbe mehr zur Verfügung. Im Vergleich zu den Rissstufen der B-Bereiche handelt es sich um einen zusätzlichen Zwischenzustand, der hier eintritt, bevor geneigte Stegzugspannungen zu geneigten Rissen führen. Er wird daher Zustand II.1D_i genannt und nicht etwa Zustand II.2_i, um mit letzterer Bezeichnung vergleichbare Einflüsse der B- und D-Bereiche beschreiben zu können.

Ein vergleichbarer Zusammenhang lässt sich auch am Riss „b“ erkennen. Obwohl dieser Riss im Zustand II.1B_i gar nicht bis in die Resultierende der zum Riss „c“ führenden Druckstrebe reichte, hat die Schwächung im Bereich der Risswurzel beim Punkt E₁ ausgereicht, um auch hier einen in Richtung der Druckstrebe verlaufenden Rissabschnitt zu erzeugen. Der Versatz zwischen Druckstrebe und Risswurzel hatte hier zur Folge, dass ein kurzer Verbindungsrisse entstand, was insgesamt zu einem hakenförmigen Rissverlauf im Zustand II.1D_i führte.

Auch in anderen Beispielen können einer oder auch mehrere radiale Risse festgestellt werden, die auf die Querkzugspannungen der Druckstreben zurück zu führen sind.

Der im *Bild 4.38* zwischen den Punkten E_1 und E_{1D} dargestellte Abschnitt des Risses „c“ verläuft, wie bereits geschildert, nicht nur exakt radial, sondern ist auch genau 45° gegenüber der Balkenachse geneigt. Dies korrespondiert sehr gut mit den im vorhergehenden Kapitel durchgeführten Untersuchungen zur Kraffteinleitung im Zustand I. Dort konnte heraus gearbeitet werden, dass etwa die Hälfte der Kraffteinleitung über breite Druckstreben geschieht, die unter 45° zur Balkenachse geneigt sind. Dieses Ergebnis einer theoretischen Untersuchung für den Zustand I wird nun durch das analysierte Rissbild auch für den Zustand II bestätigt.

Man könnte dieses Ergebnis trotz der zu Grunde liegenden Berechnungen als Zufall abtun, wenn sich nicht dieser „Zufall“ verblüffend häufig einstellen würde. So zeigen die folgenden *Bilder 4.39* und *4.40* für die rechte Hälfte des Balkens 10/1 sowie die linke Hälfte des Balkens 9/1 aus [2.4] genau den gleichen Zusammenhang! Die Analogie geht sogar so weit, dass sich auch der unter 45° verlaufende Sekundärriss in der linken Hälfte des Balkens 9/1 nicht aus der Wurzel des bereits vorhandenen Biegerisses entwickelt hat.

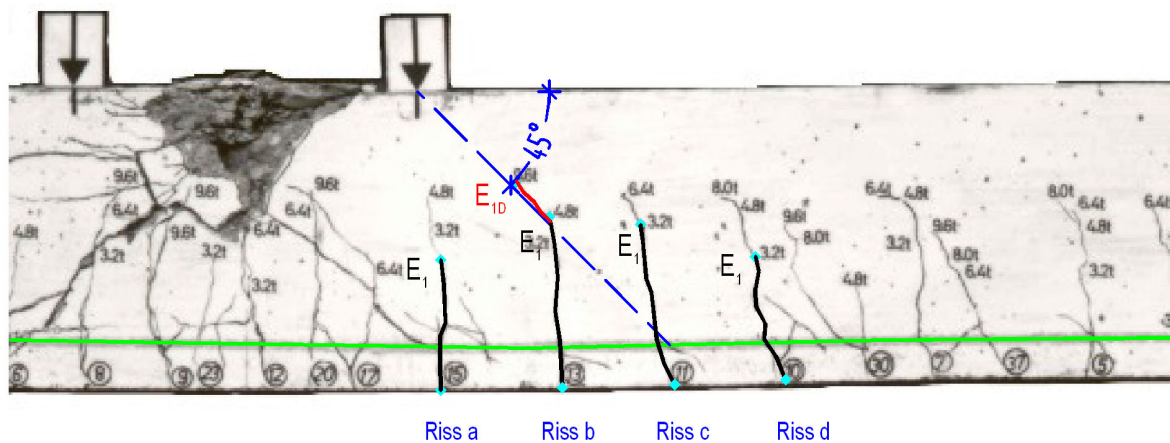


Bild 4.39: Rissbild im Kraffteinleitungsbereich (rechter Teil) des Balkens 10/1 aus [2.4]

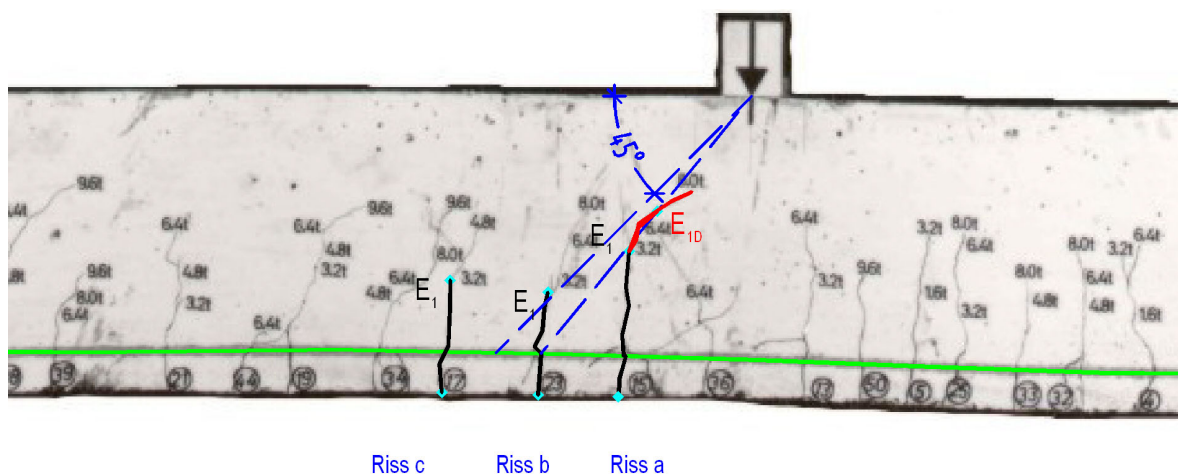


Bild 4.40: Rissbild im Kraffteinleitungsbereich (linker Teil) des Balkens 9/1 aus [2.4]

Darüber hinaus sind derartige, unter 45° geneigte Sekundärrisse in zahlreichen weiteren Beispielen vorhanden, wie die Zusammenstellung in der Anlage A.4 zeigt. Die Überein-

stimmung mit den theoretischen Untersuchungen für den Zustand I sowie das häufige Auftreten im Zustand II belegen, dass es sich also nicht um einen Zufall handelt, man muss vielmehr von einer Regel ausgehen. Demzufolge wird dieser Zusammenhang im Weiteren als **45°-Regel** bezeichnet.

Diese 45°-Regel beinhaltet noch ein weiteres, zunächst vielleicht verblüffendes Phänomen: Verlängert man die radiale, unter 45° geneigte Linie, die durch den Sekundärriss läuft, bis zur Biegezugbewehrung, so stellt man fest, dass die Linie an dieser Stelle sehr häufig einen Kreuzungspunkt der Biegezugbewehrung mit einem Biegeriss trifft! Dies ist wiederum bei allen drei in den *Bildern 4.38 bis 4.40* enthaltenen Beispielen der Fall. Man findet auch diesen Zusammenhang sehr häufig in den in der Anlage A.4 zusammengestellten Beispielen.

Bei genauerer Betrachtung lässt sich dieser Zusammenhang jedoch durchaus auch theoretisch begründen: Wenn die Druckstrebe in diesem Bereich den Zuggurt erreicht, sind für ihr Gleichgewicht sowohl eine anschließende, geneigte Zugstrebe als auch eine randparallele (rückhängende) Zugkraft erforderlich. Die Einleitung der Druckstreben führt also zu zusätzlichen Zugspannungskonzentrationen, die naturgemäß früher zu Rissen führen als in den benachbarten Bereichen.

Natürlich muss man bei einem Stoff mit so inhomogenem Gefüge wie Beton damit rechnen, dass sich derartige Regeln nicht zwingend bei jedem einzelnen Beispiel in dieser Weise einstellen. So weist auch die rechte Hälfte des Balkens 9/1 diese Charakteristik nicht exakt auf (vgl. *Bild 4.41*). Und dennoch gibt es ein Indiz dafür, dass die rechte Hälfte des Balkens 9/1 nicht vollständig frei ist vom Einfluss der 45°-Regel: Die 45°-Linie führt hier zu einem Schrägriss, der sich kurz oberhalb der Biegezugbewehrung eingestellt hat, ohne aber bis zur Biegezugbewehrung zu reichen.

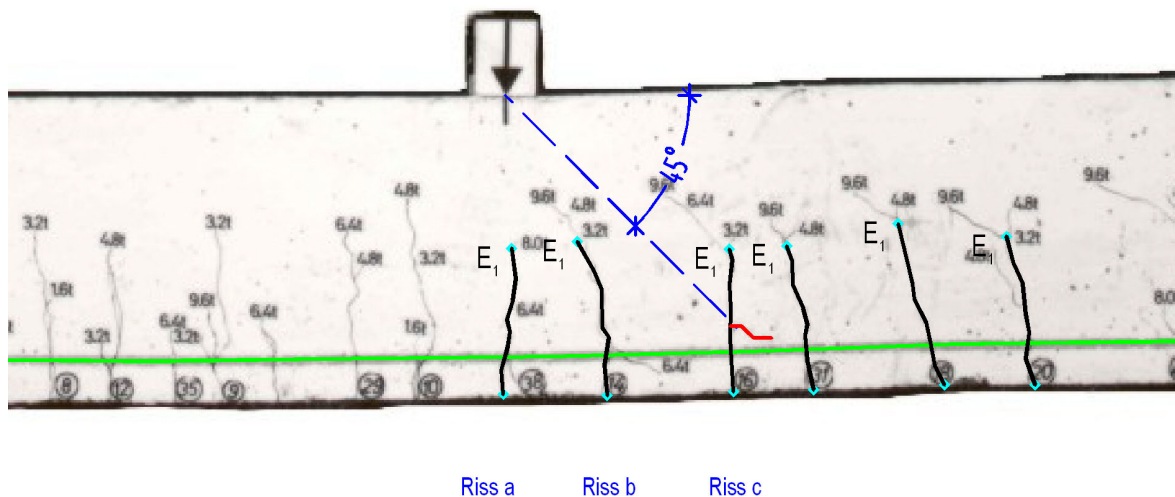


Bild 4.41: Rissbild im Kraffteinleitungsbereich (rechter Teil) des Balkens 9/1 aus [2.4]

Wenn nun der Zustand II.1D_i erreicht ist, kann auf Grund der radial verlaufenden Rissabschnitte davon ausgegangen werden, dass die Wirkung eines anteiligen Zuggewölbes für die Kraffteinleitung endgültig unterbunden ist. Es stehen - am Beispiel des Balkens 10/1 aus [2.4] betrachtet - nur noch Stegdruckstreben zur Kraffteinleitung zur Verfügung.

Allerdings ist zu beachten, dass die Größen der Stegdruckstreben und damit die Größen der Stegzugstreben hier völlig andere Werte annehmen als im B-Bereich. Während im B-Bereich die Gurtdifferenzkräfte zwischen zwei Rissen gemäß Glg. (2.17) analog *Bild 2.8* den Ausgangswert für die Größe der Stegzugstreben bilden, ist dem *Bild 4.42* deutlich zu

entnehmen, dass sich aus der strahlenförmigen Ausbreitung der eingeleiteten Einzellast einerseits und den in diesem Bereich vorhandenen Rissabständen sowie Risstiefen andererseits jeweils ergibt, wie groß die in ein Rissfeld eingeleitete Stegdruckstrebe im Einzelfall ist.

Die im **Zustand II.1_i** wirksamen Zugstreben verursachen schräg verlaufende Rissabschnitte von den Punkten E_1 zu den Punkten E_2 . In der nächsten Entwicklungsstufe - **Zustand II.2_i** - stellen sich die im *Bild 4.42* dargestellten Druck- und Zugstreben ein. Sie führen zu den nächsten Rissabschnitten, nunmehr von den Punkten E_2 zu den Punkten E_3 . Diese Rissabschnitte sind flacher geneigt als die vorhergehenden. Die im Zustand II.1B_i wirksame Druckstrebe zum Riss „b“ ist nicht mehr möglich, weil die für ihr Gleichgewicht erforderliche Zugstrebe in Folge der oben beschriebenen Rissbildung im Zustand II.1D_i ausgeschlossen wurde.

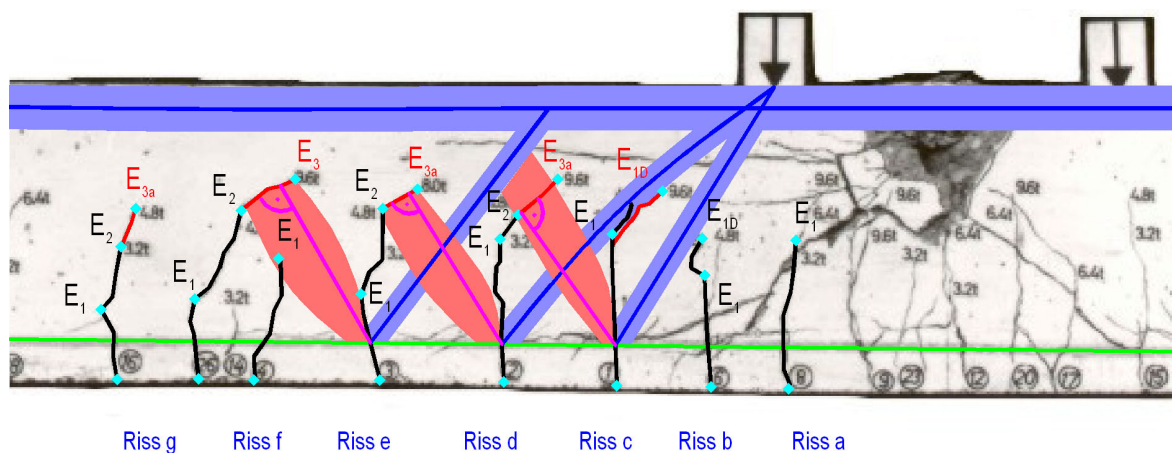


Bild 4.42: Rissbild im Kraffteinleitungsbereich (linker Teil) des Balkens 10/1 aus [2.4] mit Druck- und Zugstreben im Zustand II.2_i

Weitere Stegrissstufen konnten sich in diesem Beispiel nicht mehr ausbilden. Der Bauteilwiderstand der Stege wurde nicht erreicht, da der Balken bereits bei dieser Rissstufe in der Biegedruckzone zwischen den beiden Einzellasten in Folge von Spaltzugkräften versagte.

Das Beispiel des Balkens 10/1 erlaubt demnach keinen eindeutigen Schluss auf die Rissentwicklung in D_i -Bereichen. Es wäre nun sehr naheliegend, andere Beispiele heran zu ziehen. In dieser Situation müssen die Verfasser feststellen, dass sie außer den Balken 9/1 und 10/1 aus [2.4] keine weiteren Versuche kennen mit D_i -Bereichen in Tragwerken ohne Stegbewehrung (die nicht den D_{e-i} -Bereichen zuzuordnen sind).

Es gibt jedoch Versuche über das Tragverhalten von D_i -Bereichen mit Stegbewehrung. Obwohl die Stegbewehrung natürlich das Tragverhalten beeinflusst, kann die Rissentwicklung solcher Tragwerke qualitativ den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen, wie sie in der vorliegenden Analyse bereits für verschiedene Fälle aufgezeigt wurde. Im Folgenden werden daher die einzelnen Schritte der Rissentwicklung bis zum Bruch auch an Beispielen von Tragwerken mit Stegbewehrung aufgezeigt.

Im Übrigen ist die große Mehrzahl von Versuchen mit Einzellasten geprägt durch die gegenseitige Beeinflussung der Belastung mit den Auflagerreaktionen und daher nicht geeignet für die Analyse von D_i -Bereichen nach der hier gewählten Definition. Und es gibt bislang wohl keine Versuche mit Balken unter Gleichlasten, die D_i -Bereiche aufweisen. Auf der anderen Seite werden in der Praxis vielfach Tragwerke ausgeführt mit D_i -Bereichen ohne Stegbewehrung. So gehören die meisten durchlaufenden Platten in diese Kategorie. Hier besteht also noch dringender Forschungsbedarf.

Da, wie im folgenden Abschnitt noch begründet werden wird, der Balken 8/1 aus [2.4], vgl. *Bild 4.32.b*, den D_{e-i} -Bereichen zuzuordnen ist, kann er lediglich als indirekter Beleg für die zuvor entwickelte Rissentwicklungsthese herangezogen werden. Da er aber mit seinem Verhältnis $M/V = 6 \cdot d$ sehr ähnlich liegt wie der Balken 9/1 mit $M/V = 7 \cdot d$, wird unterstellt, dass die Analogie tatsächlich gegeben ist, auch wenn - wie noch gezeigt werden wird - im Detail zusätzliche Einflüsse wirksam sind.

Im folgenden *Bild 4.43* ist die linke Hälfte des Balkens 8/1 aus [2.4] noch einmal ausschnittsweise dargestellt. Im Wesentlichen sind die zuvor beschriebenen Rissstufen in den verschiedenen Zuständen II.1D_i bis II.7_i (genau genommen die sehr ähnlichen Zustände II.1_{e-i} bis II.7_{e-i}) gut ablesbar. Sie sind in der Darstellung durch die jeweiligen Endpunkte E_1 bis E_{5c} der einzelnen Rissstufen und die in den letzten beiden Stadien II.6_{e-i} und II.7_{e-i} jeweils maßgebenden Stegkräften T_{w6} und C_{w7} gekennzeichnet. Es sind somit alle Rissstufen, die zuvor für Biegebereiche festgestellt wurden, in vergleichbarer Form auch hier zu erkennen.

Auf die Besonderheiten, die dieser Balken im Zustand II.2_{e-i} aufweist, wird im folgenden Abschnitt genauer eingegangen. Ebenso wird die bemerkenswerte Situation, dass sich im vorliegenden Beispiel im Zustand II.6_{e-i} im Teiltragsystem unter dem ersten kritischen Stegriss ein weiterer kritischer Stegriss entwickelte, noch genauer analysiert.

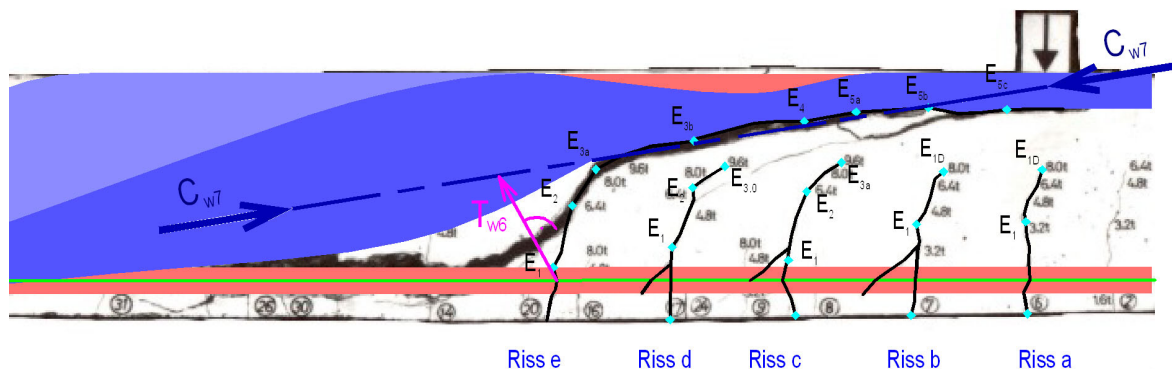


Bild 4.43: Rissbild der linken Hälfte des Balkens 8/1 aus [2.4] mit Tragwirkung im Zustand II.7_{e-i}

Wie bereits angesprochen, werden im Folgenden die einzelnen Rissstadien für D_i -Bereiche schrittweise an Versuchsbalken mit Stegbewehrung nachvollzogen. Dafür werden die Auflagerbereiche „B“ der Balken HH 4 und HH 5 aus [2.7] verwendet. Um die Analogie zu den bisher betrachteten Balken 8/1 bis 10/1 besser erkennbar zu machen, werden in den folgenden Bildern die Ausschnitte der Balken HH 4 und HH 5 kopfüber dargestellt, so dass die Auflagerlasten „B“ gleichfalls von oben auf die Balken wirken wie bei den bereits verwendeten Referenzbalken mit Einzellasten.

Betrachtet man zunächst im *Bild 4.44* die Rissbilder der beiden Balken im Auflagerbereich, so unterscheiden sie sich auf den ersten Blick sehr deutlich von den bisher betrachteten Rissbildern von D_i -Bereichen. Die Ursache für diesen Unterschied lässt sich aber sehr leicht ausmachen: Nachdem bisher Balken betrachtet wurden, die ein Verhältnis M/V zwischen $6 \cdot d$ und $8 \cdot d$ aufweisen, beträgt dieses Verhältnis bei den Balken HH 4 und HH 5 nur noch $2,6 \cdot d$ bzw. $3,04 \cdot d$ (hier allerdings bezogen auf die benachbarten Momentennullpunkte). Dies bedeutet, dass die Spannungen, die aus der Kraffteinleitung resultieren, in den vorliegenden Fällen im Verhältnis zu den Biegespannungen doppelt bzw. mehr als dreimal so groß sind als bei den zuvor betrachteten Balken. Dies hat zur Folge, dass die

Zugspannungen aus der Kräfteinleitung bereits die Zugfestigkeit des Betons im Steg überschreiten, wenn die Biegerisse des Zustands II.1B_i noch eine geringe Risstiefe aufweisen.

Im Hinblick auf die bereits angesprochene Abgrenzung von D_i-Bereichen gegenüber den D_{e-i}-Bereichen muss noch einmal ergänzend darauf hingewiesen werden, dass sich die zuvor für die Balken HH 4 und HH 5 genannten Verhältnisse M/V auf die vorhandenen Momentennullpunkte - also auf eine indirekte Lagerung - beziehen und somit nicht die Verhältnisse von D_{e-i}-Bereichen (mit überlagerten Sprengwerksdruckstreben zum Auflager) gegeben sind.

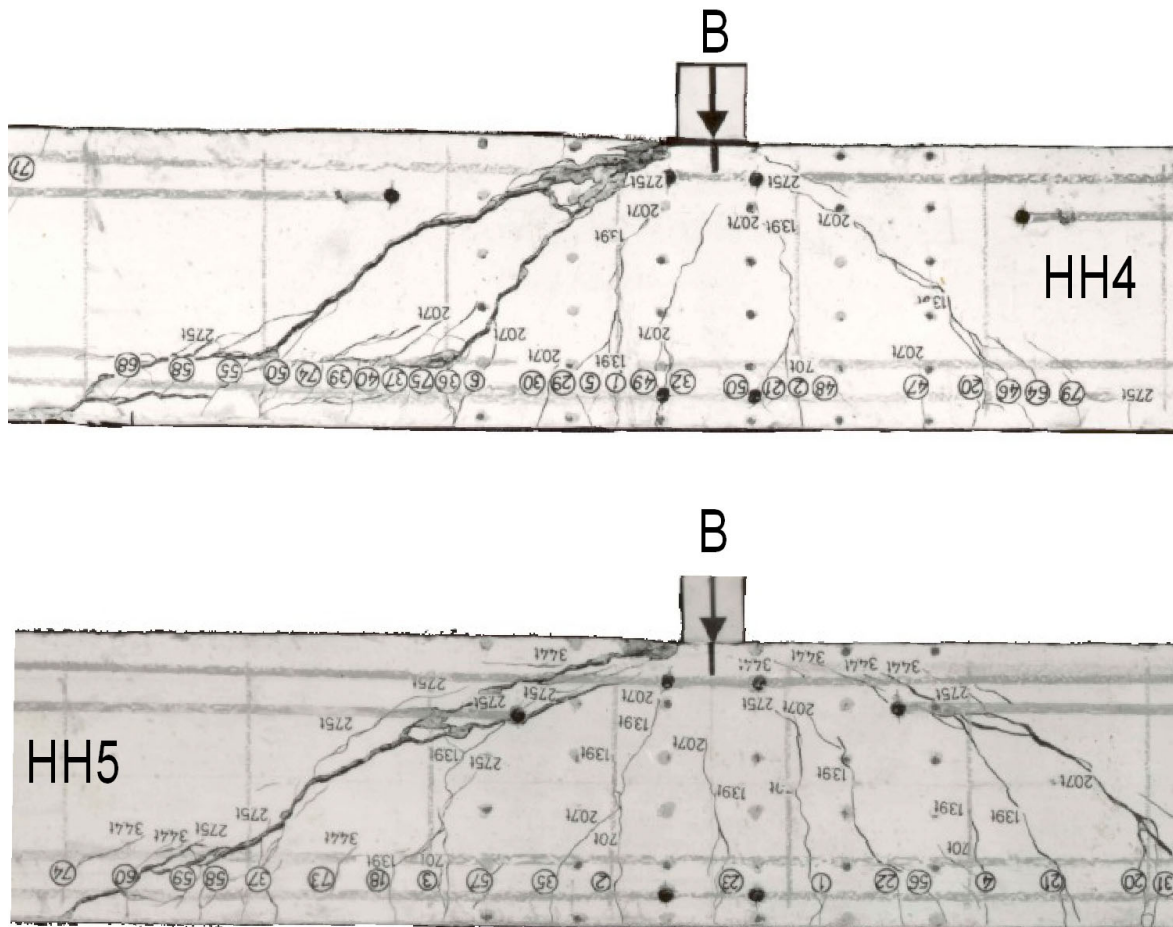


Bild 4.44: Rissbilder der Balken HH 4 und HH 5 aus [2.7] im Auflagerbereich B (die Balkenausschnitte sind kopfüber dargestellt)

Im folgenden **Bild 4.45** sind nun jeweils für beide Träger HH 4 und HH 5 bezüglich des kritischen Stegrisses der Anfangspunkt A sowie die in den verschiedenen Risstufen aufgetretenen Zwischenendpunkte E₁ bis E₅ dargestellt. Es sind weiterhin die Resultierenden der wirksamen Stegzugstreben T_w dargestellt. Bei genauerer Betrachtung der Rissverläufe zwischen den Punkten E₃ und E₄ kann man bei beiden Trägern übereinstimmend feststellen, dass dieser Rissabschnitt jeweils einen Bügel im rechten Winkel kreuzt. Die im Zustand II.3_i wirksame Stegzugstrebe T_{w3} wird also in beiden Fällen von dem Bügel übernommen und bleibt natürlich auch noch in den folgenden Zuständen wirksam, bis die Bügel die Fließgrenze erreichen.

Aus den Beispielen der Balken HH 4 und HH 5 mit Stegbewehrung kann somit auf der einen Seite abgelesen werden, dass die vorhandene Stegbewehrung die Entwicklung der

kritischen Stegrisse nicht grundsätzlich verändern muss, auf der anderen Seite ist aber auch der Einfluss der Stegbewehrung auf den Rissverlauf deutlich zu erkennen.

Bei beiden Balken sind im Übrigen radial verlaufende Rissabschnitte zu erkennen, die nach der zuvor festgelegten Definition einem Zustand II.1D_i zuzuordnen sind. Diese Rissabschnitte dürften aber bei den vorliegenden Beispielen keinen (nennenswerten) Einfluss auf die Entwicklung der kritischen Stegrisse genommen haben.

Weiterhin ist auch bei diesen Beispielen festzustellen, dass sich die Biegerisse primär in den durch die Bügel geschwächten Betonquerschnitten entwickelten.

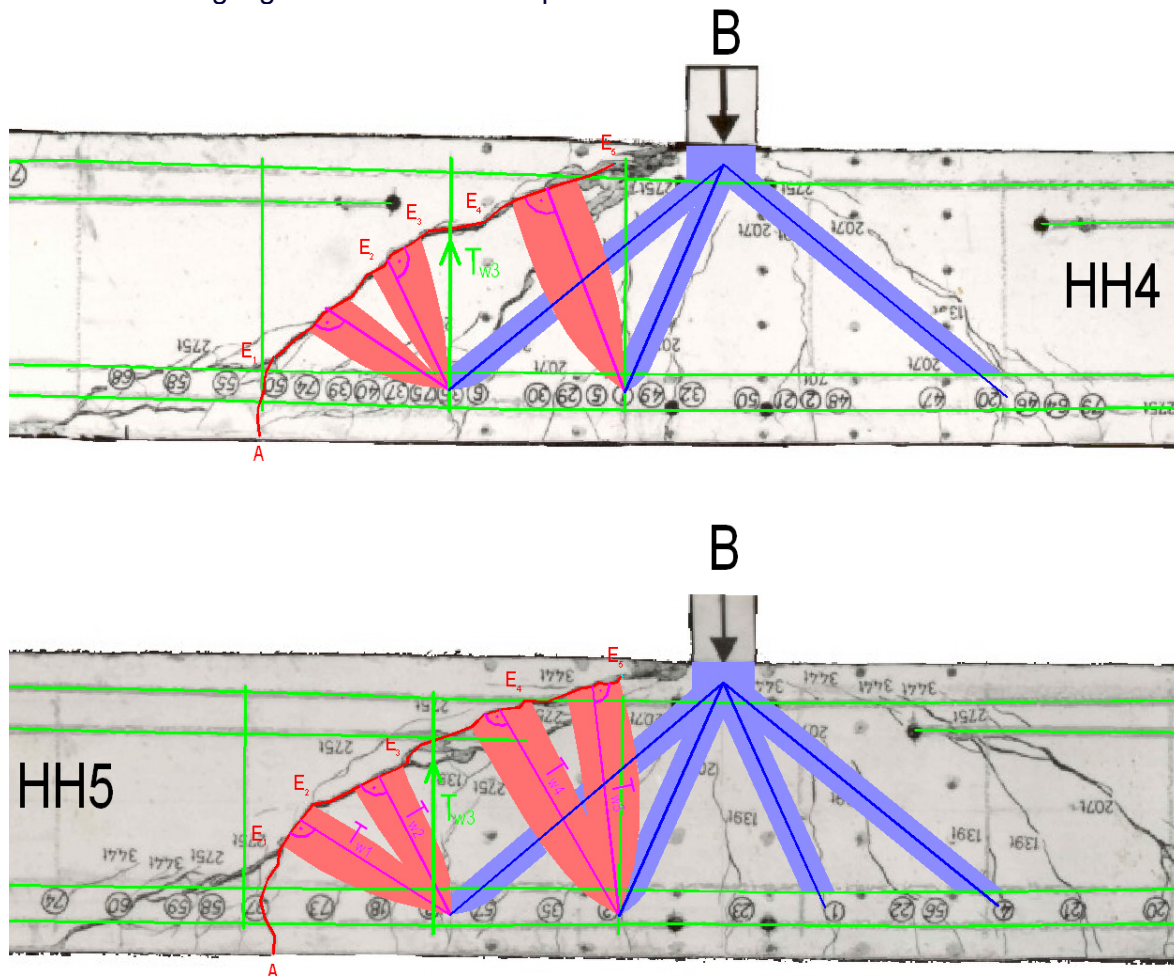


Bild 4.45: Rissbilder der Balken HH 4 und HH 5 aus [2.7] im Auflagerbereich B mit Stegzugstreben in den Zuständen II.1_i bis II.5_i

Nachdem der kritische Stegriss im Zustand II.5_i weit in die Druckzone vorgedrungen war (und vermutlich die beanspruchte Stegbewehrung die Streckgrenze überschritten hatte), stellten sich analog zu den bisher durchgeführten Analysen die Zustände II.6_i und schließlich II.7_i ein, wobei Letzterer auch hier das endgültige Versagen repräsentiert.

Im *Bild 4.46* sind die Stegzugstreben dieser beiden Zustände dargestellt. Obwohl in beiden Beispielen für das Gleichgewicht der Druckstrebe C_{w6} jeweils ein Bügel zur Verfügung steht, weist die Stegzugstrebe T_{w6} in beiden Fällen gemäß der Rissrichtung eine Neigung von ca. 70° gegenüber der Balkenachse auf und folgt damit nicht der Bügelrichtung.

Das Versagen der Stegzugstrebe T_{w6} führt zur Aktivierung der letzten Tragreserve des Systems, indem sich sehr flach geneigte Druckstreben C_{w7} einstellen. Unterstellt man, dass

sie knapp über der Zone verlaufen, die im Zustand II.6_i zum Ablösen des Steges vom Zuggurt führten, so weisen diese - im Bild gestrichelt dargestellten - Druckstreben in den vorliegenden beiden Beispielen Neigungen von etwa 20° gegen die Balkenachse auf. Diese flache Neigung führt zu einer erheblichen Vergrößerung der zugehörigen Druckspannungen, die sich den Biegedruckspannungen überlagern. Das System kollabiert in Folge dieser großen Druckspannungen, die zwar nicht größer sind als rechts der eingeleiteten Lasten, aber hier auf Grund der kritischen Stegrisse auf eine stark verringerte Druckzone einwirken.

Es bleibt noch darauf hinzuweisen, dass auch hier in beiden Beispielen HH 4 und HH 5 aus dem Rissbild gut abzulesen ist, wie die jeweiligen Druckstreben C_{w6} , völlig analog zu den für B-Bereiche festgestellten Zusammenhängen, den kritischen Stegriss zwischen Biegebewehrung und Punkt E_1 überdrücken und so die Lage der Risse festlegen, die in Folge der Stegzugstreben T_{w6} entstehen.

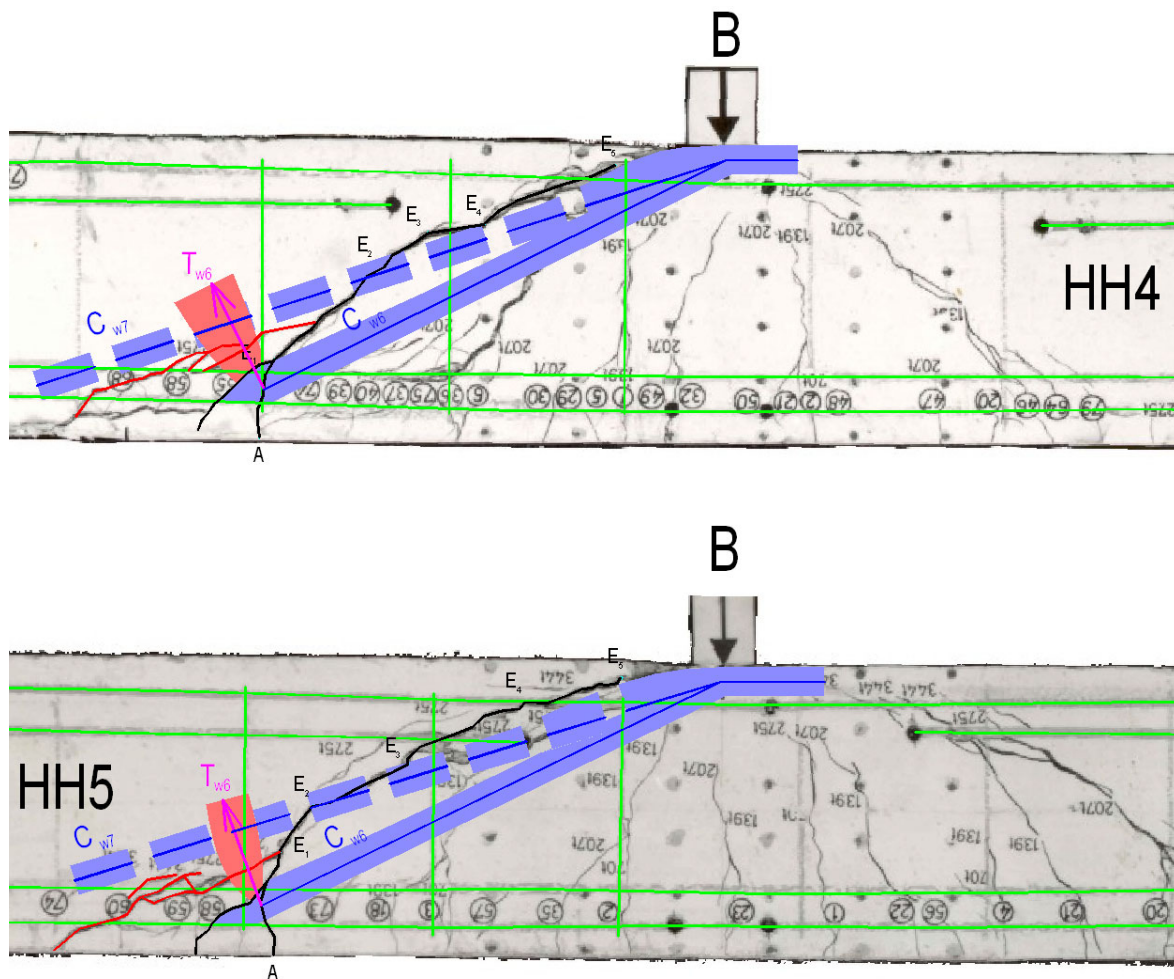


Bild 4.46: Rissbilder der Balken HH 4 und HH 5 aus [2.7] im Auflagerbereich B mit Stegstreben in den Zuständen II.6_i und II.7_i

Sinngemäß zu der Analyse der B-Bereiche sollen auch hier die von Rissbildern abgeleiteten Zusammenhänge ergänzend durch FE-Berechnungen untermauert werden. Die Berechnungen wurden auch im vorliegenden Fall für linearelastisches Materialverhalten durchgeführt und die jeweiligen Risse wurden als schmale Öffnungen abgebildet. In Anlehnung an die Abmessungen der Versuchsbalken wurde in der FE-Berechnung ein zwei Meter langer, 24 cm hoher Balken berechnet, bei dem die Biegerisse untereinander einen Abstand von 10 cm aufweisen. Seine Belastung besteht aus einer in Feldmitte einwirkenden Einzellast. In dem

in den folgenden Bildern dargestellten Balkenausschnitt befindet sich die Einzellast über dem am rechten Balkenrand befindlichen Riss.

Das *Bild 4.47* zeigt zunächst für einen Balkenausschnitt die Hauptspannungen im Zustand II.1. Der Hauptspannungsverlauf zeigt, dass bei der im Rechenmodell verwendeten Risstiefe von dem im Zustand I wirksamen Zuggewölbe kaum noch etwas wirksam ist. Man kann auch sehr gut sehen, dass in allen Rissfeldern Druckstreben vorhanden sind, die die eingeleitete Einzellast anteilig weiterleiten. Dort, wo in den weiteren Rissstufen auf Grund der Risstiefe keine direkten Druckstreben möglich sind, werden sie mit Hilfe der Zugstreben umgelenkt, so dass jedes Rissfeld an der Lastaufnahme beteiligt wird.

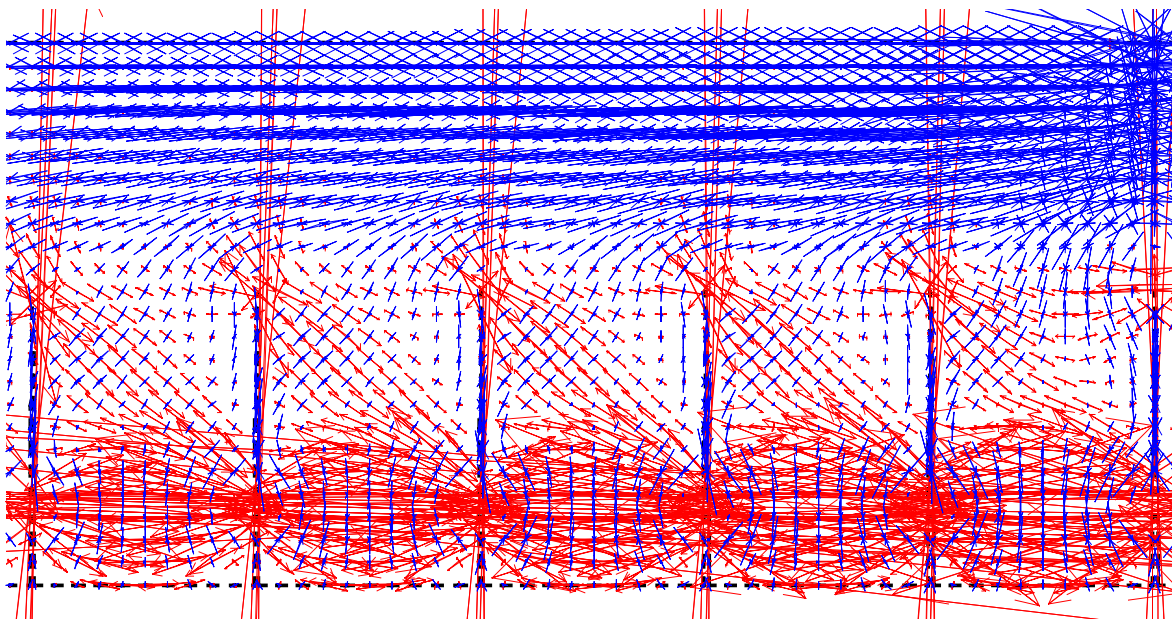


Bild 4.47: Ausschnittsweise Darstellung der Hauptspannungen im Zustand II.1;

Im nächsten *Bild 4.48* sind gegenüber dem *Bild 4.47* zwei Risse schräg verlängert, so dass die dargestellten Hauptspannungen dem Zustand II.2 zugeordnet werden können. Es bestätigt sich, dass weiterhin in alle Rissfelder Druckstreben eingeleitet werden und durch Zugstreben ein Gleichgewicht erhalten. In den beiden Rissfeldern mit schrägen Risskomponenten werden die Zugstreben an der Risswurzel vorbei geleitet (sie werden in Wirklichkeit im Bereich der Bruchprozesszone nicht so konzentriert entstehen können wie hier im Rechenmodell).

Im *Bild 4.49* wurde nun ein Riss so weit verlängert, dass das zugehörige Rissfeld für die Ausbildung von Zugstreben, die kraftschlüssig in die Druckzone reichen, nicht mehr zur Verfügung stehen kann; das System entspricht etwa dem Zustand II.4_i. Die FE-Berechnung zeigt, dass sich in diesem Zustand dennoch auch in diesem Rissfeld geeignete Zugspannungen einstellen. Sie können allerdings nur zur Umlenkung der Druckstrebe unterhalb des kritischen Risses beitragen. Man kann davon ausgehen, dass nunmehr die gesamte aus der Einzellast resultierende Querkraft des dargestellten Bereichs durch eine einzige Druckstrebe in das zweite Rissfeld von rechts geleitet und links des kritischen Risses mit einer Zugstrebe ins Gleichgewicht gebracht wird.

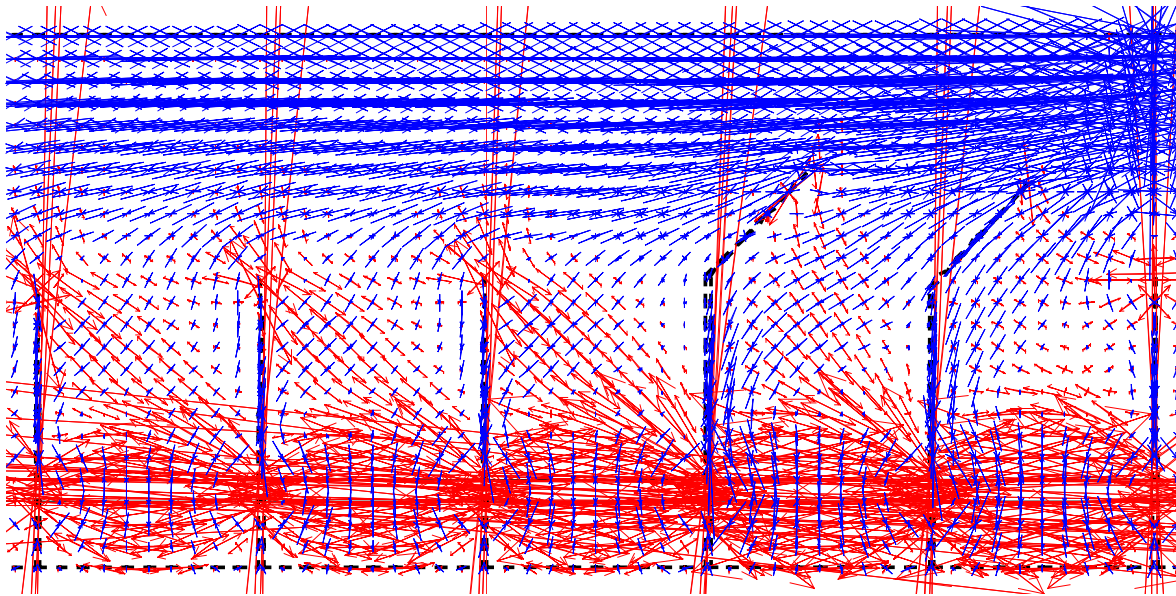


Bild 4.48: Darstellung der Hauptspannungen im Zustand II.2_i

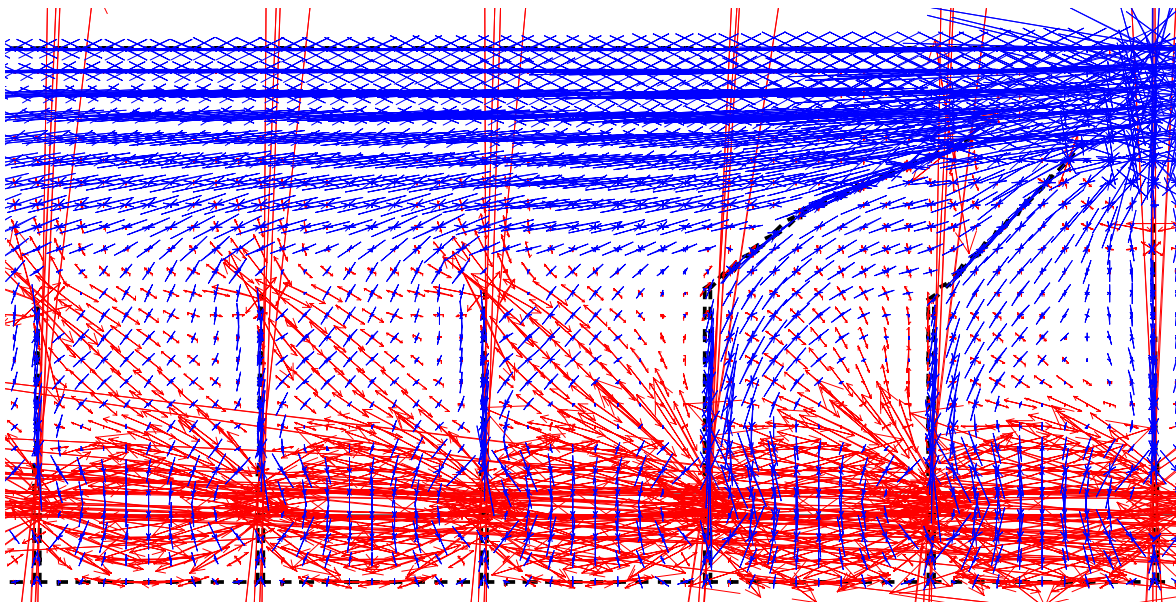


Bild 4.49: Darstellung der Hauptspannungen im Zustand II.4_i

Untersucht man nun noch den Spannungsverlauf im dritten Rissfeld etwas genauer, so kann man feststellen, dass sich hier nicht nur eine geneigte Zugstrebe ausbildet, vielmehr wirken auch direkt neben dem kritischen Stegriss vertikal gerichtete Zugspannungen. Betrachtet man die links in Richtung Auflager folgenden Rissfelder, so findet man in diesem Bereich wieder wie gewohnt Druckspannungen.

Das links neben dem kritischen Riss befindliche Rissfeld bildet in diesem Beispiel somit den Übergang zwischen dem D_i-Bereich und dem B-Bereich. Die direkt neben dem kritischen Stegriss in vertikaler Richtung wirkenden Zugspannungen aktivieren eine Druckstrebe, die geneigt auf das gleiche Rissfeld wirkt, in dem eine geneigte und eine vertikale Zugstrebe

wirken. Die Situation dieses Übergangs kann sehr einfach und anschaulich mit dem im *Bild 4.50* dargestellten Fachwerk veranschaulicht werden.

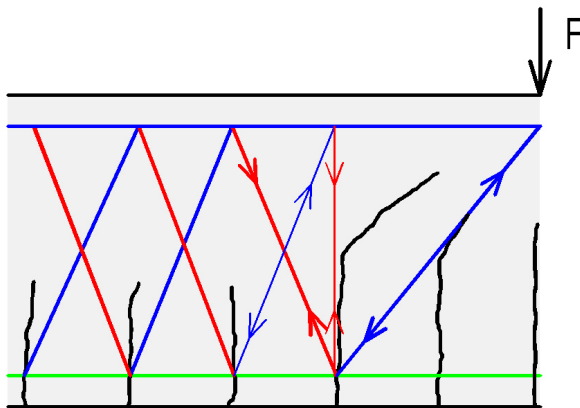


Bild 4.50: Fachwerkmodell mit Übergangsbereich zwischen D_I - und B-Bereich

Aus den in diesem Abschnitt durchgeführten Analysen ergibt sich also zusammenfassend für D_I -Bereiche folgende Abfolge von Rissstadien im Zustand II:

- Zustand II.1B_i:** Im D_I -Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung - die hier zunächst immer größer ist als die Zugbeanspruchung aus der Krafteinleitung - Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie verringern den Querschnitt des Zuggewölbes, das im Zustand I einen Teil der Krafteinleitung sicherstellt.
- Zustand II.1D_i:** Zwischen Krafteinleitung und den Wurzeln der Biegerisse bilden sich in Folge der Krafteinleitung einer oder mehrere radiale Risse, die das Zuggewölbe der Krafteinleitung außer Kraft setzen. Die eingeleitete Kraft wird nun ausschließlich mit Druckstreben zu den Kreuzungspunkten der Biegerisse mit der Biegezugbewehrung geleitet. Für das Gleichgewicht dieser Druckstreben bilden sich geneigte Zugstreben aus, die über der jeweils benachbarten Risswurzel im Biegedruckgurt verankert sind.
- Zustand II.2_i:** Die geneigten Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen.
- Zustand II.3_i:** Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2_i entstanden ist. Es entsteht ein polygonal oder auch ausgerundet verlaufender Riss, wie er beispielhaft sehr gut in den *Bildern 4.43* und *4.44* zu erkennen ist, der das betroffene Rissfeld nunmehr vollständig überbrückt und dadurch außer Kraft setzt.
- Zustand II.4_i:** Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.
- Zustand II.5_i:** Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun drei oder mehrere Rissfelder, wobei alle Abschnitte des

Steggrisses gegenüber dem gedrückten Rand mehr oder weniger geneigt sind.

Zustand II.6.: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Teilsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Der Zuggurt reißt durch diese starke Zusatzbeanspruchung reiverschlussartig außerhalb des kritischen Stegrisses vom Steg ab, das entstandene Teilsystem wird wieder unwirksam.

Zustand II.7.: Das Gesamtsystem bildet eine flach geneigte Druckstrebe von der eingeleiteten Einzellast über die gestörte Zone aus, bis schließlich der durch die Rissbildung stark eingeschnürte Druckgurt versagt und keine weiteren Tragreserven mehr aktiviert werden können.

Die **indirekte Einleitung von Einzellasten** kommt in der Praxis auch für Bauteile ohne Stegbewehrung häufig vor - z. B. in Form von Platten, die auf niedrigen Unterzügen gelagert werden; entsprechende Versuche sind jedoch nicht bekannt. Vereinzelt ist jedoch die indirekte Einleitung von Einzellasten in dokumentierten Versuchen mit Stegbewehrung gegeben, so z. B. in den Versuchsserien 66 und 69, die von *Kupfer* und *Baumann* in [4.4] dokumentiert wurden. Die Lasten wurden hier zwar zunächst auch direkt eingeleitet, die Wirkung einer indirekten Einleitung ergibt sich jedoch aus der Anordnung von Lisenen in den jeweiligen Auflagerbereichen. Versuche, die sich gezielt mit der indirekten Lagerung von durchlaufenden Stahlbetonbalken befassten, wurden von *Leonhardt*, *Walther* und *Dilger* in [4.5] vorgestellt.

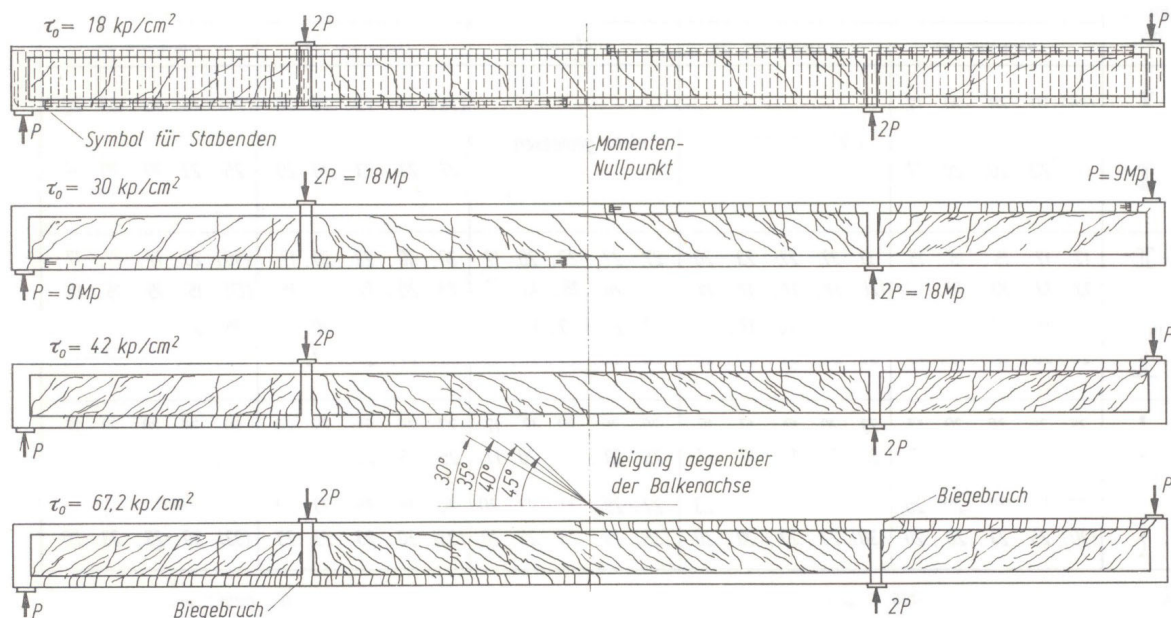


Bild 4.51: Rissbilder des Balkens 69/2 aus [4.4]

Die Ausschnitte aus dem Rissbild des Balkens 69/2 im *Bild 4.51* lassen - in Analogie zu den Untersuchungsergebnissen für den Zustand I im vorhergehenden Kapitel - gut erkennen, dass die eingeleitete Last nicht mehr von einem Punkt ausstrahlt, sondern durch die vorhandene Lisene über den Querschnitt verteilt eingeleitet wird. Das Zuggewölbe, das sich bei direkter Lasteinleitung einstellt, wird praktisch durch die Lisene ersetzt und es bilden sich Risse aus, die unter 45° geneigt sind. Es fällt dabei allerdings auf, dass derartige

Risse nicht im Bereich der Biegezugzone an der Lisene ansetzen, sondern nur in der Biegedruckzone. Die schrägen Risse werden verursacht durch die unter 45° geneigten Hauptzugspannungen, mit denen die eingeleitete Last in der lastfernen, unteren Hälfte des Balkens zurückgehängt wird. Zwischen diesen Rissen werden die Lastanteile, die in der lastnahen Hälfte des Balkens einwirken, über Druckstreben eingeleitet.

Auch aus den Rissbildern der Balken HI 1 und HI 2 aus [4.5] ist gut zu erkennen, dass schräge Risse im Bereich der indirekten Krafteinleitung nur von der Druckzone ausgehen. Im *Bild 4.52* sind Ausschnitte aus den Balken dargestellt, wobei zur besseren Vergleichbarkeit mit von oben eingeleiteten Lasten die Balkenausschnitte kopfüber dargestellt sind.

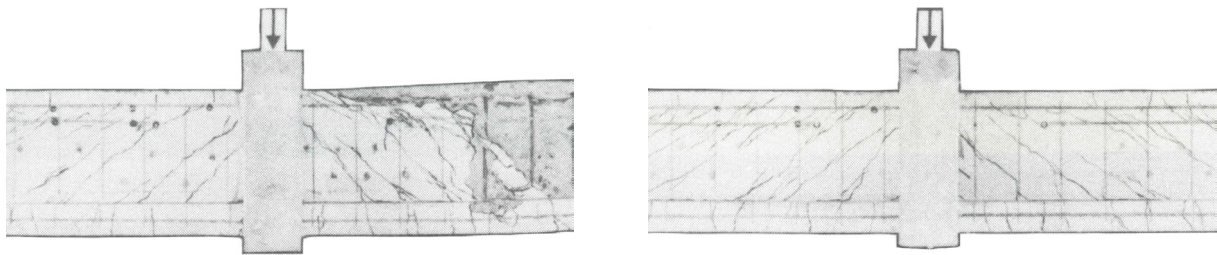


Bild 4.52: Rissbilder der Balken HI 1 und HI 2 (mittlerer Bereich) aus [4.5], hier kopfüber dargestellt

Die Tatsache, dass im Bereich der Zugzone keine schrägen Risse am Kraft einleitenden Baukörper angreifen, scheint zunächst im Widerspruch zu stehen zu der für den Zustand I ermittelten Spannungsverteilung, die gemäß *Bild 3.35* am gezogenen Rand die größten Hauptzugspannungen der Krafteinleitung aufweist. Offensichtlich ist es aber so, dass die am gezogenen Rand auftretenden Beanspruchungen von dem Verbundquerschnitt des Zuggurtes aufgenommen und weiter geleitet werden.

4.5 Einzellasten in der Nähe von Endauflagern

Bei den Betrachtungen für den Zustand I konnte mit Hilfe einer Untersuchung über das Minimum der Formänderungsarbeit festgestellt werden, dass sich bei Einzellasten in der Nähe von Endauflagern ein Tragsystem einstellt, bei dem sich Spannungszustände nach der Biegetheorie und einem Sprengwerk überlagern. Diese Überlagerung stellt sich bei Stahlbetontragwerken im Zustand II in sehr ähnlicher Form ein.

Wollte man versuchen, mit einem ähnlichen Rechenmodell wie für den Zustand I die Situation im Zustand II zu beschreiben, so erscheint dies in einem ersten Schritt ohne Weiteres möglich. Man kann die größere Dehnbarkeit der Zugstreben in Folge der Rissbildung mit verringerten Dehnsteifigkeiten in die Modellberechnung einführen. Da jedoch diese Dehnsteifigkeiten bei beiden Systemen - Biegetragwerk und Sprengwerk - in Hinblick auf die Verformungsarbeit etwa in gleichem Maße verringert werden, erhält man aus dieser Berechnung kaum veränderte Ergebnisse gegenüber der Betrachtung im Zustand I.

Eine derartige Betrachtung kann jedoch nicht tatsächlich die Realität hinreichend abbilden, weil sie einen sehr wichtigen Einfluss nicht erfassen kann: Durch die Rissbildung werden nicht nur Zugdehnsteifigkeiten verändert, sondern es werden dadurch vielmehr auch Tragelemente, die sich im Zustand I einstellen, außer Kraft gesetzt. Das anschaulichste Beispiel bilden hierfür die Stegzugspannungen, die nach der Biegetheorie wirksam sind und durch entsprechende Rissbildung unterbunden, bzw. umgelenkt werden. Es erscheint wenig erfolgversprechend, derartige Einflüsse mit einem Rechenmodell abbilden zu wollen.

Obwohl Einzellasten in der Nähe von Endauflagern in der Praxis nicht all zu häufig vorkommen - und wenn, dann sind sie bei Stahlbetonkonstruktionen meist nennenswert von Gleichlasten überlagert - erhält dieser Fall der Überlagerung der Biegebeanspruchung mit der Tragwirkung eines Sprengwerks eine besondere Bedeutung durch den Umstand, dass sich bei zahlreichen Versuchen die Spannungszustände der D_e - und D_r -Bereiche gegenseitig beeinflussen, ohne dass dies bei der Versuchsauswertung bislang berücksichtigt worden wäre.

Es stellt sich daher die Frage, ob aus den Rissbildern von Versuchskörpern die anteilige Tragwirkung von Sprengwerken im Falle von auflagernahen Einzellasten abgeleitet werden kann. In diesem Fall darf im Bereich zwischen Einzellast und Auflager nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Gesetzmäßigkeiten der Biegetheorie gelten; der gesamte Bereich muss als D-Bereich angesehen werden.

Tatsächlich ist es in vielen Fällen auf verblüffend einfache Art möglich, die anteilige Tragwirkung von Sprengwerken qualitativ nachzuweisen: Man muss nur auf die Abbildungen der Versuchskörper das entsprechende Sprengwerk zeichnen und schon kann man feststellen, dass in zahlreichen Fällen der kritische Stegriss zumindest abschnittsweise der geneigten Druckstrebe des Sprengwerks folgt, also mit ihr in Wechselwirkung steht.

Für diese Vorgehensweise werden an dieser Stelle noch einmal die Balken 1 bis 10/1 von *Leonhardt* und *Walther* verwendet, die in [2.4] veröffentlicht wurden und bereits in den *Bildern* 4.32.a bis c wiedergegeben wurden. In den folgenden *Bildern* 4.53.a bis c wurde ihnen jeweils das zugehörige Sprengwerk zeichnerisch überlagert. Bei den Balken 1 und 3 sowie 4 bis 8/1 ist eindeutig zu sehen, dass der kritische Stegriss zumindest abschnittsweise mit der zugehörigen Druckstrebe des Sprengwerks zusammenfällt. Allerdings ist auch festzustellen, dass die Stegrisse in den rechten Hälften der Balken 7/1 und 8/1 über die dargestellte schräge Druckstrebe des Sprengwerks hinweg gehen. Ebenso ist bei den Trägern 9/1 und 10/1 bestenfalls ansatzweise zu erkennen, dass das Rissbild von den schrägen Druckstreben der Sprengwerke beeinflusst wurde.

Zahlreiche weitere Beispiele von Versuchsbalken mit Einzellasten, bei denen der kritische Stegriss zumindest abschnittsweise mit der zugehörigen Druckstrebe des Sprengwerks zusammenfällt, sind in der Anlage A.5 zusammengestellt.

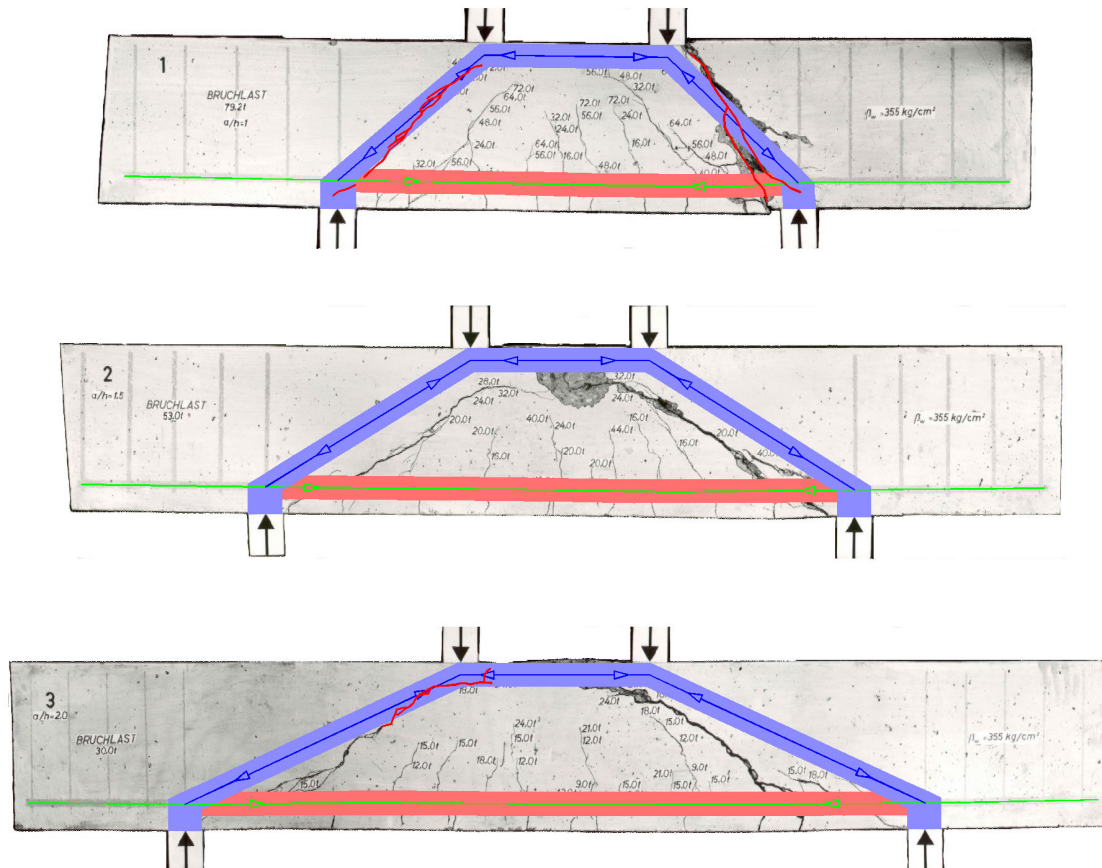


Bild 4.53.a: Versuchsbalken 1 bis 3 aus [2.4] mit überlagerten Sprengwerken

Nachdem die *Bilder 4.53.a bis 4.53.c* sehr eindeutig belegen, dass die Druckstreben der Sprengwerke die Rissbildung bis zu Lastabständen vom Auflager von $a = 6 \cdot d$ bestimmen, stellt sich im nächsten Schritt die Frage, welcher Einfluss jeweils zur entscheidenden Rissbildung führt.

Bei genauerer Betrachtung können für die Balken 1 - 8/1, bei denen die Wirkung geneigter Druckstreben erkennbar ist, folgende Unterschiede festgestellt werden:

- Balken 1:** Die Bruch auslösenden Risse verlaufen *durchgehend auf* den geneigten Druckstreben.
- Balken 2 und 3:** Die Bruch auslösenden Risse verlaufen *weitestgehend außerhalb* der geneigten Druckstreben.
- Balken 4 bis 8/1:** Die Bruch auslösenden Risse verlaufen *abschnittsweise auf* den geneigten Druckstreben.

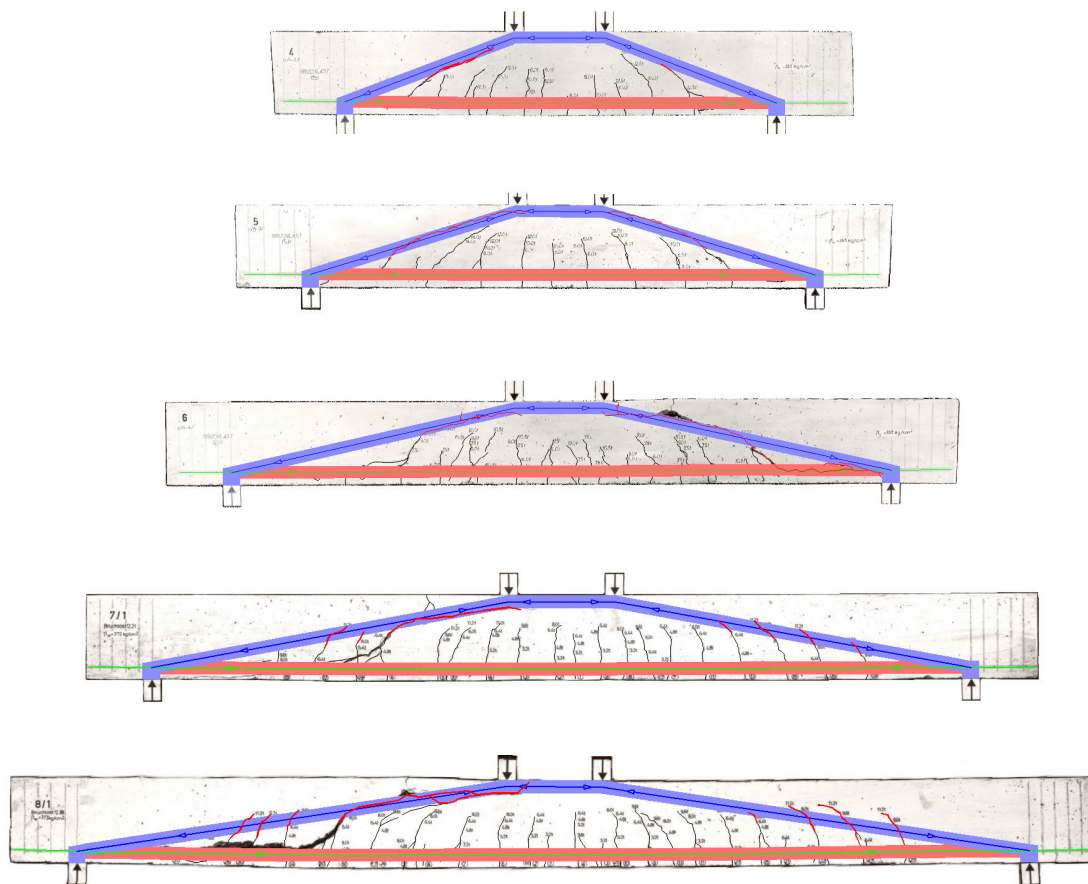


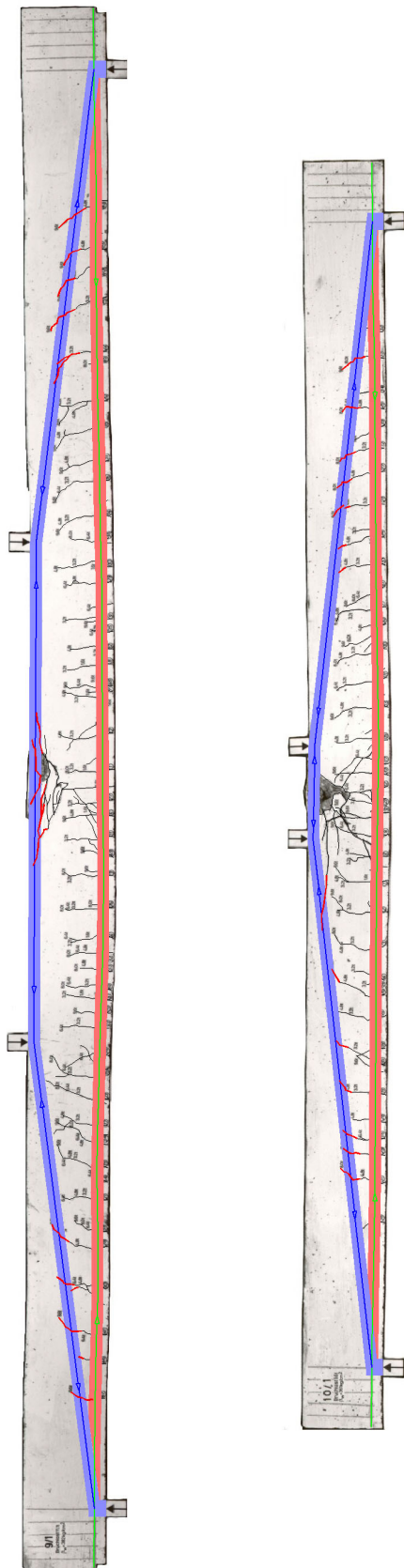
Bild 4.53.b: Versuchsbalken 4 bis 8/1 aus [2.4] mit überlagerten Sprengwerken

Als gemeinsames Merkmal der Balken 1, 2 und 3 ist erkennbar, dass die aufgetretenen Risse im Wesentlichen geneigt etwa zu einem gemeinsamen Mittelpunkt weisen. Sie sind daher nicht primär durch Biege- oder Sprengwerksbeanspruchung entstanden, sondern im Wesentlichen Folge der Lasteinleitung. Das Rissbild des Balkens 1 ist demnach nach den zuvor festgelegten Definitionen dem Zustand II.1D zuzuordnen, der sich hier einstellte, ohne dass zuvor ein Zustand II.1B entstanden wäre.

Bei den Balken 2 und 3 ist jedoch bereits zu erkennen, dass die Rissabschnitte unterhalb der Längsbewehrung rechtwinklig zum Rand verlaufen; hier begann die Rissentwicklung also mit einem Zustand II.1B. Die weitere Rissentwicklung läuft aber auch hier deutlich konzentrisch zu einem ideellen, gemeinsamen Krafteinleitungspunkt (vgl. *Bild 4.54*). Die Zugspannungen in Folge der Krafteinleitung sind hier also größer als diejenigen aus der Biege- bzw. Sprengwerkswirkung.

Im *Bild 4.54* sind noch einmal die Balken 1 - 3 aus [2.4] dargestellt. Von einem gedachten, ideellen Krafteinleitungspunkt, der sich in der Mitte des Abstandes a_E der Einzellasten und etwa $a_E / 2$ über dem oberen Balkenrand befindet, wurden konzentrische Strahlen über die Balken gelegt. Der Vergleich mit den Rissrichtungen zeigt, dass mit diesem Ansatz die Rissrichtungen in sehr guter Näherung beschrieben werden.

Dieser Zusammenhang kann vorläufig allerdings nur für die Balken 1 - 8/1 aus [2.4] festgestellt werden. Eine Verallgemeinerung - insbesondere für noch größere Lastabstände - ist nicht möglich, da weitere Versuche mit anderen Lastabständen a_E für entsprechende Parameterstudien nicht zur Verfügung stehen.



Versucht man zunächst, die Versagensursache des Balkens 1 zu ergründen, so stellt man fest, dass hier in Folge der Laststellung bei $a = d$ die unter 45° geneigten Haupttrisse mit den Druckstreben des Sprengwerksystems zusammenfallen. Der endgültige Bruch wurde - wie die rechte Balkenhälfte zeigt - durch Versagen der Druckstrebe ausgelöst. Aus der Tatsache, dass sowohl oben als auch unten der kritische Riss unmittelbar an den Auflagerrand führt, kann auf offensichtlich überlagerte Kerbspannungen gefolgert werden, die sich an den Kräfteinleitungsrandern einstellen.

Diese Versagensursache wird ansatzweise bereits in [4.6] von *Kordina* und *Blume* angesprochen. Die Versagensform wird zwar als „Scherbruch“ bezeichnet, aber für das Versagen wird teilweise der „Spaltzugriss“ verantwortlich gemacht.

Das Rissbild des Balkens 1 gibt keine Anhaltspunkte dafür, dass - wie in den bisher diskutierten Fällen - zwischen dem Zustand II.1D und dem Versagen einer oder gar mehrere Zwischenzustände aufgetreten sind. Dies ist ein weiterer Beleg dafür, dass es physikalisch nicht zulässig sein kann, die verschiedensten Beanspruchungsfälle (B-Bereiche, unterschiedliche D-Bereiche) alle mit dem gleichen Bemessungswert beurteilen zu wollen.

Bei den Balken 2 und 3 ist offensichtlich, dass sie im Bereich der Druckbeanspruchung zwischen den eingeleiteten Lasten versagt haben. Es ist auch hier erkennbar, dass weitgehend die unter 45° geneigten Risse aus der Kräfteinleitung die entscheidende Rolle gespielt haben. Anders als die übrigen Risse, die sich aus der Kräfteinleitung einstellen, sind diese Risse bis in die Druckzone vorgedrungen.

Bild 4.53.c: Versuchsbalken 9/1 und 10/1 aus [2.4] mit überlagerten Sprengwerken

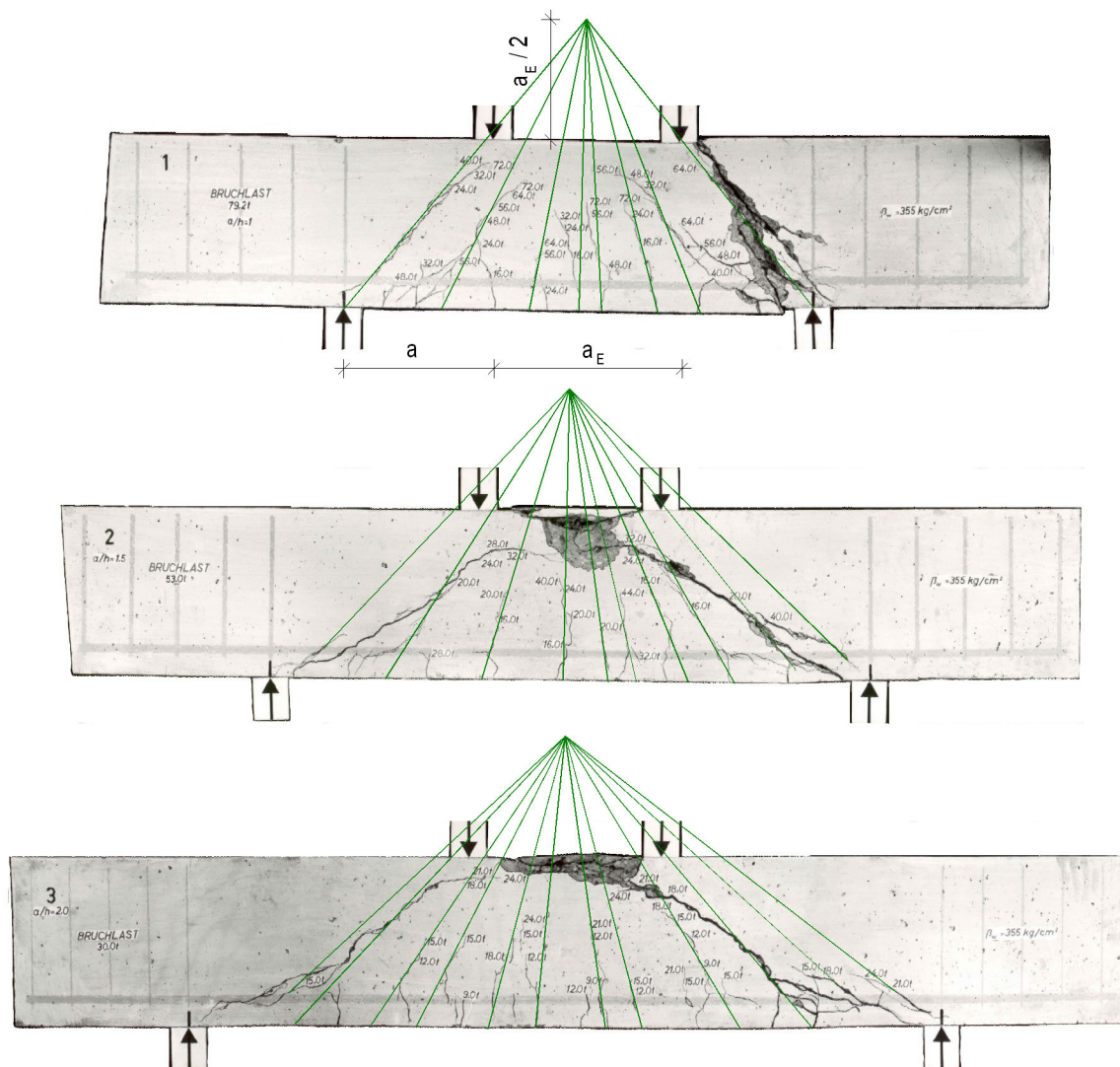


Bild 4.54: Strahlenförmiger Verlauf der Risse der Balken 1 bis 3 aus [2.4]

Hier wurden die Risse auf Grund der Spannungsüberlagerung in die randparallele Richtung umgelenkt und haben die ursprünglich vorhandene Druckzone verschmälert - beim Balken 2 weniger, beim Balken 3 erheblich. Dies führte zu dem Ergebnis, dass das erreichte Bruchmoment des Balkens 2 rund 30 % größer ist als dasjenige des Balkens 3.

Somit gilt auch für die Balken 2 und 3, dass der maßgebliche Bruchzustand unmittelbar dem Zustand II.1D folgte. Obwohl das Versagen hier anders geartet ist als beim Balken 1, werden alle drei Balken dem zuvor definierten **D_{e1}-Bereich** zugeordnet. Dieser kann somit abgegrenzt werden gegenüber dem D_{e-i}-Bereich, indem er Situationen mit Einzellasten umfasst, die einen Abstand von maximal $2,0 \cdot d$ vom Endauflager aufweisen. Bei Lastabständen $a \leq d$ versagen die Träger in der geneigten Druckstrebe, bei Lastabständen $1 < a/d \leq 2$ versagen sie im Druckgurt.

Damit ist der **D_{e-i}-Bereich** gekennzeichnet durch Abstände von Einzellasten zum Endauflager von $2 < a/d \leq 6$. In diesem Bereich wird das Tragverhalten durch die Wechselwirkung der Einzellast mit dem Auflager in der Weise beeinflusst, dass sich gemäß den Untersuchungen im vorhergehenden Kapitel dem Spannungszustand nach der Biegetheorie die Wirkung eines Sprengwerks überlagert. Beispiele hierfür sind die Balken 4 - 8/1 aus [2.4], vgl. Bild 4.53.b.

Es ist im Übrigen davon auszugehen, dass sinngemäß zu D_{e1} -Bereichen **D_{i1} -Bereiche** wirksam werden, wenn Einzellasten in Abständen von $\leq 2 \cdot d$ bei Innenauflägern angreifen, wobei die im *Bild 4.55* dargestellte Ähnlichkeit nur dann gegeben sein kann, wenn auf Grund der gesamten Belastungssituation zwischen der Einzellast und dem Innenaufleger kein Momentennullpunkt entsteht. Auf diese Situation kann im Rahmen der vorliegenden Analyse jedoch nicht weiter eingegangen werden, da den Verfassern keine Versuche bekannt sind, die diesen Fall repräsentieren würden. Dies ist also ein weiterer Punkt, für den noch Forschungsbedarf besteht.



Bild 4.55: Kraftfluss bei D_{e1} -Bereichen und D_{i1} -Bereichen

Abweichend von den zahlreichen Versuchen, denen D_{e1} -Bereiche oder D_{e-i} -Bereiche zu Grunde liegen, tritt in der Stahlbetonpraxis meistens die Situation auf, dass diese Bereiche überlagert werden durch Spannungszustände aus weiteren Lasten. Auch auf die Betrachtung solcher Fälle muss im vorliegenden Rahmen verzichtet werden, da entsprechende Versuchsergebnisse nicht zur Verfügung stehen. Auch hier ist auf entsprechenden Forschungsbedarf hinzuweisen.

Im Folgenden soll nun die Rissentwicklung in **D_{e-i} -Bereichen** an Hand der Balken 4 - 8/1 aus [2.4] nachvollzogen werden. Bei allen diesen Balken verlaufen die ersten Risse zunächst etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand, sie entsprechen dem **Zustand II.1B_{e-i}**. Bei den Balken 4 und 5 ist gut erkennbar, dass die Risse weiter innen in eine etwa konzentrische Richtung einschwenken, die von den Spannungen in Folge der Kraffteinleitung bestimmt wird. Abweichend von den übrigen genannten Balken hat sich hier also anschließend an den Zustand II.1B_{e-i} ein **Zustand II.1D_{e-i}** eingestellt. Die weitere Rissentwicklung wurde von diesem Unterschied allerdings nicht beeinflusst.

Die Balken 4 und 5 weisen gegenüber den Balken 6 bis 8/1 noch eine weitere Besonderheit auf, die durch die Hervorhebung der zum **Zustand II.2_{e-i}** gehörenden Risse im *Bild 4.56* leicht nachvollzogen werden kann: Diese Rissabschnitte haben sich jeweils in der linken Trägerhälfte aus den Stegzugspannungen ergeben, ohne dass in diesem Bereich bereits ein Biegeriss als Ausgangspunkt vorhanden gewesen wäre; die beiden Rissabschnitte beginnen daher erst innerhalb der Biegezugbewehrung und haben keine Verbindung zum unteren Rand.

Stellvertretend für die gesamte Gruppe der hier diskutierten Balken, die den D_{e-i} -Bereich repräsentieren, wird die weitere Rissentwicklung im Folgenden am Beispiel des Balkens 6 aufgezeigt. Im *Bild 4.57* ist die linke Hälfte dieses Balkens wiedergegeben. Die im Bereich des kritischen Stegrisses befindlichen Biegerisse wurden mit „a“, „b“, „c“ und „d“ gekennzeichnet. Weiterhin sind in dem Bild die Rissabschnitte hervorgehoben, die dem **Zustand II.1_{e-i}** zuzuordnen sind. Sie entsprechen dem Zustand II.1B_{e-i}; allerdings entstehen die Riss

auslösenden Zugspannungen nicht nur aus dem Biegemoment, sondern resultieren anteilig auch aus dem Zugband, das zu dem überlagerten Sprengwerk gehört.

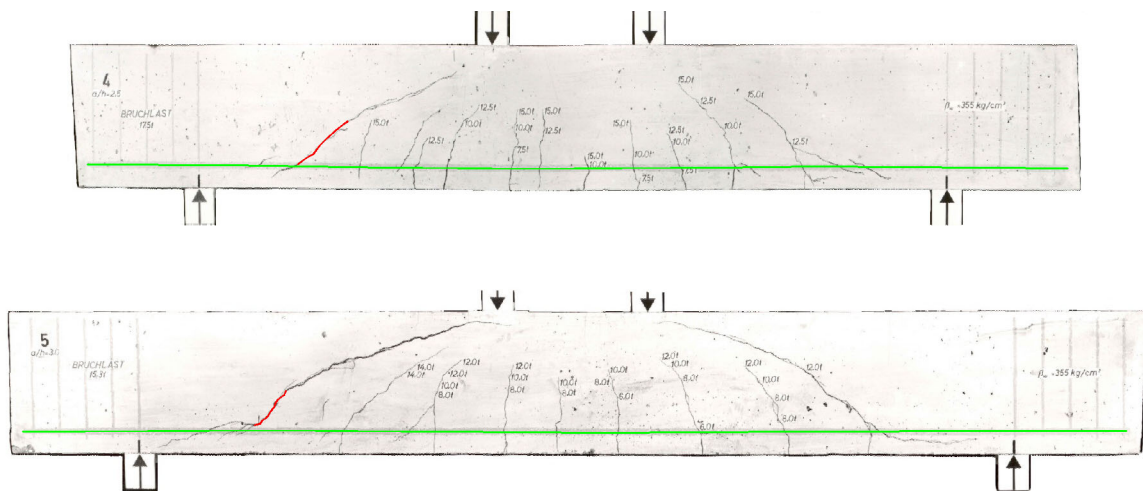


Bild 4.56: Balken 4 und 5 aus [2.4]; Risse im Zustand II.2_{e-i}

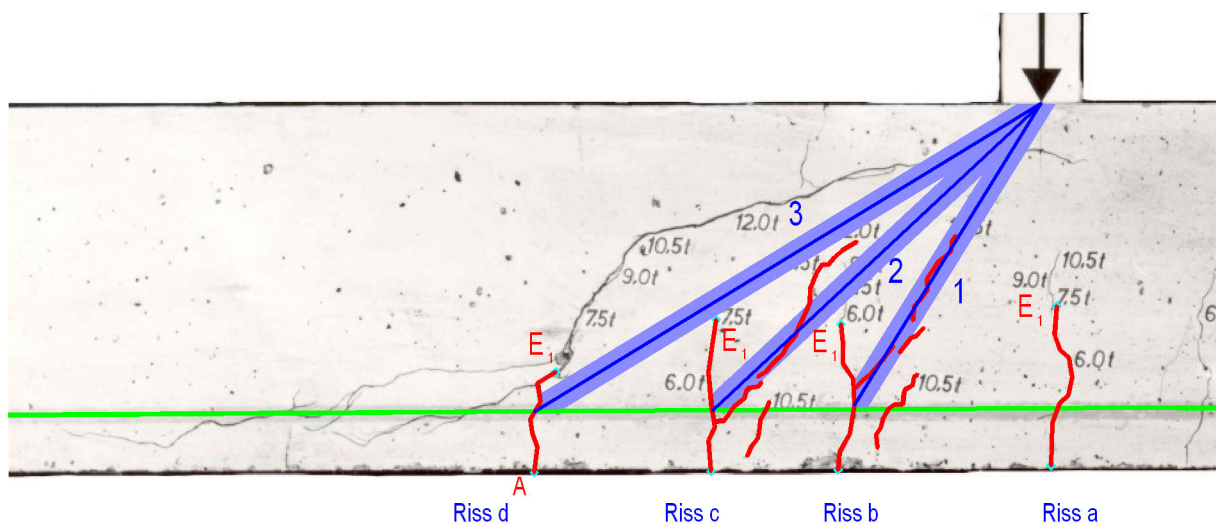


Bild 4.57: Ausschnitt aus Balken 6 aus [2.4]; Risse im Zustand II.1_{e-i}, zugehörige Druckstreben

In diesem Zustand werden nach den Untersuchungen, die im vorhergehenden Kapitel für den Zustand I durchgeführt wurden, etwa 25 % der Belastung über ein Sprengwerk abgetragen und der weit aus größere Lastanteil über Biegetragwirkung. Allerdings gilt auch für den Lastanteil, der der Biegetragwirkung zuzuordnen ist, dass er in dem betrachteten Bereich keinen reinen Spannungszustand nach der Biegetheorie erzeugt - vielmehr wird diesem ein Spannungszustand durch die Einleitung der Last überlagert.

In Folge der Biege- und Zugbandrisse bis zu den vorläufigen Endpunkten E_1 wird das im Zustand I entstehende Zuggewölbe der Krafteinleitung bereits weitgehend außer Kraft gesetzt. Die eingeleitete Kraft stützt sich über die Druckstreben 1, 2 und 3 ab, die zu den Kreuzungspunkten der Risse „b“, „c“ und „d“ mit der Biegezugbewehrung führen, vgl. **Bild 4.57**. Diese Druckstreben erhalten ein Gleichgewicht, indem sich jeweils links der

Risse geneigte Zugstreben einstellen, die über die Wurzel des jeweils benachbarten Risses nach oben in die Druckzone geführt werden.

Interessanter Weise werden die Richtungen der Druckstreben 1 und 2 von Rissen nachgezeichnet; offensichtlich gibt es am Fußpunkt der Druckstreben so starke Druckspannungskonzentrationen, dass die zugehörigen Querspannungen zu Rissen führen, die sich weit in den Querschnitt hinein entwickeln. Die kurzen, geneigten Risse, die sich jeweils rechts der Risse „b“ und „c“ befinden und bezeichnender Weise nicht bis zum Balkenrand reichen, dürften gleichfalls dieser Wirkung zuzuschreiben sein. Leider gibt das Rissbild keinen Aufschluss darüber, ob diese Spaltrisse gleichzeitig oder nacheinander entstanden sind. Der obere Teil des zur Druckstrebe 2 gehörenden Spaltrisses vermittelt den Eindruck, dass diese Druckstrebe um den Riss „b“ umgelenkt wurde, nachdem sich dieser Riss bis zum Punkt E_{1b} entwickelt hatte. Nachdem sich dieser Spaltriss über die ganze Breite des Rissfeldes „b - c“ ausgedehnt hatte, konnte sich in diesem Rissfeld keine geneigte Zugstrebe mehr ausbilden, die für das Gleichgewicht der Druckstrebe 1 erforderlich ist. Die Wirksamkeit der Druckstrebe 1 wurde damit aufgehoben.

Es muss darauf hingewiesen werden, dass die Ausbildung der hier beschriebenen Spaltrisse eher eine Besonderheit des Balkens 6 darstellen, als dass sie als typische Erscheinung angesehen werden müssten.

Die Tatsache, dass die dargestellte Druckstrebe 3 keinen derartigen Spaltriss aufweist, erlaubt den Schluss, dass diese Druckstrebe in dieser Phase noch eine eher untergeordnete Rolle gespielt hat. Immerhin hat aber diese Druckstrebe offensichtlich bewirkt, dass sich der Riss „c“ nicht über den Punkt E_1 hinaus entwickeln konnte. Der oberste Teil des Spaltrisses im Rissfeld „b - c“ könnte auch der Druckstrebe 3 zugeordnet werden.

Nach den bisherigen Ausführungen erscheint es nicht weiter überraschend, dass die Druckstrebe 2 ziemlich genau eine Neigung von 45° aufweist. Nachdem die Druckstrebe 1 unwirksam wurde, dürfte die Druckstrebe 2 einen relativ großen Anteil derjenigen Last aufgenommen haben, die das System über Biegetragwirkung weiter leitete.

Die für das Gleichgewicht der Druckstrebe 2 erforderliche geneigte Zugstrebe führt im nächsten Schritt zur Verlängerung des Risses „d“ von E_1 bis zum Punkt E_2 . Damit ist der **Zustand II.2_{e-i}** erreicht. Die Stegzugstrebe führt nun oberhalb des Punktes E_2 vorbei und verursacht im nächsten Schritt die Verlängerung des kritischen Stegrisses (vermutlich) bis zum Punkt E_{3a} . Diese Zwischenstufe lässt sich zwar nicht direkt belegen, erscheint jedoch plausibel auf Grund der im *Bild 4.58* dargestellten resultierenden Zugstrebenrichtung und des Knicks im Rissverlauf an der Stelle E_{3a} .

Dies liegt zum Einen daran, dass die hier diskutierten Versuchsbalken mit D_{e-i} -Bereichen vergleichsweise große Rissabstände aufweisen. Offensichtlich sind hier nur die Risse aus der Erstrissbildung vorhanden, die Rissbildung in Folge Biegung (und Zugbandwirkung des überlagerten Sprengwerks) ist noch nicht abgeschlossen, vgl. beispielsweise [4.7]. Die Rissfelder weisen also eine relativ große Breite auf. Dies hat zur Folge, dass der Stegrissabschnitt, der am Punkt E_2 ansetzt, nicht das gesamte Rissfeld überbrückt. Die vor diesem Hintergrund entstandene Situation wird als **Zustand II.3a_{e-i}** bezeichnet.

In einer nächsten Zwischenstufe wird der kritische Stegriss bis zum Punkt E_{3b} verlängert und weist in diesem Abschnitt einen abrupten Richtungswechsel auf. In dieser Phase unterscheidet sich die Rissentwicklung eines D_{e-i} -Bereichs ganz entscheidend von derjenigen in einem B-Bereich:

Sobald der kritische Stegriss im vorliegenden Fall die geneigte Druckstrebe des Sprengwerks erreicht, folgt er im weiteren Verlauf zunächst nur noch der Richtung dieser geneigten Druckstrebe.

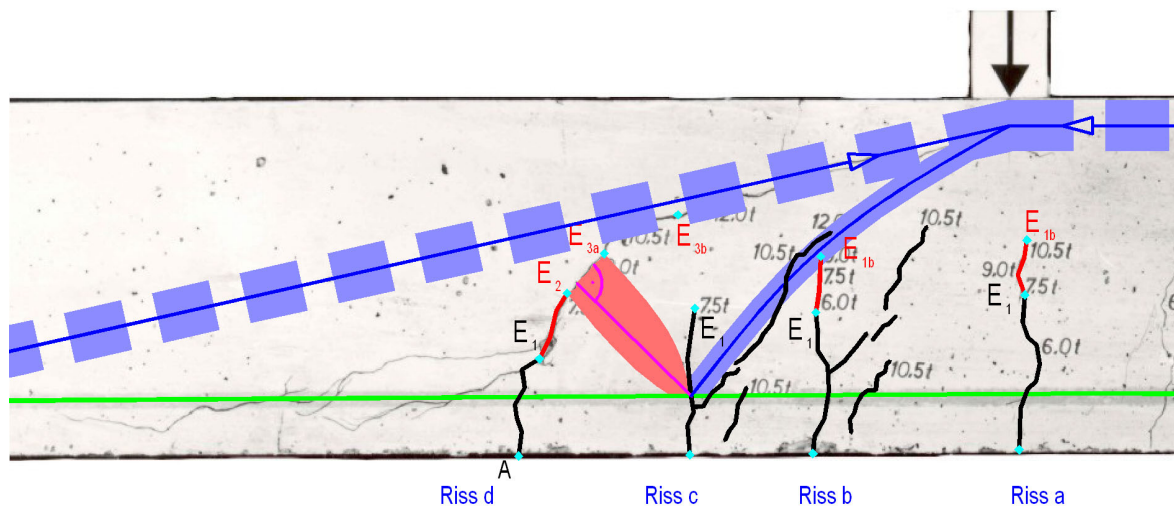


Bild 4.58: Ausschnitt aus Balken 6 aus [2.4]; Stegzugstrebe im Zustand II.2_{e-i}

Darüber hinaus gibt es noch einen anderen, ganz erheblichen Unterschied zwischen D_{e-i} -Bereichen und B-Bereichen. Wie die im *Kapitel 2* vorgestellten Betrachtungen zeigen, entspricht in B-Bereichen die Vertikalkomponente der Stegzugstrebe der Größe der halben Querkraft. Im vorliegenden Fall muss jedoch die Stegzugstrebe das Gleichgewicht bilden für die gesamte Querkraft, die über Biegung abgetragen wird. Nach den Untersuchungen, die im vorhergehenden Kapitel für den Zustand I durchgeführt wurden, kann dieser Anteil mit ca. 75 % der Gesamtlast veranschlagt werden. Daraus kann überschlägig folgendes Verhältnis abgeleitet werden:

Bei gleicher Querkraft können die Stegzugstreben im D_{e-i} -Bereich ca. 50 % stärker sein als im B-Bereich!

Dies entspricht zwar dem Verhältnis, das im *Kapitel 2* bei Versuchsauswertungen als Unterschied der Stegtragfähigkeit zwischen Systemen unter Gleichlasten bzw. Einzellasten festgestellt wurde, muss aber doch auch relativiert werden.

In dem hier betrachteten Zustand II.2 können immer noch mehrere Druckstreben für die Lasteinleitung zwischen den Rissen zur Verfügung stehen. So kann neben der im *Bild 4.58* dargestellten Zugstrebe, die den kritischen Riss verlängern wird, noch eine weitere Zugstrebe wirksam sein, die aus der Druckstrebe 3 nach *Bild 4.57* am Riss „d“ resultiert. Je nach Rissgeometrie kann aber durchaus der Fall eintreten, dass im Zustand II.2 nur noch eine einzige Zugstrebe zur Lasteinleitung zur Verfügung steht.

Weiterhin ist allerdings auch zu beachten, dass hier frühe Risszustände erörtert werden, die noch nicht die Grenztragfähigkeit des Systems bestimmen.

Es hat sich nun der **Zustand II.3b_{e-i}** eingestellt, der gekennzeichnet ist durch die Entwicklung des kritischen Stegrisses bis zum Punkt E_{3b} . Wenn dieser Zustand erreicht ist, kann im Rissfeld „c - d“ keine Stegzugstrebe mehr übertragen werden, wodurch zwangsweise auch die Druckstrebe 2 ausgeschaltet wird. Da im vorliegenden Fall in dieser Situation auch die Druckstrebe 1 nicht mehr wirksam ist, kann der Bereich unterhalb des kritischen Stegrisses nur noch die Druckstrebe 3 aktivieren. (Weiter unten wird noch am Beispiel des Balkens 8/1 gezeigt, dass andere Varianten der Rissentwicklung möglich sind.)

Der kritische Stegriss entwickelt sich nun weiter in Richtung der geneigten Stegdruckstrebe des Sprengwerks zum Kreuzungspunkt der eingeleiteten Kraft mit dem randparallelen Druckgurt. Dieser weiteren Rissentwicklung liegen nunmehr keine geneigten Stegzugstreben mehr zu Grunde. Ursache sind lediglich die Querzugspannungen der geneigten Steg-

druckstrebe des Sprengwerks sowie eine Hebelwirkung der Druckstrebe 3. Obwohl die physikalischen Hintergründe der Rissentwicklung unterschiedlich sind, kann auch hier analog zu den B-Bereichen ein **Zustand II.4_{e-i}** definiert werden, bei dem der kritische Stegriss das zweite Rissfeld (hier: Rissfeld „b – c“) überbrückt und weiterhin ein **Zustand II.5_{e-i}**, bei dem der kritische Stegriss vorläufig seinen Endpunkt findet.

Der **Zustand II.6_{e-i}** ist zunächst dadurch gekennzeichnet, dass die für das Gleichgewicht der Druckstrebe 3 erforderliche Zugstrebe T_{w6a} (links des Risses „d“, vgl. *Bild 4.59*) wirksam ist. Wenn diese vom Zuggurt trotz der versteifenden Wirkung der Biegezugbewehrung nicht mehr in den Steg geleitet werden kann, verlagert das System die Stegzugstrebe mit Hilfe der Biegesteifigkeit des Verbundquerschnittes des Zuggurtes in Richtung Auflager, wodurch sich zunächst die Stegzugstrebe T_{w6b} und anschließend eine progressiv fortschreitende Rissbildung einstellt. Aus der Neigung des ersten Risses dieser Rissfolge beim Balken 6 kann - wie bei anderen Beispielen auch - abgelesen werden, dass die Stegzugstrebe eine Neigung von etwa 60° gegenüber der Balkenachse aufweist.

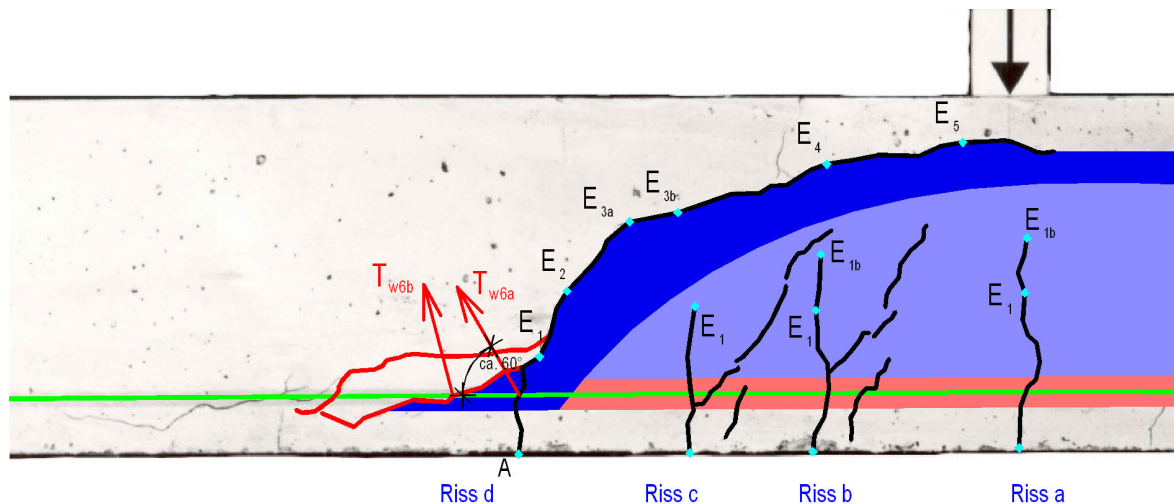


Bild 4.59: Ausschnitt aus Balken 6 aus [2.4]; Zugstreben im Zustand II.6_{e-i}

Auch hier ist darauf hinzuweisen, dass die Druckstrebe C_{w6} offensichtlich den etwa vertikal ausgerichteten Teil des kritischen Stegrisses überdrückte und den Ansatzpunkt des ersten Risses (in Folge von T_{w6a}) an einem Knickpunkt des kritischen Stegrisses bestimmte. Weiterhin kann hier in Übereinstimmung mit den entsprechenden Analysen für den Biegebereich festgestellt werden, dass der zweite Riss (in Folge von T_{w6b}) so verläuft, dass die resultierende Zugkraft durch den Kreuzungspunkt des ersten Risses mit der Biegezugbewehrung geht.

Wenn die Rissbildung des Zustands II.6_{e-i} abgeschlossen ist, verbleibt als Resttragfähigkeit für die gesamte Belastung nur noch das Sprengwerk, das ja im vorliegenden Fall von Anfang an - zunächst geringfügig - an der Lastabtragung beteiligt war. In diesem **Zustand II.7_{e-i}** ist jedoch das Sprengwerk bereits entscheidend geschwächt, da einerseits der kritische Stegriss etwa bis zur Achse des geneigten Druckgurtes vorgedrungen war und andererseits die Dicke des Druckgurtes durch den kritischen Stegriss erheblich verringert wurde. Entsprechend gibt es auch hier - wie im B-Bereich - zwei unterschiedliche Versagensmöglichkeiten: Entweder führt die in Folge des kritischen Stegrisses exzentrische Belastung des geneigten Druckgurtes zu Biegezugspannungen an der Balkenoberseite und die daraus resultierenden Risse führen zum Versagen - oder aber die Balken versagen im stark eingeschnürten Druckzonenbereich. Die erstgenannte Versagensvariante mit Rissen etwa rechtwinklig von der Balkenoberseite zum kritischen Stegriss ist bei den Balken 6 (in beiden

Trägerhälften gleichzeitig!), 7/1 und 8/1 festzustellen. Bei den Balken 7/1 und 8/1 ist gleichzeitig der Ansatz für das Versagen der Druckzone zwischen den Lasteinleitungsstellen zu erkennen. Daraus kann gefolgert werden, dass beide Versagensarten somit auf etwa dem gleichen Belastungsniveau statt finden. Bei den Balken 4 (linke Hälfte) und 5 sind die kritischen Stegrisse so weit in die Druckzone vorgedrungen, dass diese jeweils versagte.

Bei den Balken 5 bis 8/1 ist darüber hinaus noch zu erkennen, dass sich der kritische Stegriss vor dem endgültigen Versagen des Systems über den Lasteinleitungspunkt hinweg weiter entwickelt hatte. Dieser letzte Abschnitt des kritischen Stegrisses hat nun gar nichts mehr mit der einwirkenden Querkraft zu tun, sondern ist allein auf die Wirkung der großen Querkzugspannungen (= Spaltzug!) der Druckzone zurückzuführen. Dies geht auch daraus hervor, dass diese Rissabschnitte stets parallel zum gedrückten Rand verlaufen.

Besonders bemerkenswert ist hierbei auch, dass jeweils unter der eingeleiteten Last sehr große Druckspannungen wirken, die den Querkzugspannungen überlagert sind. Dennoch ist der Einfluss der Querkzugspannungen so groß, dass sie die Druckzone sogar in diesem Bereich „spalten“.

Bei der Diskussion der einzelnen Rissstufen am Beispiel des Balkens 6 wurde bereits darauf hingewiesen, dass diese Stufen nicht immer in allen Details exakt gleichartig verlaufen. (So stellen die am Balken 6 festgestellten Risse in Richtung der Stegdruckstreben eher eine Ausnahme dar.) Dies ist nicht weiter verwunderlich, wenn man bedenkt, dass Beton - vor Allem in Hinblick auf die hier maßgebende Zugfestigkeit - alles Andere als eine homogene Materie darstellt. Ungeachtet dessen sind jedoch die maßgeblichen Stufen der schrittweise auf einander folgenden Tragsysteme dennoch prinzipiell immer dieselben.

Um mögliche Unterschiede im Detail und den dennoch gleichartigen Ablauf nachvollziehbar zu machen, wird im Folgenden beispielhaft die Rissentwicklung des Balkens 8/1 aus [2.4] verfolgt.

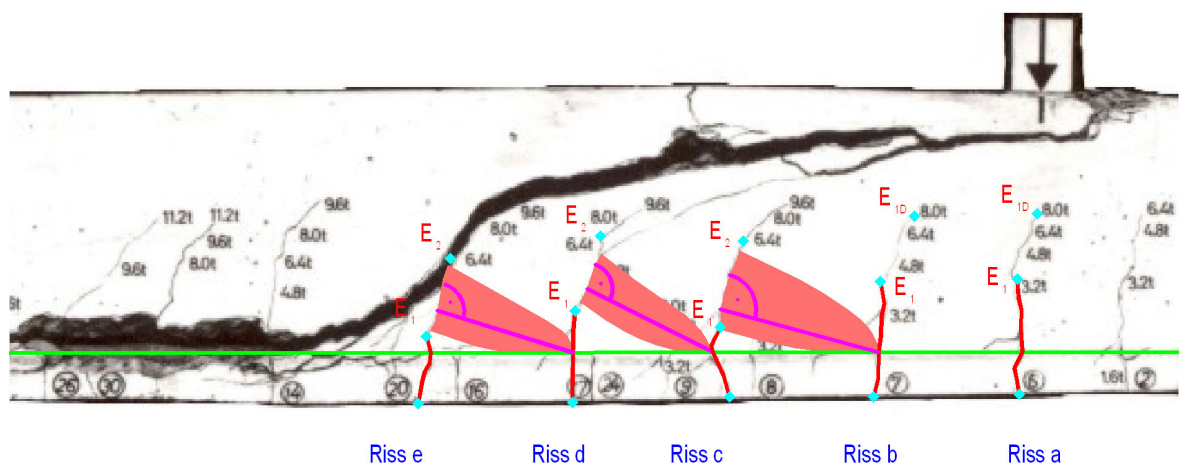


Bild 4.60: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zugstreben im Zustand II.1_{e-i}

Im *Bild 4.60* sind die Zugstreben des Zustands II.1_{e-i} dargestellt, sowie die Endpunkte der daraus resultierenden Rissabschnitte im Zustand II.2_{e-i}. Es ist gut zu erkennen, dass die neben den Biegerissen ansetzenden Schrägrisse - die von *Reineck* in [4.2] als „Dübelrisse“ zur Diskussion gestellt wurden - offensichtlich erst später entstanden, da sie die Zugstreben des Zustands II.1_{e-i} nicht im rechten Winkel kreuzen.

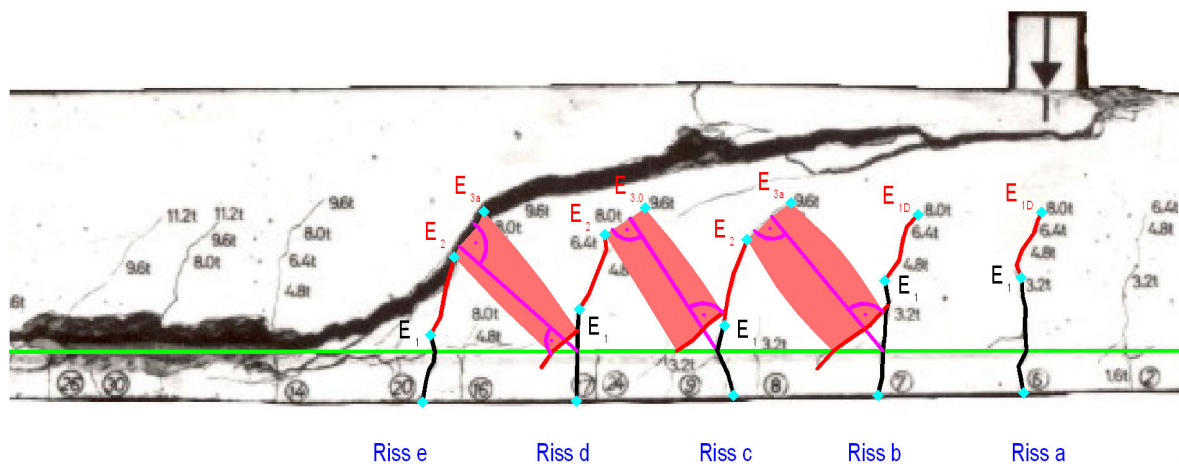


Bild 4.61: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zugstreben im Zustand II.2_{e-i}

Tatsächlich kreuzen die von den Rissen „b“, „c“ und „d“ ausgehenden Stegzugstreben des im *Bild 4.61* dargestellten Zustands II.2_{e-i} nicht nur die an den oberen Risswurzeln ansetzenden Schrägrisse im rechten Winkel, sondern auch die besagten „Dübelrisse“ im Zuggurtbereich. Sie sind also eindeutig der Wirkung der Stegzugstreben im Zustand II.2_{e-i} zuzuordnen. Diese unteren Stegzugstrebenrisse (schräge Nebenrisse) sind auch dadurch gekennzeichnet, dass sie jeweils nur vom Biegeriss bis über die Biegezugbewehrung reichen und dort aufhören; sie entwickeln sich in keinem Fall weiter bis zum Balkenrand. Dies belegt, dass der kräftige Zuggurt-Verbundträger aktiviert wird, sobald diese Stegzugstrebenrisse entstehen. Dieser nimmt die Vertikalkomponenten der Druckstreben am Biegeriss auf und leitet sie als Balken mit der äußerst geringen Schlankheit l/d von ca. 1 über die gestörte Zone hinweg. Dieser Balken erhält durch diese Beanspruchung Biegung, wobei die Biegezugspannungen von der Längsbewehrung und die Biegedruckspannungen vom Beton am unteren Balkenrand aufgenommen werden. Diese Biegedruckspannungen, die sich den Zugspannungen aus der Zuggurtwirkung überlagern, verhindern, dass sich die schrägen Nebenrisse bis zum Balkenrand weiter entwickeln können.

Die schrägen Nebenrisse an den Biegerissen im Bereich der Biegezugbewehrung entstehen also bereits als Folge des Zustands II.2_{e-i} und werden sofort durch ein Ersatzsystem überbrückt. Von daher ist nicht weiter verwunderlich, dass das System bis zum Erreichen der letzten Tragreserven im Zustand II.7_{e-i} noch erhebliche Laststeigerungen verkraftet.

Da sich als Folge der schrägen Nebenrisse ein Ersatzsystem einstellt, das die Lasten als biegebeanspruchter, bewehrter (!) Balken geringer Schlankheit weiter leitet, erscheint der bislang verwendete Begriff der „Dübelrisse“ eher ungeeignet, da er impliziert, die Lasten würden lediglich von den in den Beton eingebetteten Bewehrungsstäben weiter geleitet. Damit wird das tatsächliche Potential an Tragfähigkeit jedoch wohl erheblich unterschätzt.

Die Entstehung der schrägen Nebenrisse an den Rissen „b“, „c“ und „d“ lässt sich wie im Zustand II.6 zusätzlich mit der Wirkung von Kornverzahnungskräften in den Rissen begründen. Da dies jedoch offensichtlich keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Systems ausübt, wird auf diesen Zusammenhang hier nicht weiter eingegangen.

Die Verzweigungsrisse am Riss „a“ bzw. an den rechts vom Riss „a“ befindlichen Rissen (s. *Bild 4.61*) können nicht dieser Wirkung zugeordnet werden. Sie sind vermutlich erst entstanden, als die Biegedruckzone in Feldmitte versagte. Auf diesen möglichen Zusammenhang wird im Folgenden noch eingegangen werden.

Da die geneigte Druckstrebe des unterlegten Sprengwerks im vorliegenden Fall viel flacher verläuft als im vorhergehenden Beispiel, erreicht der kritische Stegriss diese Druckstrebe

erst nach der Rissbildung im Zustand II.3_{e-i}. Im Bild 4.62 ist die Situation mit der Stegzugstrebe im Zustand II.3_{e-i} dargestellt.

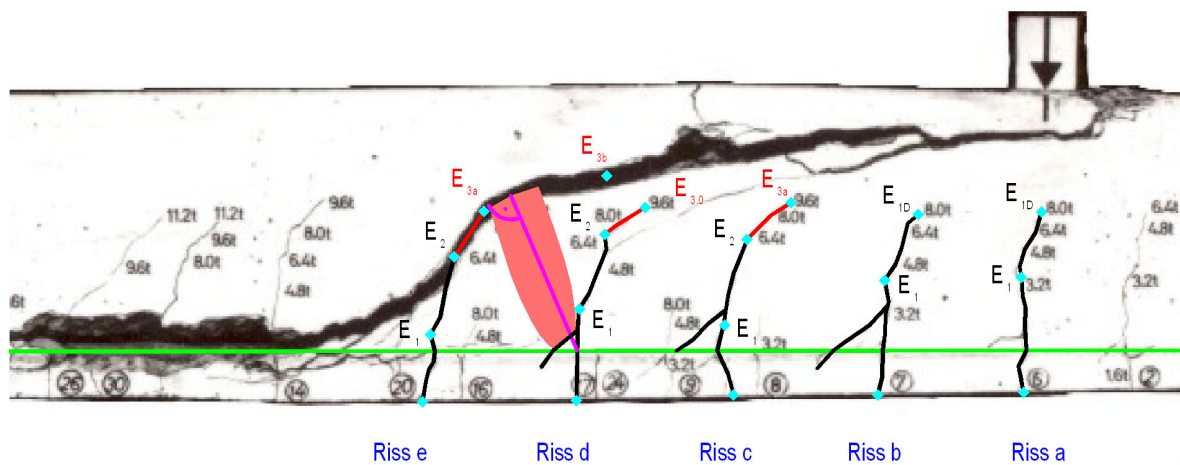


Bild 4.62: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zugstrebe im Zustand II.3_{e-i}

Die zuvor diskutierte Wirkung des Biegezuggurts zur Überbrückung der schrägen Nebenrisse ist offensichtlich so wirkungsvoll - also nur mit vernachlässigbar kleinen Verformungen verbunden - dass die resultierende Stegzugstrebe nach wie vor zum Kreuzungspunkt des Biegerisses „d“ mit der Längsbewehrung gerichtet ist und nicht etwa zum Fußpunkt des entstandenen schrägen Nebenrisses.

Die weitere Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Durchlaufen der Zustände II.4_{e-i} bis II.7_{e-i} entspricht voll und ganz dem zuvor diskutierten Beispiel. Es ändern sich lediglich die geometrischen Verhältnisse, weil im vorliegenden Fall in Folge des größeren Abstands der eingeleiteten Einzellasten zu den Auflagern die geneigten Druckstreben des unterlegten Sprengwerks flacher verlaufen und dadurch im Bereich des kritischen Stegrisses näher am oberen Rand angesiedelt sind als zuvor.

Dennoch weist der Balken 8/1 gegenüber den kürzeren der zugehörigen Serie noch eine weitere Besonderheit auf: Das im Zustand II.6_i wirksame Subsystem konnte hier eine Eigendynamik entwickeln, die nicht dem Regelfall entspricht, aber auch bei Balken mit Gleichlasten festgestellt werden kann.

Das Bild 4.63 zeigt den Balken 8/1 im Zustand II.6_{e-i}. Das in diesem Zustand wirksame Subsystem ist durch die farbliche Betonung des zugehörigen Druckgurts und des Zuggurts gekennzeichnet, wobei auch hier einmal mehr die Druckstrebe offensichtlich den unterhalb des Punktes E₂ gelegenen Bereichs des kritischen Stegrisses überdrückt. Der zuvor bereits diskutierte kritische Stegriss hat in diesem Beispiel seinen Ursprung in einem Biegeriss, der im Vergleich zu den übrigen Balken mit geringeren Abständen der Einzellasten zu den Auflagern einen vergleichsweise großen Abstand zur eingeleiteten Einzellast aufweist. Dies dürfte damit begründet sein, dass die Entwicklung des kritischen Stegrisses gefördert wird durch die Überlagerung der Stegzugstreben mit den Querspannungen der geneigten Druckstrebe des unterlegten Sprengwerks. Dies geschieht eher in Bereichen, in denen die geneigte Druckstrebe nicht mehr ganz im oberen Balkenbereich verläuft.

Aus diesen Zusammenhängen ergibt sich für den Balken 8/1, dass das Subsystem außerhalb einer gedachten, unter 45° geneigten Hauptdruckstrebe der Krafteinleitung noch weitere zwei Rissfelder aufweist; die kürzeren Balken 4 - 7/1 weisen dagegen jeweils nur ein weiteres Rissfeld auf. Dies hat nun beim Balken 8/1 zur Folge, dass sich im Subsystem des Zustands II.6_{e-i} ein weiteres Subsystem einstellt.

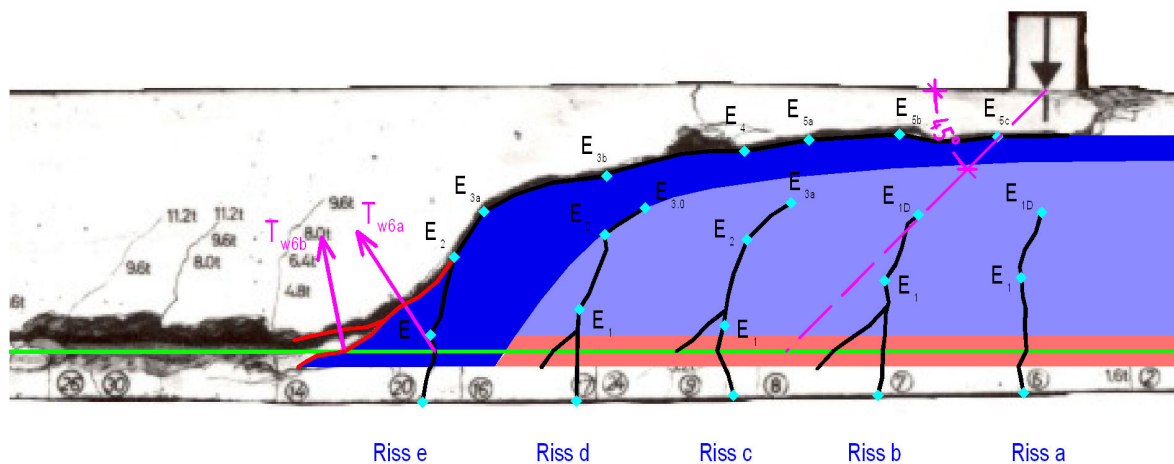


Bild 4.63: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zugstreben im Zustand II.6_{e-i}

Wie im *Bild 4.64* dargestellt, bildet sich offensichtlich eine neue Stegzugstrebe aus, die einen neuen Riss unterhalb des bereits (von Punkt E_2 nach Punkt $E_{3,0}$) vorhandenen erzeugt, der etwa bis zum Punkt E_{3S} verläuft. (Der Index „S“ verweist auf das Subsystem.) Die zugehörige Resultierende neigt auch hier den schrägen Nebenriss am Fußpunkt und verläuft oben etwa zum Endpunkt $E_{3,0}$ des bereits vorhandenen Risses. Mit diesem Riss ist im Subsystem ein Zustand II.3_{e-iS} entstanden.

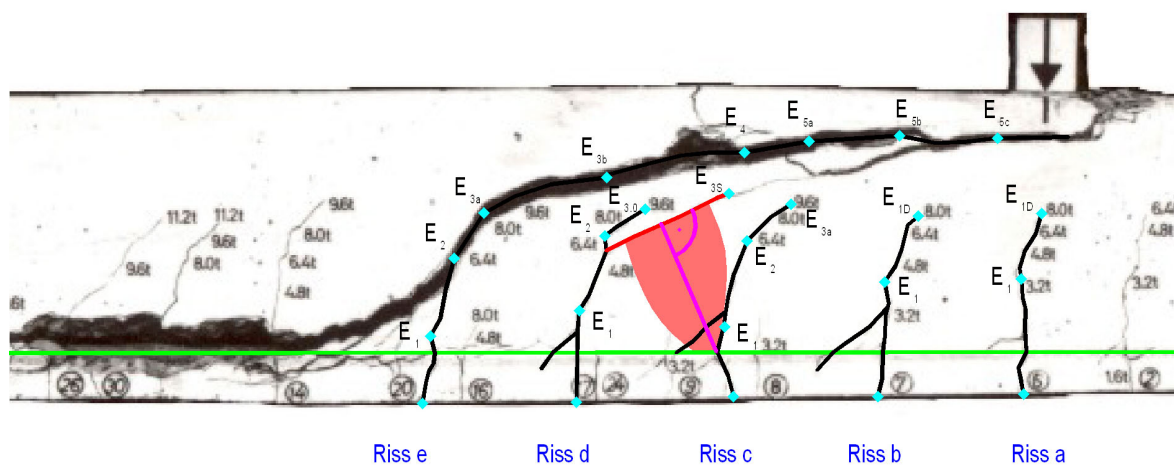


Bild 4.64: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zugstrebe im Zustand II.3_{e-iS}

Sinngemäß zum Hauptsystem entstehen in der Folge die Zustände II.4_{e-iS} und II.5_{e-iS}. Der kritische Stegriss des Subsystems vereint sich mit dem kritischen Stegriss des Hauptsystems. Leider geben die Unterlagen keinen Hinweis darauf, in welcher zeitlichen Folge sich die beiden kritischen Stegrisse kurz vor ihrer Vereinigung entwickelt haben.

Die Analogie der Vorgänge im Hauptsystem sowie im Subsystem geht jedoch noch weiter; aus den Rissbildern können tatsächlich auch die Zustände II.6_{e-iS} und II.7_{e-iS} abgelesen werden. So ist erkennbar (s. *Bild 4.65*), dass in einem Zustand II.6_{e-iS} das Subsystem versucht hat, die Auflagerkraft des „Sub-Subsystems“ links des schrägen Nebenrisses neben dem Riss „d“ hoch zu hängen, bis der Zuggurt im gesamten Rissfeld in Folge dieser Zugstrebenwirkungen diesbezüglich vollständig deaktiviert worden war.

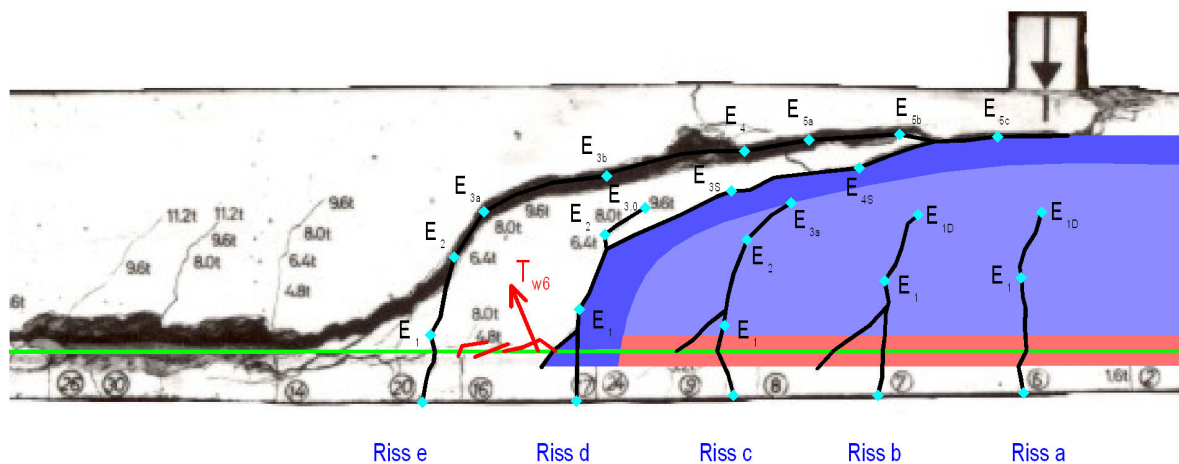


Bild 4.65: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; „Sub-Subsystem“ im Zustand II.6_{e-is}

Aus dem Rissbild kann geschlossen werden, dass sich im Subsystem auch ein Zustand II.7_{e-is} einstellte. Dafür spricht der Riss, der über dem Rissfeld „b - c“ zwischen den kritischen Stegrissen des Haupt- und des Subsystems entstanden ist. Im *Bild 4.66* ist die geneigte Druckstrebe des Subsystems im Zustand II.7_{e-is} dargestellt. Sie könnte in Folge ihrer stark exzentrischen Einwirkung auf den stark eingeschnürten Druckgurt des Subsystems zu diesem Riss geführt haben.

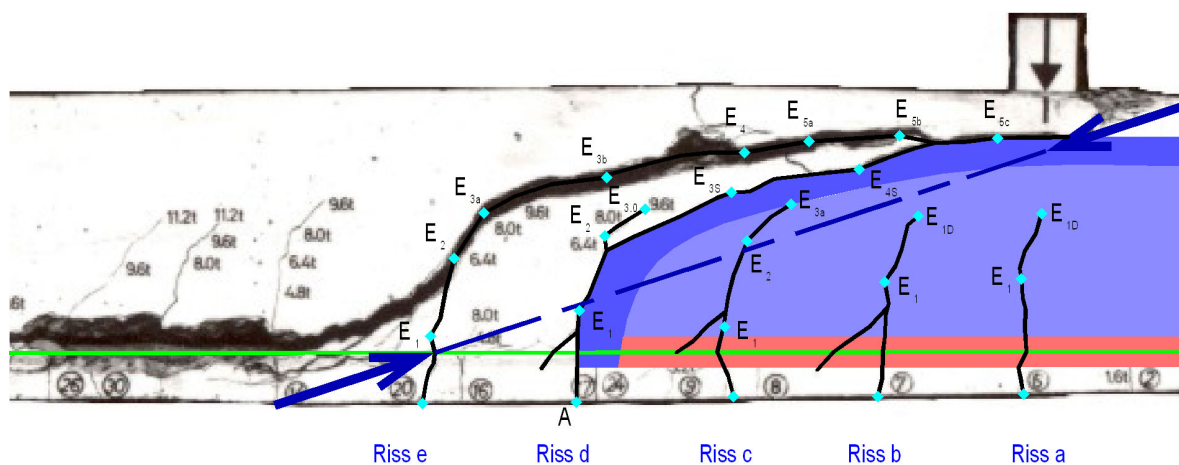


Bild 4.66: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Subsystem im Zustand II.7_{e-is}

Aus der Tatsache, dass der kritische Stegriss des Hauptsystems kurz vor der Vereinigung mit dem kritischen Stegriss des Subsystems einen abrupten Richtungswechsel aufweist, kann gefolgert werden, dass in diesem Bereich zuerst der kritische Stegriss des Subsystems vorhanden war und der kritische Stegriss des Hauptsystems in diesen einmündete, nachdem das Subsystem im Zustand II.7_{e-is} versagt hatte. Diese Zwischenepisoden haben aber nichts daran geändert, dass sich letztlich auch am Hauptsystem die Zustände II.6_{e-i} und II.7_{e-i} einstellten und zum Versagen des Gesamtsystems führten.

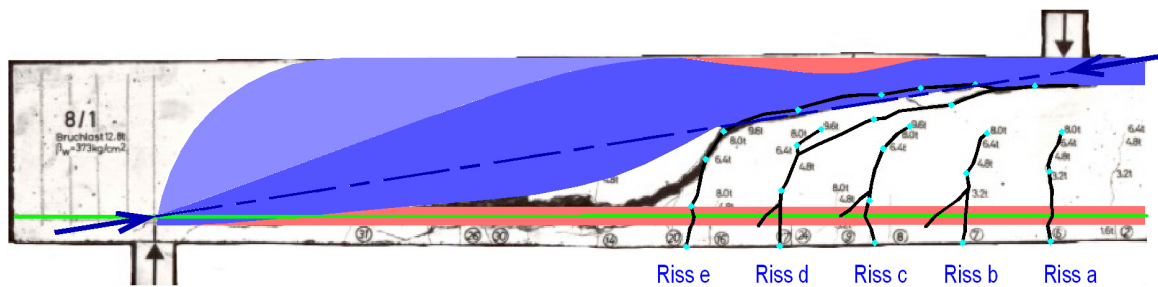


Bild 4.67: Ausschnitt aus Balken 8/1 aus [2.4]; Zustand II.7_{e-i}

Obwohl also die Balken 6 und 8/1 im Detail sehr deutliche Unterschiede in den verschiedenen Phasen der Rissentwicklung aufweisen, folgen letztlich beide - wie wohl alle Tragwerke, die D_{e-i} -Bereiche aufweisen - den gleichen übergeordneten Gesetzmäßigkeiten. Als bemerkenswerte Unterschiede der beiden Balken sind hervorzuheben:

- ⇒ Der Balken 6 weist im Gegensatz zum Balken 8/1 Risse auf, die als Spaltzugrisse der geneigten Druckstreben interpretiert werden können. Bezeichnender Weise weist einer der beiden Risse die Neigung von 45° auf.
- ⇒ Am Balken 8/1 konnten an den Haupttrissen schräge Nebenrisse festgestellt werden, die den geneigten Zugstreben zuzuordnen sind und die das Tragverhalten offensichtlich kaum beeinflussen. Derartige schräge Nebenrisse sind in der linken Hälfte des Balkens 6 nicht vorhanden, aber in dessen rechten Hälfte. Sie sind aber auch in den Balken 4 (ansatzweise), 5, 7/1 sowie 9/1 und 10/1 festzustellen, wobei bei den beiden letztgenannten Balken die ähnlichen Risse in Balkenmitte eine andere Ursache haben, die im Folgenden noch erläutert werden wird.
- ⇒ Am Balken 8/1 konnte die zwischenzeitliche Wirkung eines „Sub-Subsystems“ aufgezeigt werden, das sich in den anderen Balken nicht einstellte. Dies ist in dem großen Verhältnis a/d des Balkens 8/1 begründet.

Es stellt sich nun auch für die Einzellasten in der Nähe von Endauflagern die Frage, in wie fern Versuchsergebnisse mit dem im vorhergehenden Kapitel für den Zustand I entwickelten Rechenmodell über das Zusammenwirken von Biegung und Sprengwerk korrespondiert.

Tabelle 4.3: Bruchquerkräfte der Versuchsbalken 1 bis 10/1 aus [2.4]

Balken Nr.	a [m]	a / d	V_u [kN]	$C_{w,hyp}$ [kN]
1	0,27	1,00	396,0	591,96
2	0,40	1,48	265,0	510,40
3	0,54	2,00	150,0	365,53
4	0,67	2,48	85,9	251,94
5	0,81	3,00	69,8	242,91
6	1,10	4,07	65,8	305,04
7/1	1,35	5,00	61,1	344,90
8/1	1,62	6,00	62,4	420,65
9/1	1,89	7,00	56,4	442,28
10/1	2,16	8,00	52,2	466,93

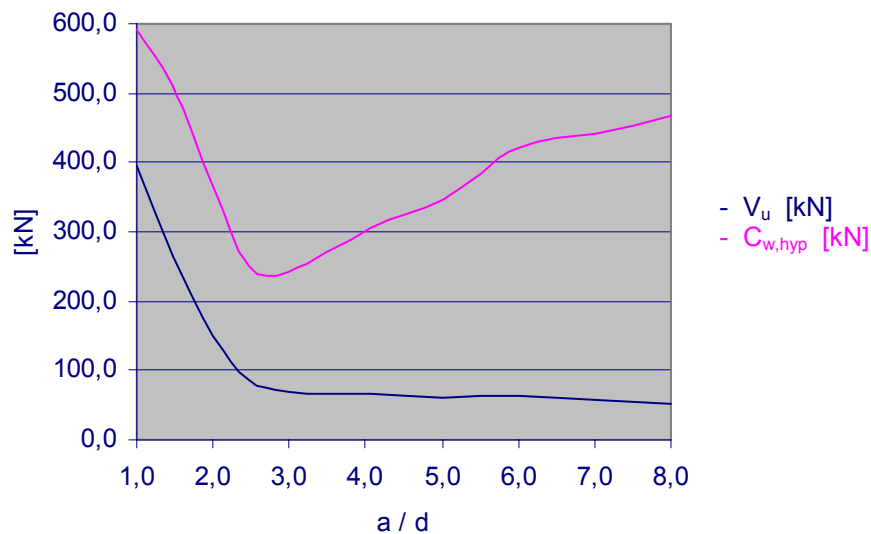


Bild 4.68: Bruchquerkräfte und hypothetische Druckstreben von *Tabelle 4.3*

Es wurde bereits zu Beginn des vorliegenden Abschnitts darauf hingewiesen, dass eine Modellabbildung für den Zustand II nicht sinnvoll möglich erscheint, da zwar die durch die Rissbildung verursachten Steifigkeiten, nicht jedoch die entsprechenden Systemänderungen sinnvoll erfasst werden könnten.

Für den Vergleich des Rechenmodells mit Versuchsergebnissen bietet sich einmal mehr die Serie der Balken 1 bis 10/1 von *Leonhardt* und *Walther* aus [2.4] an. In der *Tabelle 4.3* sind die erreichten Bruchquerkräfte zusammengestellt. Es handelt sich auch hier um diejenigen Werte, die die Verfasser von [2.4] zur besseren Vergleichbarkeit auf eine einheitliche Beton-Bezugsdruckfestigkeit umgerechnet hatten. In der Tabelle sind zusätzlich hypothetische Druckstrebenkräfte angegeben, die aus den Bruchquerkräften unter der hypothetischen Voraussetzung eines im Bruchzustand ausschließlich wirkenden Sprengwerks errechnet wurden.

Auf Grund der zuvor geschilderten Bruchabläufe wäre ja grundsätzlich denkbar, dass die Grenztragfähigkeit der betrachteten Versuchsbalken dadurch gegeben sein könnte, dass die Balken im Zustand II.7_{e-i} ein Sprengwerk bilden und die Grenztragfähigkeit im Wesentlichen von der Größe der geneigten Druckstrebe dieses Systems abhängen könnte. Insbesondere der im *Bild 4.68* dargestellte grafische Verlauf der hypothetischen Druckstrebenkräfte für die Versuchsbalken zeigt jedoch sehr deutlich, dass diese Annahme nicht zutreffen kann, da diese hypothetischen Druckstrebenkräfte für Lastabstände $a > 2,5$ ständig anwachsen würden, sogar noch bei den Balken 9/1 und 10/1, die mit Biegebrüchen in Feldmitte versagten.

Entscheidend für das Tragverhalten der Balken mit Einzellasten in der Nähe von Endauflagern im Bereich von etwa $2 < a/d \leq 6$ ist vielmehr die Einleitung der Einzellast mit den daraus resultierenden Stegzugstreben. So weit die Laststufen der Versuchsbalken 1 bis 10/1 von *Leonhardt* und *Walther* aus [2.4] an den kritischen Stegrissen angegeben wurden, kann man feststellen, dass in den Zuständen II.2 bis II.3 jeweils bereits etwa 90 % der Bruchlast erreicht waren. Dies bestätigt noch einmal, dass die Umlagerung zum Sprengwerk im Zustand II.7_{e-i} keine nennenswerte Laststeigerung mehr ermöglicht.

Vergleicht man nun den Verlauf der im *Bild 4.68* in Abhängigkeit von a/d dargestellten Bruchquerkräfte mit dem Ergebnis des Rechenmodells für den Zustand I im *Bild 3.45* (dort bezogen auf a/z), so kann man auch hier eine sehr gute qualitative Übereinstimmung

feststellen. Das Bruchbild des Balkens 1 bestätigt, dass es zutreffend ist, bis zu Lastabständen von $a = d$ (bzw. $a \approx z$) vom Endauflager vom reinen Sprengwerk auszugehen, wie dies im *Bild 3.45* mit Hilfe des Korrekturfaktors k geschehen ist. Weiterhin zeigen beide Bilder übereinstimmend eine mit zunehmendem Lastabstand vom Auflager abnehmende Funktion, die jeweils etwa bei $a = 3 \cdot d$ einen asymptotischen Verlauf einnimmt. Man kann somit davon ausgehen, dass das für den Zustand I auf der Grundlage des Minimums der Formänderungsarbeit entwickelte Rechenmodell die Wirklichkeit ganz gut abbildet.

Bei der Diskussion der verschiedenen Risszustände - insbesondere im Zusammenhang mit den Zuständen II.6 - wurde immer wieder auch die **Bedeutung des Zuggurtes als lokales Verbundtragwerk** angesprochen. Der Verbund der Längsbewehrung mit dem umgebenden Beton bewirkt, dass sich der Beton nicht ungehindert dehnen kann. Er kann daher im Einflussbereich der Bewehrung sehr viel größere Zugspannungen aufnehmen als in Bereichen ohne Bewehrung. Es liegt daher auf der Hand, dass die lokale Tragwirkung des Zuggurtes nicht nur von der reinen Bewehrungsmenge, sondern auch von deren Verteilung im Betonquerschnitt abhängt. Es erscheint nahe liegend, dass eine Bewehrung, die den Zuggurt stark mit Einzelstäben durchsetzt, mehr Betontragfähigkeit aktivieren kann als wenige Stäbe mit entsprechend geringer Wirkungszone.

Auch für die Erforschung dieses nahe liegenden Zusammenhanges stehen bislang leider nur in sehr beschränktem Umfang Versuchsergebnisse zur Verfügung. Immerhin haben *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] Versuche mit Platten vorgestellt, aus denen dieser Zusammenhang ansatzweise erkennbar ist.

So wurden mit den Versuchskörpern P 4, P 6 und P 7 drei Platten geprüft, die sich bei gleichen Abmessungen, gleicher Betonfestigkeit, gleicher Lastanordnung und praktisch gleicher Bewehrungsmenge nur in der Anzahl und den Durchmessern der Biegezugbewehrung unterscheiden. Das folgende *Bild 4.69* gibt am Beispiel der Platte P 3 einen Eindruck von der Versuchsanordnung.



Bild 4.69: Platte P 3 aus [2.4]

Die folgende Tabelle zeigt für die Platten P 4, P 6 und P 7 die unterschiedlichen Bewehrungsanordnungen hinsichtlich der gewählten Stabdurchmesser, der Anzahl der Stäbe, den daraus resultierenden Stababständen, das Verhältnis der Stababstände zu den zugehörigen Stabdurchmessern und schließlich noch die jeweils erreichten Querkräfte im Bruchzustand. Man sieht sofort, dass mit abnehmenden Stabdurchmessern und -abständen die Tragfähigkeit im Rahmen dieser Versuchsserie um über 30 % (!) gesteigert werden konnte.

Tabelle 4.4: Versuchsergebnisse von *Leonhardt* und *Walther* [2.4] für Platten

Platte Nr.	d_s [mm]	n	s [cm]	s / d_s	V_u [kN]
P 4	12	9	5,6	4,63	102,80
P 6	18	4	12,5	6,94	89,70
P 7	26	2	25,0	9,62	77,80

In den Diagrammen des folgenden Bildes ist die jeweils erreichte Bruchquerkraft in Abhängigkeit der in der *Tabelle 4.4* enthaltenen übrigen Größen dargestellt. Leider ist die Anzahl der Ergebnisse viel zu gering, um quantitativ verwertbare Rückschlüsse zu erlauben.

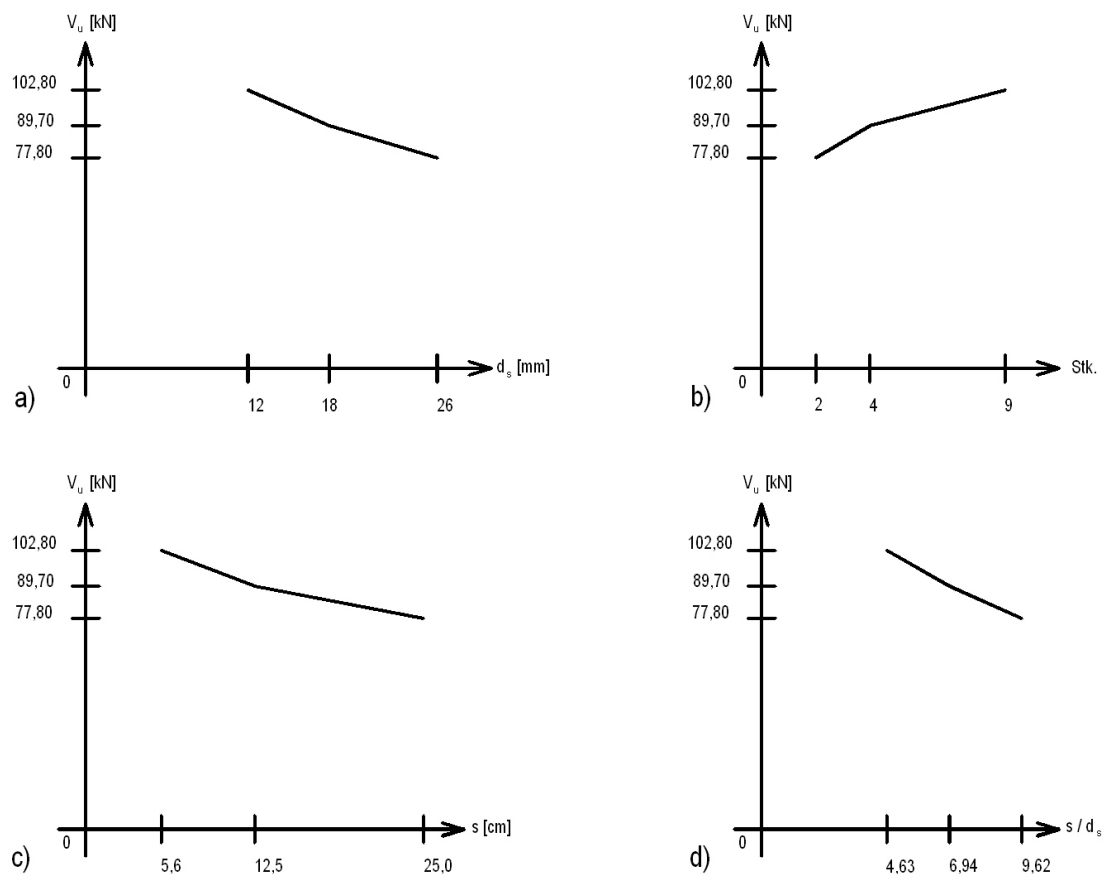


Bild 4.70: Abhängigkeiten der Bruchquerkraft der Platten P 4, P 6, P 7 aus [2.4]

- a) vom Stabdurchmesser
- b) von der Stabanzahl
- c) vom Stababstand
- d) vom Verhältnis Stababstand / Stabdurchmesser

Betrachtet man im *Bild 4.71* die Untersichten der Platten P 4, P 6 und P 7, neigt man zu dem Schluss, dass vor Allem das Verhältnis Stababstand / Stabdurchmesser die Tragfähigkeit maßgeblich bestimmt. Dieses Verhältnis repräsentiert die Wirkungszone der Beweh-

rung, wie sie auch im Zusammenhang mit der Rissbreitenbestimmung als maßgeblicher Parameter eingeht. Man erkennt, dass im *Bild 4.71* die Verbundtragwirkung bei der Platte P 4 mit dem kleinsten Verhältnis Stababstand / Stabdurchmesser von < 5 nur bei den nahe am Plattenrand befindlichen Stäben versagte. Bei der Platte P 6 mit dem Verhältnis $s / d_s \approx 7$ ist ein Versagen des Verbundsystems im Ansatz auch an den innenliegenden Stäben zu erkennen. Bei der Platte P 7 ($s / d_s \approx 10$) ist schließlich sehr gut abzulesen, dass die beiden Stäbe die Verbundtragwirkung des Betons gegenüber der zur Verfügung stehenden Plattenbreite nur zu einem geringen Anteil aktivieren konnten.

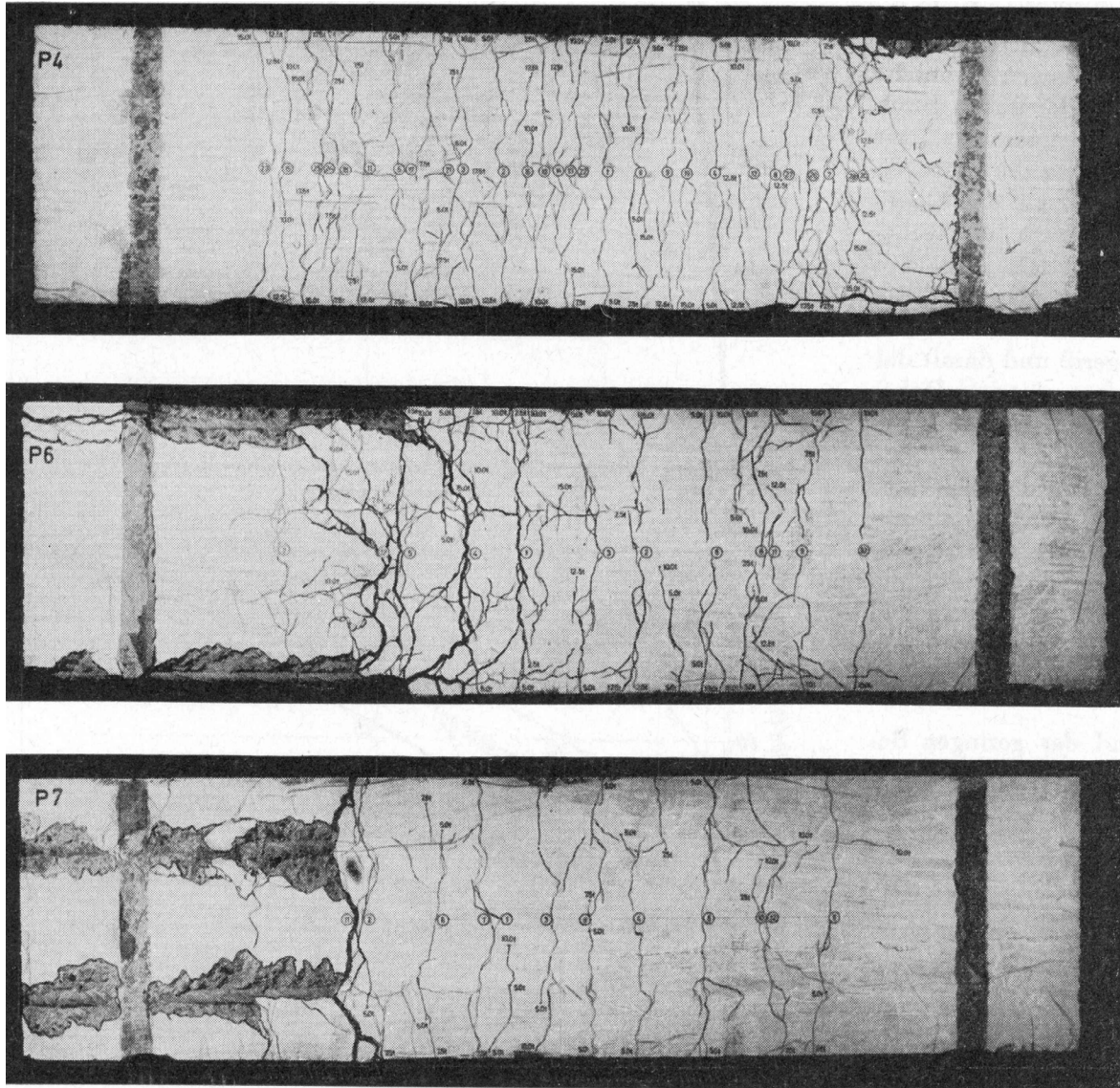


Bild 4.71: Untersichten der Platten P 4, P 6, P 7 aus [2.4] im Bruchzustand

Um diese Zusammenhänge besser analysieren zu können, sind weitere Versuchsserien erforderlich.

In der Praxis stellt sich zusätzlich das bereits angesprochene Problem, dass in den meisten Fällen, in denen die hier diskutierten Einzellasten auftreten, gleichzeitig auch in nennenswerter Größenordnung Gleichlasten zu berücksichtigen sind. In solchen Fällen stellen sich Spannungszustände ein, die sich aus der Überlagerung der hier diskutierten Tragwirkungen mit denen nach der Biegetheorie ergeben. In solchen Fällen wird das Bruchverhalten zu-

sätzlich wesentlich bestimmt durch das Verhältnis der einwirkenden Lasten. Im *Kapitel 7* werden diesbezüglich Bemessungsmodelle entwickelt, ohne dass entsprechende Versuchsergebnisse in hinreichender Anzahl als Grundlage zur Verfügung stehen. Dies ist ein weiterer Punkt, der weiteren Forschungsbedarf aufzeigt.

Ein interessanter Aspekt bezüglich des Tragverhaltens des Verbundzuggurtes lässt sich aus den im Rahmen der vorliegenden Stahlbetonanalyse durchgeführten FE-Berechnungen ableiten. Alle entsprechenden Rechenergebnisse - besonders deutlich die in den *Bildern 4.47 bis 4.49* großmaßstäblich wieder gegebenen Hauptspannungen - zeigen, dass die zwischen den Rissen stattfindende Zugkrafteinleitung von der Bewehrung in den Beton kräftige Querdruckspannungen verursacht. Es handelt sich hierbei um den gleichen Effekt, der bei der Einleitung konzentrierter Druckkräfte zu quer verlaufenden Spaltzugspannungen führt - hier nur mit umgekehrtem Vorzeichen. Diese Druckspannungen weisen in den Berechnungsbeispielen die gleiche Größenordnung auf wie die aus den geneigten Stegdruckstreben her rührenden Druckspannungen.

Wenn sich nun an einem Riss eine Stegdruckstrebe auf den Zuggurt abstützt und sich auf der anderen Seite des Risses für das Gleichgewicht eine Stegzugstrebe einstellt, so überlagern sich deren Zugspannungen den Querdruckspannungen aus der Krafteinleitung. Der Bereich um die Bewehrungsstäbe ist praktisch rechtwinklig zur Bewehrungsrichtung „vorgespannt“. Auf Grund dieser Wirkung wird ein Riss, der von einer geneigten Stegzugstrebe (zum Beispiel im Zustand II.6) verursacht wird, nicht unmittelbar in Höhe der Bewehrung entstehen, sondern außerhalb des „vorgespannten“ Bereichs.

In erster Näherung wird man davon ausgehen können, dass diese verstärkte Zone bei üblichen Maßen der Betondeckung in der Regel bis zur Betonoberfläche reichen wird. Geht man weiterhin davon aus, dass die Krafteinleitung einen rotationssymmetrischen Spannungszustand erzeugt, da sonst exzentrische Beanspruchungen entstehen würden, kann man daraus folgern, dass die verstärkte Zone auch nach innen die gleiche Dicke aufweist.

Dieser Ansatz führt zu dem Schluss, dass in erster Näherung dem Wirkungsbereich der Krafteinleitung in allen Richtungen von der Bewehrungsachse eine Dicke von $d_1 = (h - d)$ zugeordnet werden kann. Tatsächlich hängt die beschriebene Wirkung von mehreren Faktoren ab wie von der an der betrachteten Stelle wirksame Biegezugkraft, der Bewehrungsmenge, den Stabdurchmessern, den Stababständen, den Rissabständen sowie den Betondeckungen zum gezogenen Rand und zur Seitenfläche.

Wie bei den zuvor untersuchten Bereichen werden nun auch hier abschließend für die qualitative Betrachtung der D_{e-i} -Bereiche ergänzende FE-Berechnungen durchgeführt. Dazu werden die geometrischen Verhältnisse und die Rissbildung des Balkens 6 aus [2.4] verwendet.

Schon im Zustand II.1 sind, wie das *Bild 4.72* zeigt, zwischen den noch relativ kurzen Rissen bereits deutlich die geneigten Zug- und Druckstreben im Stegbereich zu erkennen. Unrealistisch stark sind auch hier wieder die Zugspannungskonzentrationen an den Risswurzeln ausgebildet, die sich in Wirklichkeit auf Grund des nicht linearelastischen Verhaltens dieser Zonen so nicht einstellen werden.

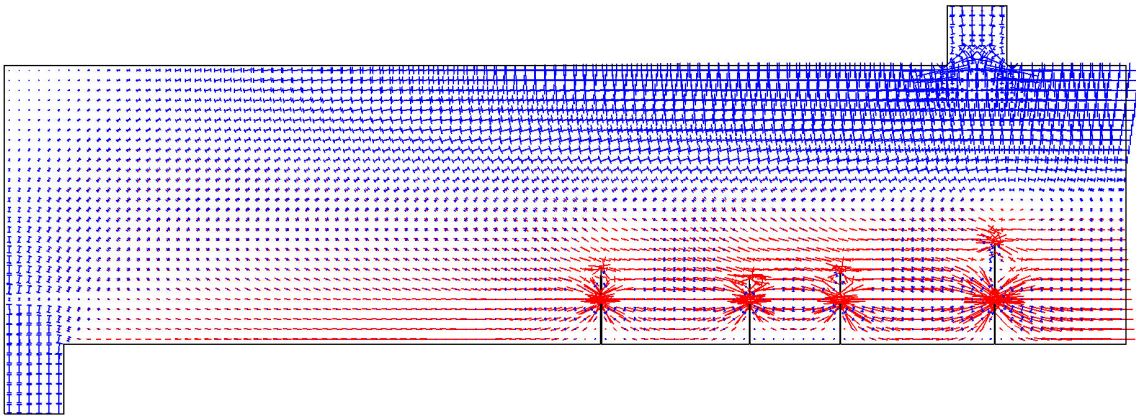


Bild 4.72: Hauptspannungen des Balkens 6 (linke Hälfte) aus [2.4] im Zustand II.1

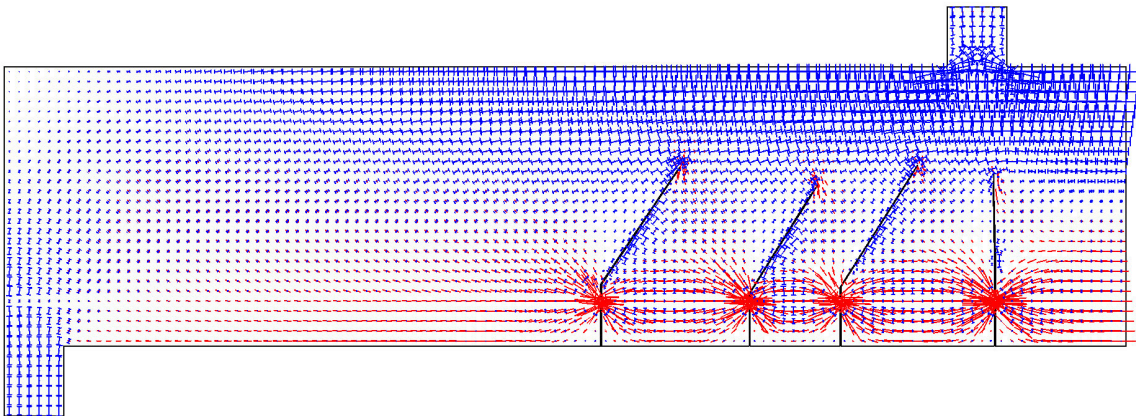


Bild 4.73: Hauptspannungen des Balkens 6 (linke Hälfte) aus [2.4] im Zustand II.2

Im Zustand II.2 sind die Stegzug- und -druckstreben zwischen den Rissen erkennbar stärker ausgeprägt als zuvor.

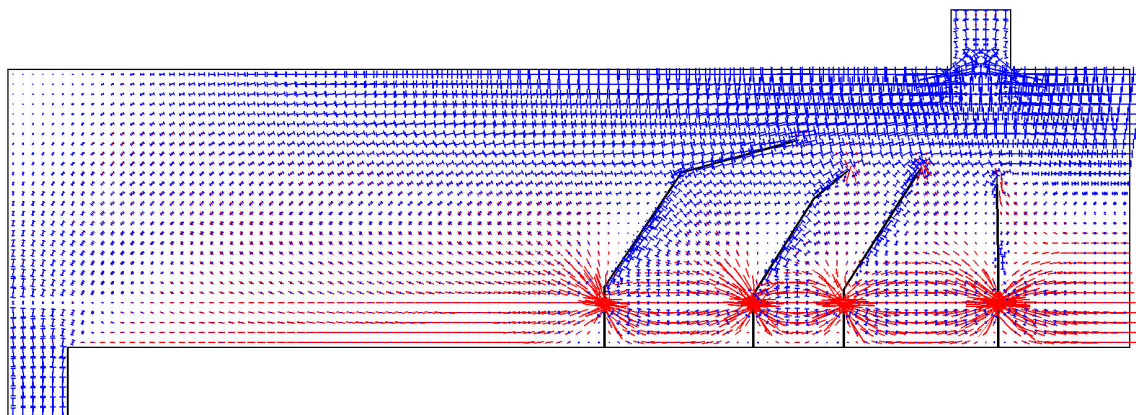


Bild 4.74: Hauptspannungen des Balkens 6 (linke Hälfte) aus [2.4] im Zustand II.4

Im Zustand II.4 haben die Stegbereiche zwischen den Rissen auf Grund der fortgeschrittenen Rissentwicklung praktisch keine Möglichkeit mehr, Zugstreben auszubilden, die in der Druckzone verankert sind. Dennoch ist deutlich erkennbar, dass sich geneigte Stegzugstreben ausbilden. Sie finden ein Gleichgewicht, in dem sie die Stegdruckstreben unter den jeweiligen Rissen umlenken.

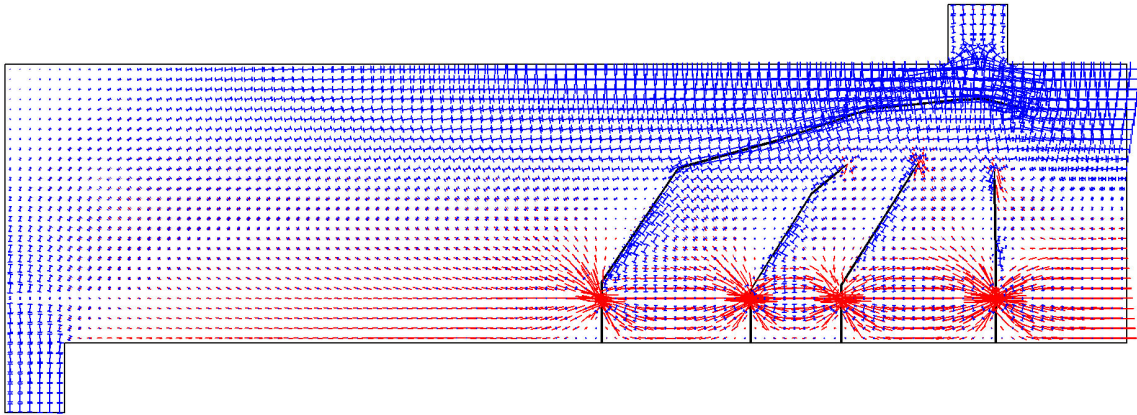


Bild 4.75: Hauptspannungen des Balkens 6 (linke Hälfte) aus [2.4] im Zustand II.6

In der Darstellung des Zustandes II.6 ist nun gut zu erkennen, wie sich im Subsystem unter dem kritischen Stegriss ein Druckgurt bildet und wie das Subsystem links des kritischen Stegrisses in einer etwa unter 60° geneigten Zugstrebe ein Auflager findet. Der Druckgurt des Subsystems verläuft nicht etwa geradlinig, sondern folgt der Geometrie des kritischen Stegrisses. Die dafür erforderlichen Umlenkkräfte sind im Bereich des Zuggurtes verankert.

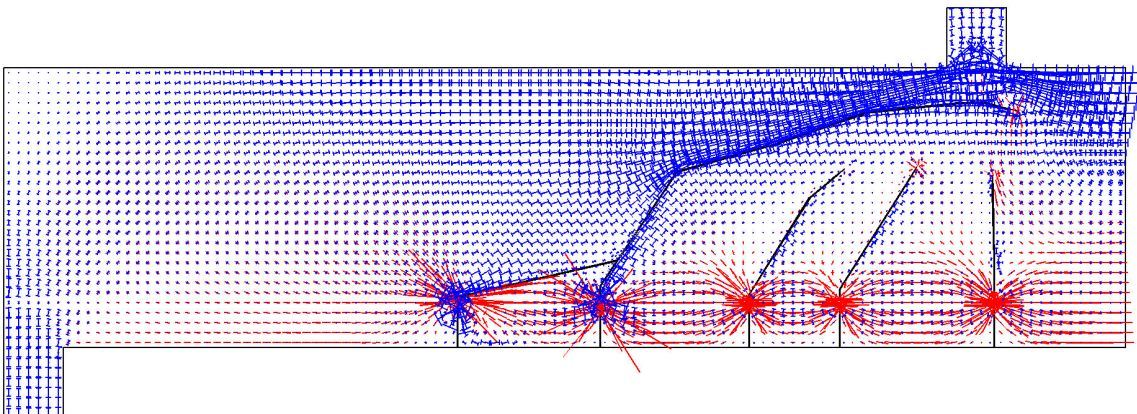


Bild 4.76: Hauptspannungen des Balkens 6 (linke Hälfte) aus [2.4] im Zustand II.7

Versagt nun die aufgehängende Zugstrebe neben dem kritischen Riss, wie dies im *Bild 4.76* für den Zustand II.7 modelliert wurde, wird entsprechend auch das Subsystem entlastet. Statt der bisherigen kräftigen Druckstrebe unter dem kritischen Riss ist nunmehr die sprengwerkartige Druckstrebe über dem kritischen Riss ausgebildet. Das der FE-Berechnung zu Grunde liegende linearelastische Materialverhalten hat zur Folge, dass in der Berechnung das Tragverhalten im Kreuzungsbereich der Risse mit der Biegezugbewehrung erheblich überschätzt wird, so dass sich die dort angezeigten Spannungskonzentrationen in Wirklichkeit nicht so stark ausbilden können.

Auch im vorliegenden Fall kann die vergleichende FE-Berechnung als gute Bestätigung der aus den Rissbildern abgeleiteten physikalischen Hintergründe des Tragverhaltens in D_{e-i} -Bereichen gewertet werden.

4.6 Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten (D_{i-0} -Bereiche)

Zunächst wäre es bei der Verwendung einer neuartigen Bereichsbezeichnung wünschenswert, die Grenzen dieses Bereiches definieren zu können. Dies ist im vorliegenden Fall leider nicht möglich, da Versuchsreihen mit entsprechenden Parameterstudien nicht zur Verfügung stehen. Es kann daher nur aus der Anschauung die Vermutung abgeleitet werden, dass sich die im Folgenden beschriebenen Zusammenhänge dann einstellen, wenn der Abstand der eingeleiteten Einzellast zum Momentennullpunkt weniger als drei oder vier Mal so groß ist wie die statische Nutzhöhe des betrachteten Tragwerks (also etwa der halben Länge von D_{e-i} -Bereichen entspricht). Da auf der anderen Seite des Momentennullpunkts auf Grund der Auflagerkraft eine gleichartige Situation vorhanden ist, entsteht ein Bereich von einer Länge, der etwa sechs bis acht Mal der statischen Nutzhöhe entspricht und nicht den Gesetzmäßigkeiten der Biegebereiche entspricht. Es entstehen also auch im vorliegenden Fall sehr große Bereiche, die sich von den B-Bereichen unterscheiden.

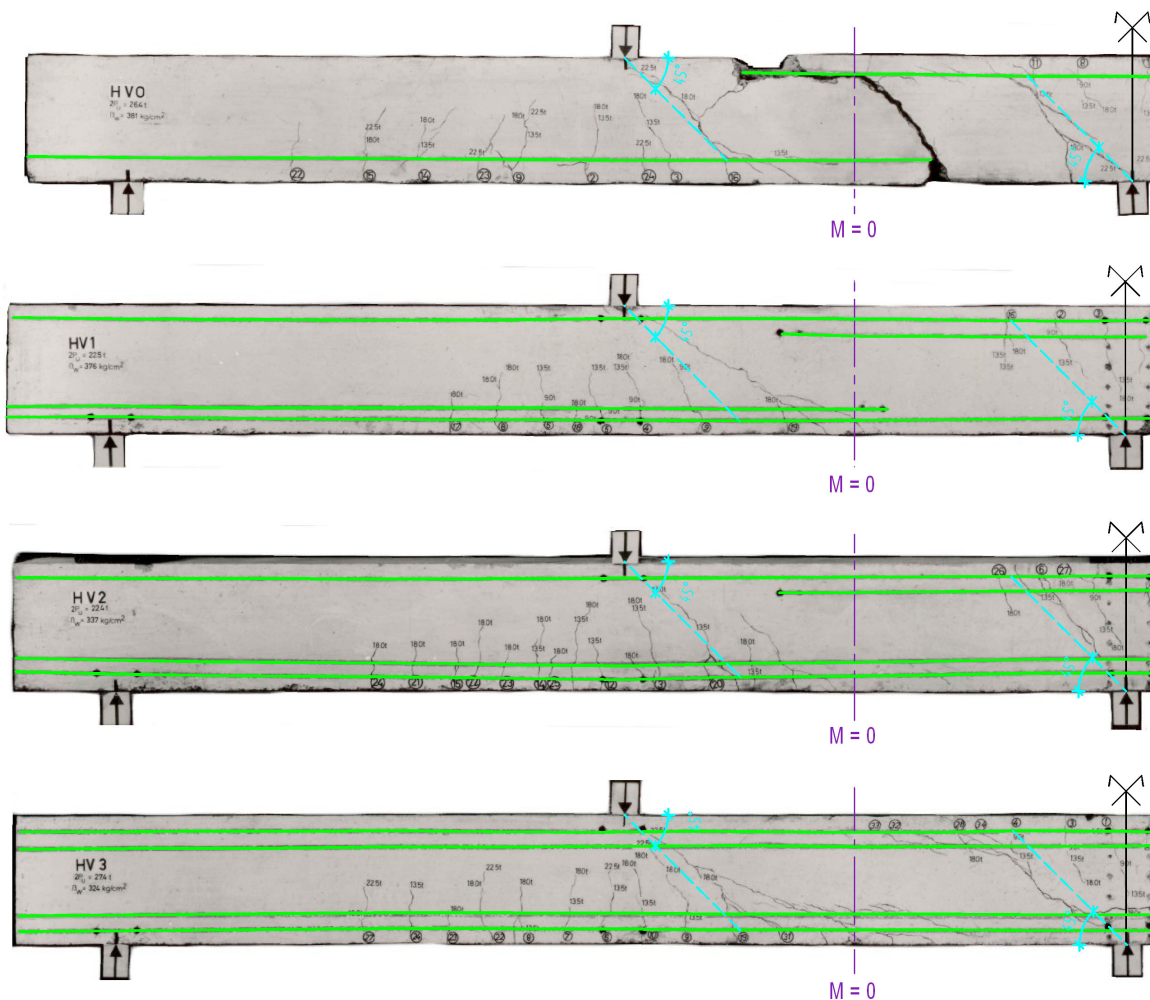


Bild 4.77: Rissbilder der Balken HV 0 bis HV 3 aus [2.7] (jeweils eine Hälfte)

Wenn Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten eingeleitet werden, so führt dies zu der Situation, dass zwar im Bereich der Einzellasten jeweils die Maximalwerte der Biegemomente auftreten; deren Werte nehmen aber auf Grund des nahen Momentennullpunktes sehr schnell stark ab. Entsprechend nimmt die Tiefe der Biegerisse neben den Einzellast-

ten mit zunehmender Entfernung stark ab. Das Rissbild wird daher wenig von den Biegemomenten und stark von der Kraftereinleitung der Einzellast bestimmt.

Dieser Zusammenhang kann sehr gut nachvollzogen werden an den Rissbildern der Träger HV 0 bis HV 3, über deren Versuchsergebnisse *Leonhardt, Walther* und *Dilger* in [2.7] berichteten. Zur besseren Übersicht ist im *Bild 4.77* nur jeweils eine Hälfte der zweifeldrigen Durchlaufträger dargestellt.

In dem Bild greift in der Feldmitte jeweils die Einzellast an, am linken Bildrand befinden sich die frei drehbaren Endauflager und rechts sind die Mittelunterstützungen zu sehen. Die strichpunktierten Linien kennzeichnen die Stelle der rechnerischen Momentennullpunkte. Es ist sehr gut erkennbar, dass die Risse links von den Einzellasten mehr oder weniger rechtwinklig zum Rand verlaufen und mit abnehmenden Momenten die zugehörigen Risstiefen immer geringer werden. Da in diesem Bereich nur vereinzelt (Balken HV 0) Risse vorhanden sind, die dem Zustand II.2_i zuzuordnen sind, kann gefolgert werden, dass bei den Versuchen die Tragfähigkeit dieser D_{e-i}-Bereiche bei Weitem nicht ausgeschöpft wurde.

Rechts von den Einzellasten sind dagegen die Risse deutlich radial zur Einzellast ausgerichtet. Es gibt jeweils einen markanten Riss, der der 45°-Regel folgt und der vom gezogenen Rand bis nahe zur Einzellast mit dieser Neigung durchgehend vorhanden ist.

Nur ganz am Rande sei darauf hingewiesen, dass die Druckstreben auch in diesen Beispielen vereinzelt bestehende Rissabschnitte überdrücken.

Aus den Rissbildern der D_{i-0}-Bereiche zwischen den Einzellasten und den Mittelunterstützungen lassen sich die im Folgenden aufgeführten Rissstufen ableiten. Obwohl die Entwicklung der Risse hier deutlich anderen Gesetzmäßigkeiten folgt als in den Biegebereichen, können die Bezeichnungen für die einzelnen Rissstufen so gewählt werden, dass die darin enthaltenen arabischen Ziffern möglichst gut vergleichbare Risszustände in den unterschiedlichen Bereichen bezeichnen.

⇒ **Der Zustand II.1B_{i-0}**

In diesem Zustand entstehen zwischen Lasteinleitungsstelle und Momentennullpunkt Biegerisse, die nur im unmittelbaren Bereich der Einzellasten größere Risstiefen erreichen, während sie in der Nähe des Momentennullpunktes - wenn überhaupt - nur im Bereich der Biegezugbewehrung in Erscheinung treten.

⇒ **Der Zustand II.1D_{i-0}**

Ein Teil der Kraftereinleitung wird zunächst im Bereich des Öffnungswinkels von etwa - 45° bis + 45° durch ein Zuggewölbe gesichert. Wenn die Spannungen dieser Gewölbe die Betonzugfestigkeit erreichen, entstehen aus den bisherigen Risswurzeln radiale Risse, wobei in der Regel einer dieser Risse die Neigung von 45° aufweist.

⇒ **Die Zustände II.2_{i-0} - II.5_{i-0}**

In diesen nächsten Rissstufen entwickeln sich die Risse nur in der radialen Richtung schrittweise weiter. Durch die Rissbildung des jeweils vorhergegangenen Zustandes wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Das Zuggewölbe versagt endgültig, indem in der Regel der Riss mit der Neigung von 45° bis nahe an die eingeleitete Kraft reicht.

Bei den Balken HV 0 und HV 3 geschah dies etwa bei der Laststufe 22,5 t, bei den Balken HV 1 und HV 2 bei der Laststufe 18 t. Die Grenztragfähigkeit der Balken ist somit in diesem Zustand bereits zu 80 bis 85 % ausgeschöpft.

In D_{i-0} -Bereichen können sich in den Zuständen II.1_{i-0} bis II.5_{i-0} auf Grund der radial verlaufenden Risse im Steg zwischen diesen Rissen keine Zugstreben ausbilden, wie dies in B-Bereichen und auch in den D_{e-i} -Bereichen nachgewiesen werden konnte. Es kann sich lediglich zum letzten Riss eine Druckstrebe ausbilden und natürlich außerhalb des letzten Risses, wenn dieser nicht zu flach verläuft. Teilweise wirkt noch ein mehr oder weniger stark reduziertes Zuggewölbe.

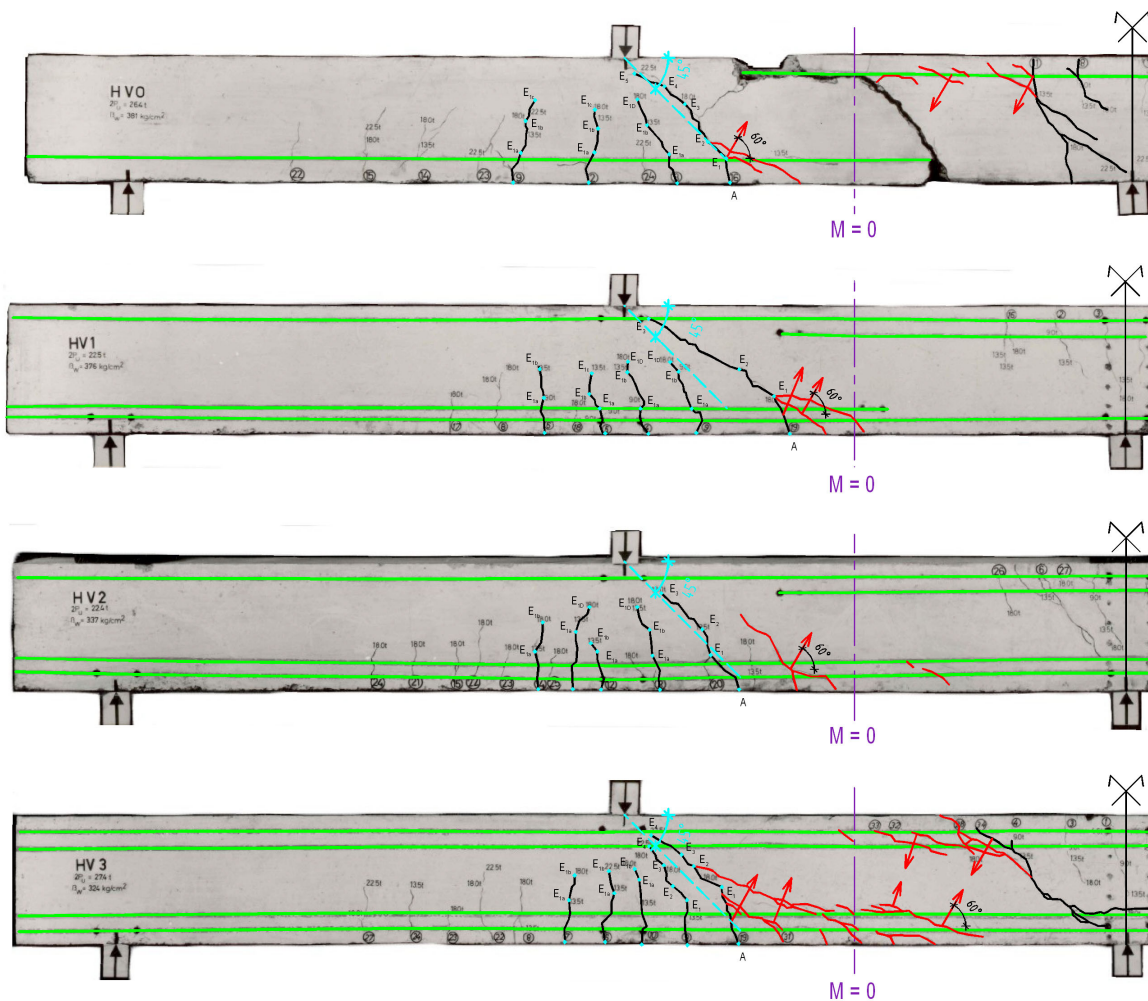


Bild 4.78: Zugstreben der Balken HV 0 bis HV 3 aus [2.7] im Zustand II.6_{i-0}

⇒ Der Zustand II.6_{i-0}

Die Anteile der Einzellast, die zunächst ein Gleichgewicht durch das Zuggewölbe fanden, können nun auf der Seite zum Momentennullpunkt nur noch mit Druckstreben eingeleitet werden, wobei sich eine am Kreuzungspunkt des unter 45° geneigten Risses mit der Biegezugbewehrung abstützen kann. Für das Gleichgewicht des Teilsystems ist es erforderlich, dass sich auf der anderen Seite des Risses eine nach oben gerichtete Zugstrebe ausbilden kann. Dies entspricht der Situation, die für die B-Bereiche als Zustand II.6 bezeichnet wur-

de, so dass es sinnvoll erscheint, den hier betrachteten Zustand gleichfalls mit der Ziffer 6 zu kennzeichnen.

Es zeigt sich im *Bild 4.78*, dass diese Zugstreben unter 45° bis 60° zur Balkenachse geneigt sind. Wie die Rissbilder belegen, bilden sich diese Zugstreben tatsächlich aus.

Der betrachtete Zustand belegt einmal mehr, wie groß die Tragfähigkeit der Biegezuggurte als Verbundsystem ist. Im *Bild 4.78* ist zu erkennen, wie der über der Mittelstütze angeordnete Zuggurt die eingeleitete Kraft in mehreren aufeinander folgenden Stufen immer weiter bis zum Momentennullpunkt geleitet hat, wenn die jeweils aktive Zugstrebe zu einem neuen Riss geführt hat.

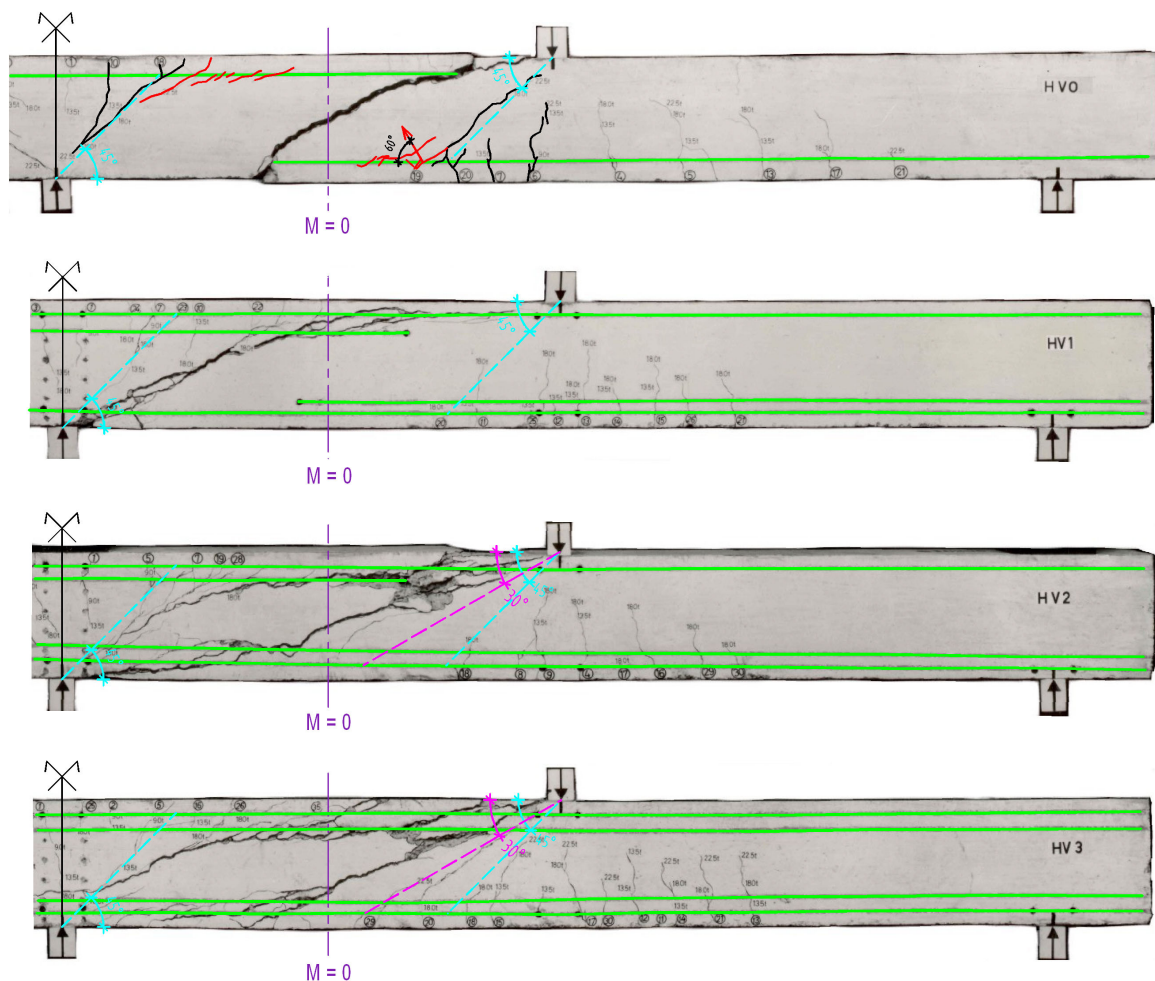


Bild 4.79: Rissbilder der Balken HV 0 bis HV 3 aus [2.7] (zweite Hälfte)

Der gleiche Effekt kann auch in der anderen Hälfte des Balkens HV 0 beobachtet werden, die im *Bild 4.79* wiedergegeben ist. Hier sind solche fortschreitenden Risse, die die Biegetragfähigkeit des jeweiligen Zuggurtes belegen, sowohl oben als auch unten im Bereich zwischen Einzellast und Mittelunterstützung zu erkennen.

Bei kräftigen, durchgehenden Zuggurten, wie sie beispielsweise die Balken HV 2 und HV 3 jeweils unten aufweisen, kann sich ein weiterer Riss im Steg ausbilden, der etwa mit 30° zur Balkenachse geneigt ist. Der physikalische Hintergrund dafür dürfte im Einfluss der Biegezugbewehrung auf die Rissabstände liegen; bei kleineren Rissabständen wird sich ein solcher Riss eher einstellen.

Da ein solcher zusätzlicher Riss nicht in allen Systemen auftritt und sein Auftreten nicht das Erreichen des letzten möglichen Tragsystems darstellt, wird dieses weitere Zwischensystem gleichfalls dem Zustand II.6_{i-0} zugeordnet.

Somit können im Zustand II.6_{i-0} folgende Teilzustände unterschieden werden:

Im **Zustand II.6a_{i-0}** ist der kritische Stegriss etwa unter 45° geneigt. Diesem Zustand kann (falls kräftige Zuggurte vorhanden sind) ein **Zustand II.6b_{i-0}** folgen, in dem sich ein weiterer kritischer Stegriss einstellt, der unter ca. 30° zum Balkenrand geneigt ist.

Im Zustand II.6a_{i-0} wird durch die Zugstreben, die neben den 45°-Rissen nach oben gerichtet waren, die Betonzugfestigkeit - in der Regel knapp über dem Zuggurt - erreicht und durch die entstehenden Risse werden diese Zugstreben unwirksam. Für die Kraffteinleitung stehen nun nur noch Druckstreben zur Verfügung (Zustand II.6b_{i-0}), die gegenüber der Richtung der Einzellast bis zu 60° geneigt sind. Die für das Gleichgewicht dieser Druckstreben erforderlichen Zugstreben sind unter 60° zur Balkenachse geneigt.

Wie am Beispiel des Balkens HV 0 insbesondere im Bereich der Mittelunterstützung gut zu erkennen ist, kann sich der Übergang vom Zustand II.6a_{i-0} zum Zustand II.6b_{i-0} auch schrittweise einstellen, indem die Zugstrebe schrittweise weiter wandert, sobald sie am Zuggurt einen Riss verursacht hat, s. *Bild 4.80*.

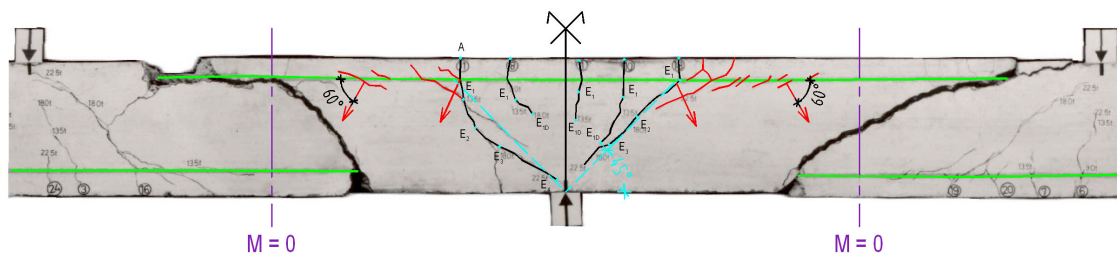
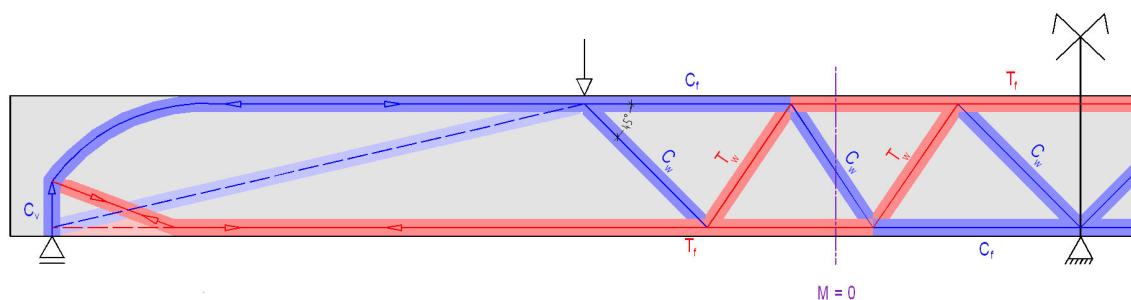
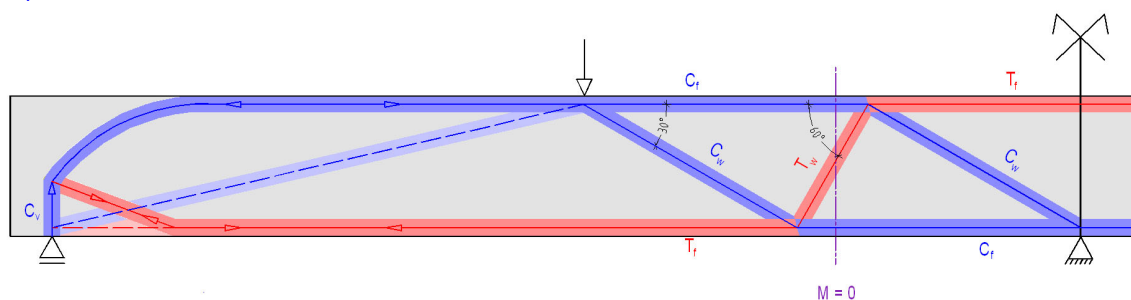


Bild 4.80: Rissbild des Balkens HV 0 bei der Mittelunterstützung



a) Zustand II.6a_{i-0}



b) Zustand II.6b_{i-0}

Bild 4.81: Strebentragwerke im Zustand II.6_{i-0}

In diesem Zustand gibt es im hier betrachteten D_{i-0} -Bereich keine Abschnitte mehr, die einen Spannungszustand nach der Biegetheorie aufweisen. Das gesamte Tragsystem besteht nunmehr aus einem der im *Bild 4.81* dargestellten Strebentragwerke.

⇒ Der Zustand $II.7_{i-0}$

Wenn in Folge der etwa unter 60° geneigten Zugstreben des Tragsystems im Zustand $II.6b_{i-0}$ die Betonzugfestigkeit erreicht wird, werden nunmehr auch diese Zugstreben wirkungslos. Es bildet sich ein Strebentragwerk aus mit einer zwischen der eingeleiteten Einzellast und dem Mittelaufleger direkt verlaufenden Druckstrebe. Für das Gleichgewicht ist es erforderlich, dass sich sowohl am oberen als auch am unteren Rand jeweils von der Einzellast bis zur Mittelunterstützung ein durchgehendes Zugband ausbilden kann. Es entsteht das im *Bild 4.82* dargestellte Strebentragwerk.

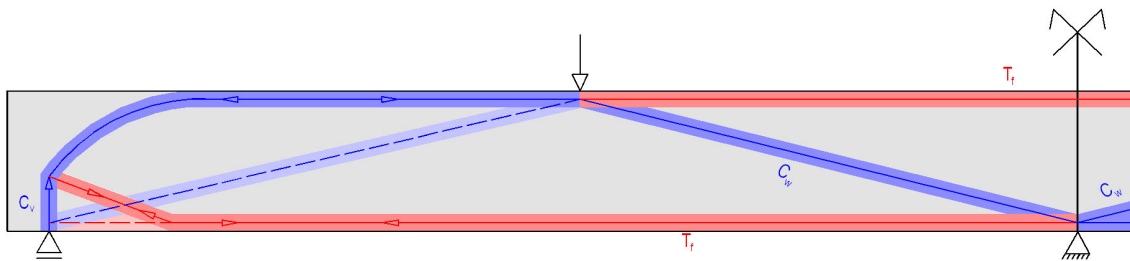


Bild 4.82: Strebentragwerk im Zustand $II.7_{i-0}$

Aus den Rissbildern der Versuchskörper HV 0 bis HV 3 aus [2.7] kann dieses System als jeweilige Versagensursache gut abgelesen werden:

Beim Balken HV 0 versagten mit den Stegzugstreben im Zustand $II.6$ naturgemäß auch die Zugbänder des im *Bild 4.82* dargestellten Strebentragwerks, da die dafür erforderliche Bewehrung sowohl oben als auch unten nicht durchgehend von der Mittelunterstützung bis zu den eingeleiteten Einzellasten vorhanden war. Anzeichen für das kurzzeitige Aktivieren der Zugbänder kurz vor dem endgültigen Versagen des Balkens werden dokumentiert durch einen unten rechtwinklig zum Rand verlaufenden Riss nahe an der Mittelunterstützung sowie entsprechende Risse an der Oberseite in der Nähe der Einzellast. Bei Spannungszuständen nach der Biegetheorie wären diese Bereiche jeweils stark überdrückt.

Die direkte Druckstrebe des Zustands $II.7_{i-0}$ von der Kraffteinleitung zum Auflager wurde von den Verfassern von [2.7] sogar direkt gemessen, aber in ihrer Wirkungsweise nicht entsprechend kommentiert. In [2.7] wird ein Ausschnitt des Balkens HS 4 (der mit Stegbewehrung ausgestattet war) gezeigt mit den im Bereich des Momentennullpunkts festgestellten Druckstreben in zwei unterschiedlichen Laststufen (siehe *Bild 4.83*). Wie der Vergleich mit der blau über die Originalzeichnung gelegten Druckstrebe im *Bild 4.84* erkennen lässt, wurde also auch bei Balken mit Stegbewehrung in der letzten Laststufe (gestrichelt dargestellte Druckstrebe im *Bild 4.83*) das Tragsystem erreicht, das zuvor unter der Bezeichnung Zustand $II.7_{i-0}$ beschrieben wurde.

Bei genauerem Vergleich der gemessenen Druckstrebenrichtung (*Bild 4.83*) mit der im *Bild 4.84* dargestellten Druckstrebe direkt von der Einzellast zum Auflager stellt man fest, dass die gemessene Richtung zwar auch auf das Auflager gerichtet ist, aber den Druckgurt außerhalb der Kraffteinleitungsstelle erreicht. Diese Druckstrebenrichtung, die auch dadurch plausibel erscheint, dass sie im Steg keine Risse kreuzt, dürfte auf eine Last verteilende Wirkung des Druckgurts zurück zu führen sein, die weiter unten in diesem Kapitel erörtert wird.

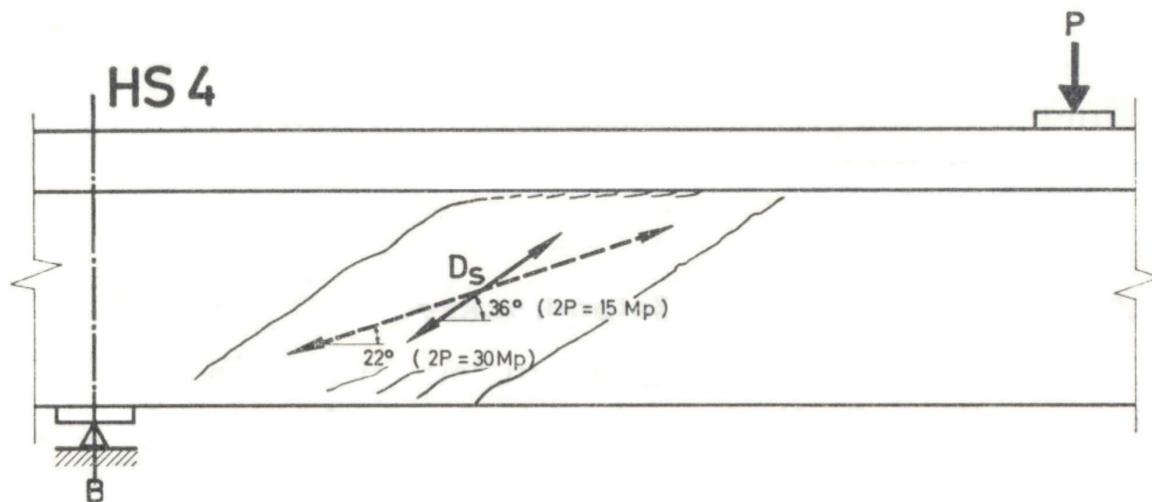


Bild 4.83: Neigung der Druckstrebe bei zwei Laststufen im Balken HS 4 nach [2.7]

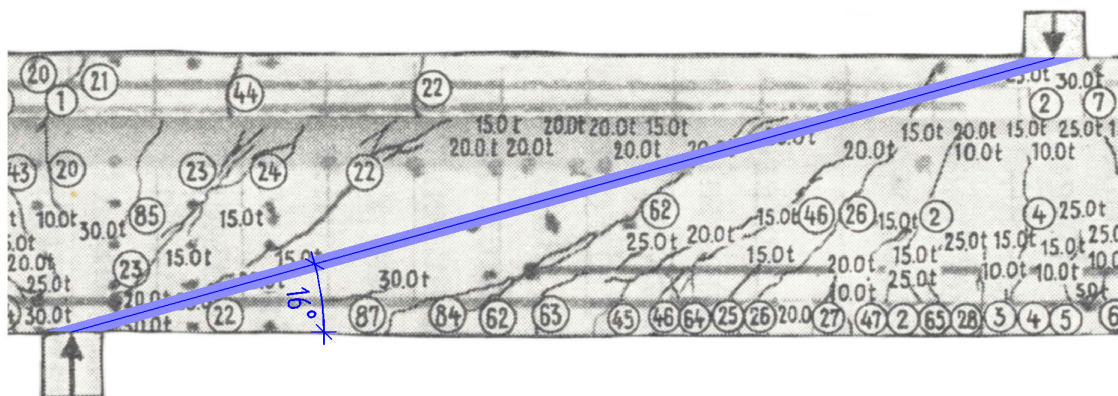


Bild 4.84: Druckstrebe im Zustand II.7_{i-0} im Balken HS 4 nach [2.7]

Bei den Balken HV 1 bis HV 3 waren die im Zustand II.7_{i-0} für das Gleichgewicht erforderlichen Zuggurte durch die durchgehend vorhandene Bewehrung gesichert. Bei diesen Balken versagte jeweils die Druckstrebe, die sich zwischen den Einzellasten und den Mittelunterstützungen ausgebildet hatte - und zwar jeweils an Stellen, bei denen die Druckstrebe die Bewehrung kreuzte. Beim Balken HV 1 geschah dies wohl gleichzeitig unten neben der Mittelunterstützung als auch im Bereich der oberen Längsbewehrung, bei den Balken HV 2 und HV 3 oben in der Nähe der Einzellast.

Die Verfasser von [2.7] berichteten bereits, dass die Druckstreben durch „Aufspalten des Betons entlang der oberen Längsbewehrung“ versagte. Die großen Druckspannungen der Druckstreben hatten entsprechende Querzugspannungen sowohl in der Dickenrichtung (etwa der z-Richtung) als auch der Breitenrichtung (y-Richtung) zur Folge. Die Rissbilder der Balken HV 2 und HV 3 lassen den Schluss zu, dass die Betonzugfestigkeit wohl etwa gleichzeitig in der Dicken- und der Breitenrichtung der Balken erreicht wurde.

Bezeichnender Weise geschah dies jeweils an Stellen, an denen die Druckstreben die Längsbewehrung kreuzten. Aus anderen Anwendungsbereichen des Stahlbetonbaus ist bekannt, dass Bewehrungsstäbe bei kreuzenden Druckstreben eine Spaltwirkung auslösen können. Dies ist beispielsweise zu berücksichtigen bei der Bewehrungsführung an Endauflagern von Scheiben. Aber auch Druckbrüche in Stegen können durch die kreuzende Stegbewehrung gefördert werden. Die Bewehrungsstäbe unterbrechen die im Beton durch die

Druckspannungen hervorgerufenen Querkzugspannungen und wirken diesbezüglich wie eine Öffnung, die den Ansatzpunkt bildet für das jeweilige Aufspalten des Querschnitts. Dies ist von außen erkennbar als Abplatzen des Betons im Bereich der Bewehrung.

Bei diesem Versagen der Druckstrebe im Kreuzungsbereich mit der Bewehrung scheint die Spaltwirkung von Stäben, die in dem kritischen Bereich enden, deutlich stärker zu sein als von durchgehenden Stäben. Dieser Schluss scheint jedenfalls nahe liegend zu sein, wenn man die Grenztragfähigkeit der Balken HV 2 und HV 3 vergleicht; sie liegt beim Balken HV 2 (bei geringfügig höherer Betonfestigkeit) etwa 20 % unter dem Wert des Balkens HV 3 - möglicher Weise nur auf Grund der zusätzlich gegebenen Spaltwirkung der Stabendenden.

Es liegt auf der Hand, dass Versuche, bei denen wie im vorliegenden Fall vor dem Versagen Strebentragwerke entstehen, wie sie für die Zustände II.6_{i-0} und II.7_{i-0} festgestellt werden konnten, keine gesicherten Aussagen erlauben können weder für das Tragverhalten der Stege in D_i- und D₀-Bereichen, noch gar für die Tragfähigkeit der Stege in Biegebereichen.

Die Verfasser von [2.7] hatten bereits bei der Vorstellung der Versuchsergebnisse für die Reihe HV hervorgehoben, dass „der unzulässig bewehrte Balken HV 0 ohne durchgehende untere (*und obere*) Längsbewehrung erstaunlicherweise eine verhältnismäßig hohe Bruchlast von $2 P_U = 26,4 \text{ Mp}$ “ erreichte, „die nur von HV 3 mit oben und unten durchgeführter Bewehrung etwas übertroffen wurde, während sie für die beiden mittleren Balken HV 1 und HV 2 mit $2 P_U = 22,5 \text{ Mp}$ bzw. $22,4 \text{ Mp}$ deutlich darunter lag.“

Was war nun die Ursache für das überraschend gute Tragvermögen des Balkens HV 0? Dieser Balken unterschied sich von den übrigen nicht nur in der unzulässig kurz gewählten Längsbewehrung, vielmehr wies diese Längsbewehrung auch unterschiedliche Durchmesser auf: Während der Balken HV 0 jeweils mit 2 $\varnothing 26$ versehen war, hatten die übrigen Balken im Bereich der maximalen Biegebeanspruchungen jeweils 5 $\varnothing 16$ erhalten. Dies hatte zur Folge, dass sich die Dehnungen des Zuggurts beim Balken HV 0 auf weniger Risse (mit entsprechend größeren Rissbreiten) verteilten als bei den übrigen Balken dieser Serie. Tatsächlich errechnet sich der mittlere Rissabstand für den Balken HV 0 mit den in [0.1] angegebenen Regeln zu ca. 16 cm, während er für die übrigen Balken mit etwa 10 cm zu erwarten war.

Dieser Umstand hatte zur Folge, dass sich beim Balken HV 0 in den D_{i-0}-Bereichen keine flacheren Risse ausbildeten als die unter 45° geneigten (vgl. Bild 4.85). In den übrigen Balken bildeten sich jedoch auf Grund der geringeren Rissabstände jeweils noch außerhalb der 45°-Linien zusätzlich flacher geneigte Risse aus, s. Bild 4.86. Dieser Unterschied hatte zur Folge, dass für die Druckstreben und damit auch für die Zugstreben im Zustand II.6 beim Balken HV 0 wesentlich größere Flächen zur Verfügung standen als bei den anderen Balken.

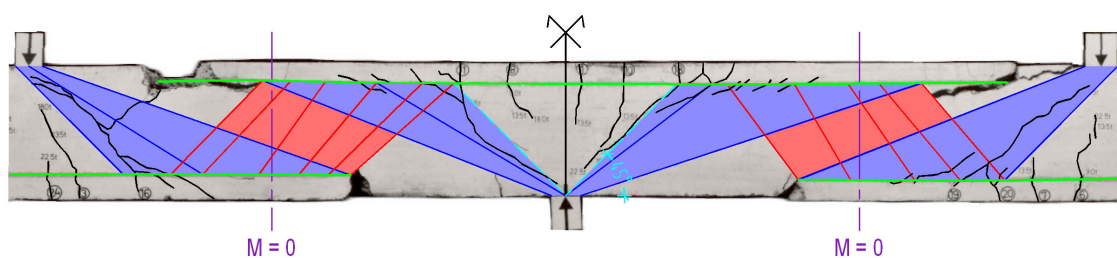


Bild 4.85: Mittlerer Bereich des Balkens HV 0 im Zustand II.6_{i-0}

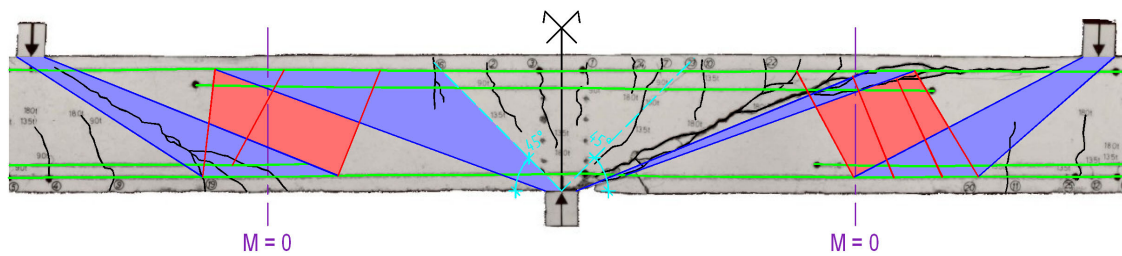


Bild 4.86: Mittlerer Bereich des Balkens HV 1 im Zustand II.6_{i-0}

Dadurch waren bei gleicher Belastung die Stegzugspannungen des Balkens HV 0 deutlich geringer als bei den übrigen Balken der Reihe. Entsprechend lag die Tragfähigkeit im Zustand II.6 höher. In diesem Balken konnte jedoch in Folge der nicht durchgehenden Längsbewehrungen kein Strebentragwerk gemäß Zustand II.7 entstehen. Bei den übrigen Balken konnten dagegen nach dem Versagen des Systems im Zustand II.6 noch Strebentragwerke gemäß Zustand II.7 aktiviert werden, die eine gewisse Laststeigerung erlaubten. Bei den Balken HV 2 und HV 3 konnte dadurch aber nicht einmal der aufgezeigte Nachteil gegenüber dem Balken HV 0 im Zustand II.6 wettgemacht werden.

Der Vergleich bestätigt, dass große Rissabstände vorteilhaft sind für das Stegtragverhalten von Bauwerken ohne Stegbewehrung. Im Allgemeinen dürfte es in der Summe jedoch nicht vorteilhaft sein, aus diesem Grund Längsbewehrungen so zu wählen, dass sie zu großen Rissabständen führen - es sei denn, die daraus resultierenden größeren Rissbreiten können sich auf die Konstruktion nicht nachteilig auswirken.

Für die vergleichende Betrachtung der durchgeführten Rissanalysen mit einer FE-Berechnung werden im vorliegenden Fall die Geometrie und das Rissbild der rechten Hälfte des Balkens HV 1 verwendet. Die folgenden Bilder entsprechen daher der rechten Hälfte des Bildes 4.86.

Obwohl im vorliegenden Fall im Zustand II.1 erst sehr kurze Risse entstanden waren, vgl. Bild 4.87, ist in dem Bereich zwischen den beiden Rissen bereits deutlich die geneigte Stegzugstrebe zu erkennen, die zur Verlängerung des rechten Risses führt, wie er im Bild 4.88 als Folge zu erkennen ist.

Unterhalb des ersten Risses sind im Bild 4.87 die Zugspannungen des verbliebenen Zuggewölbes auszumachen. Sie führen dazu, dass die Verlängerung dieses ersten Risses in der nächsten Rissstufe (Bild 4.88) radial verläuft.

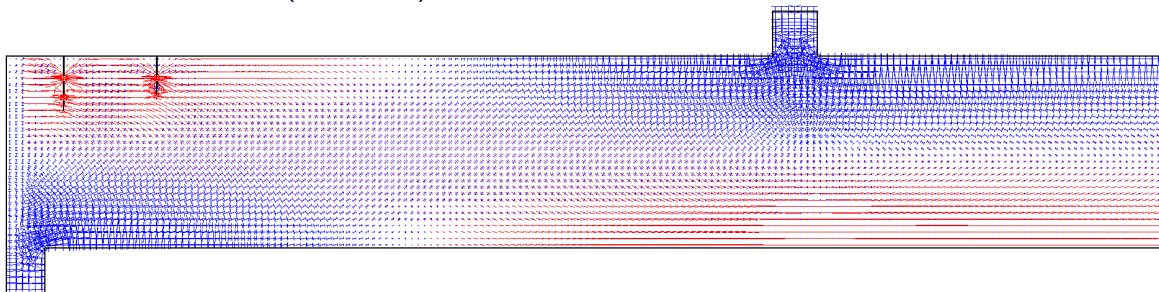


Bild 4.87: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.1

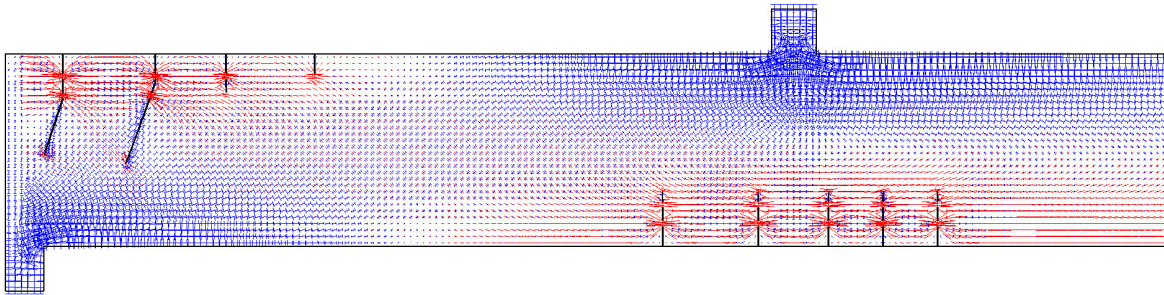


Bild 4.88: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.2

Im Zustand II.2, für den das *Bild 4.88* die Hauptspannungen zeigt, ist im ersten Rissfeld über dem Auflager sehr gut die geneigte Stegzugstrebe zu sehen. Diese geneigten Stegzugstreben sind auch in den weiteren Rissfeldern im Zustand II.3 (*Bild 4.89*) ablesbar.

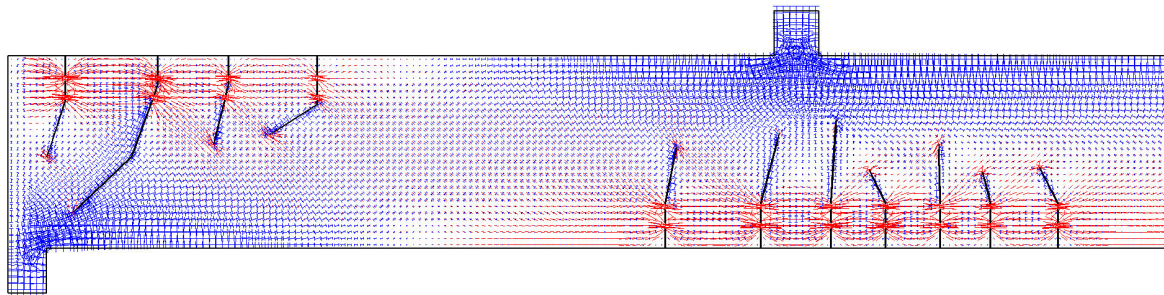


Bild 4.89: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.3

Im Zustand II.5, der in diesem Beispiel nur links über der Stütze erreicht wird, wirkt sehr deutlich das Subsystem über dem kritischen Riss mit seiner Rückhängung rechts des kritischen Risses. Es bildet sich aber auch unterhalb des kritischen Risses eine Druckstrebe aus, deren Vertikalkomponente gemeinsam mit der Druckstrebe des Subsystems zurückgehängt wird.

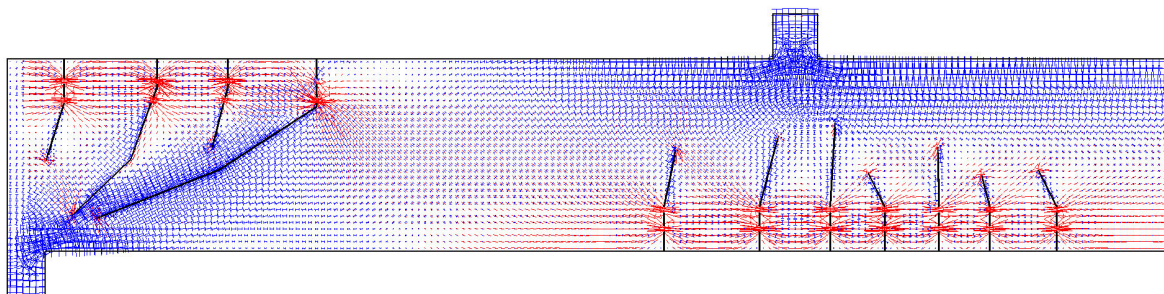


Bild 4.90: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.5

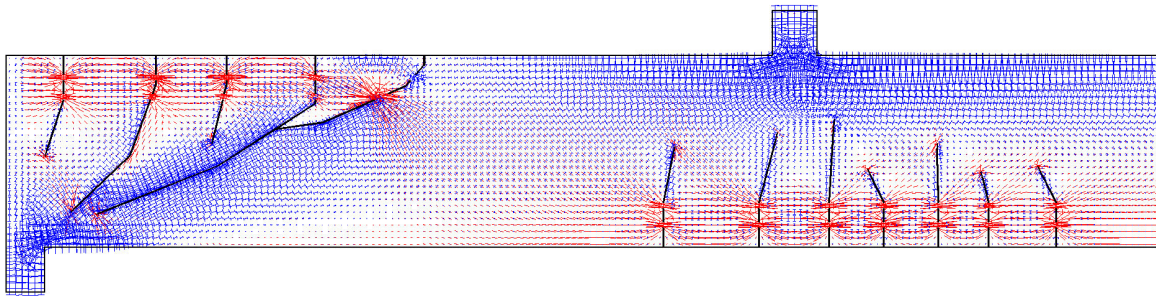


Bild 4.91: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.6

Der im Zustand II.6 in Folge der Rückhängung zusätzlich entstehende Riss ändert das Tragverhalten noch nicht entscheidend. Der Anteil der geneigten Druckstrebe über dem kritischen Riss - also der Anteil des Subsystems - wird geringer zu Lasten des Teils unterhalb des kritischen Risses. Es kann sich aber immer noch eine Druckstrebe ausbilden, die für das Gleichgewicht eine Rückhängung in den Steg findet. Es stellt sich also das im *Bild 4.81.b* dargestellte System ein.

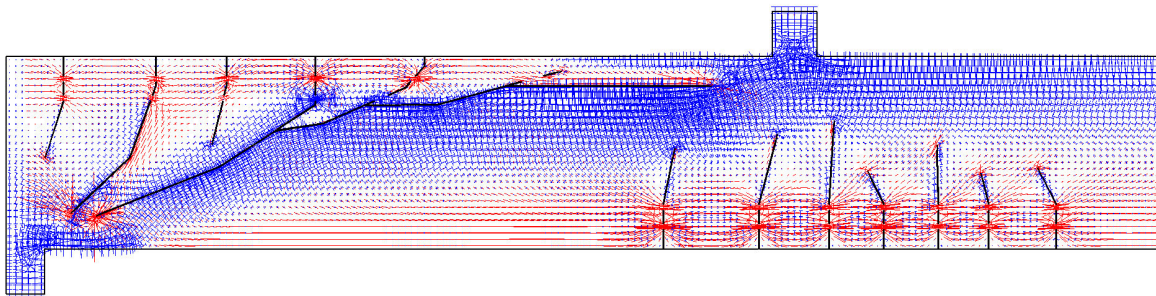


Bild 4.92: Hauptspannungen des Balkens HV 1 (rechte Hälfte) aus [2.7] im Zustand II.7

Wenn die Rissbildung entlang der oben liegenden Biegezugbewehrung so weit fortgeschritten ist, dass keine Stegzugstrebe mehr möglich ist, bildet sich die direkte Druckstrebe zwischen Last und Auflager gemäß *Bild 4.82*, wie das *Bild 4.92* deutlich zeigt. Auch die oben und unten durchgehenden Zugbänder sind gut zu erkennen.

4.7 Momentennullpunkte (D_0 -Bereiche)

Definitionsgemäß sollen hier Bereiche diskutiert werden, in denen die Biegemomente das Vorzeichen wechseln und an die Biegebereiche anschließen. Die Betrachtung im vorhergehenden Kapitel zeigte, dass diese Bereiche mit Momentennullpunkten im Zustand I Spannungszustände aufweisen, die der Biegetheorie entsprechen. Sie weisen damit die gleichen Spannungszustände auf wie indirekt gelagerte Endauflager. Durch die Rissbildung im Zustand II ist jedoch damit zu rechnen, dass die Risse zu andersartigen Spannungszuständen führen.

Leider sind dem Verfasser keinerlei Versuche bekannt, bei denen Momentennullpunktsbereiche nach dieser Definition - also keine D_{i-0} -Bereiche - mit unbewehrten Stegen enthalten wären. Dies könnte zunächst als erhebliche Lücke betrachtet werden, da Bauwerke ohne Stegbewehrung mit Momentennullpunkten sehr häufig gebaut werden, so z. B. bei den zahlreichen durchlaufenden Platten.

Auf der anderen Seite kann jedoch aus Versuchsbalken mit Stegbewehrung, die Momentennullpunkte aufweisen, abgeleitet werden, dass diese Bereiche gegenüber den anderen erhebliche Sicherheiten aufweisen, wenn sie nach den heute üblichen Kriterien bemessen werden. So ist beispielsweise in [2.7] eine ganze Reihe von Diagrammen zu finden, die aus Dehnungsmessungen abgeleitete Bügelspannungen ausweisen. Diese Diagramme belegen allesamt, dass die Stegbeanspruchung in D_0 -Bereichen offensichtlich wesentlich geringer ist als in den übrigen Bereichen der Versuchsbalken.

Allerdings gibt es in der Literatur mindestens einen Versuchsbalken, der in der Nähe des Momentennullpunktes versagte, nämlich den von *Kupfer* und *Baumann* in [4.4] vorgestellten Balken 66/1. Die Rissentwicklung dieses Balkens ist im *Bild 4.93* wiedergegeben, das *Bild 4.94* zeigt die Bruchstelle in vergrößerter Darstellung.

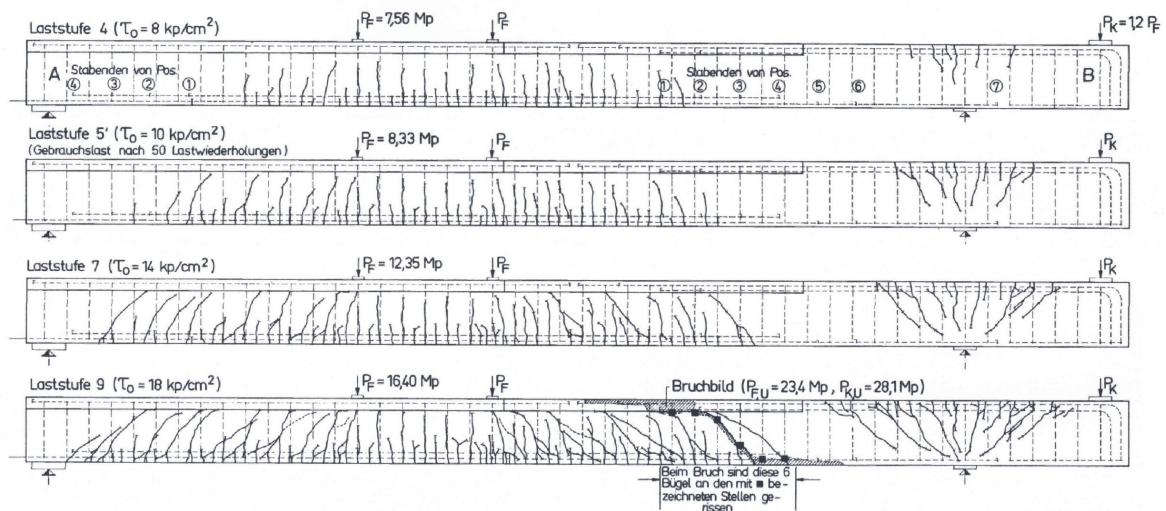


Bild 4.93: Rissentwicklung des Balkens 66/1 nach [4.4]

Eine Besonderheit dieses Versuchsbalkens besteht darin, dass er im Feldbereich als Plattenbalken ausgeführt wurde, wobei jedoch die Breite des Druckflansches zwischen der rechten Einzellast P_F und dem Momentennullpunkt linear auf die Breite des Steges verringert wurde. In den *Bildern 4.93* und *4.94* markiert daher die rechte Begrenzungslinie des

Druckflansches gleichzeitig die Stelle des Momentennullpunktes des statisch bestimmt gelagerten Tragsystems.

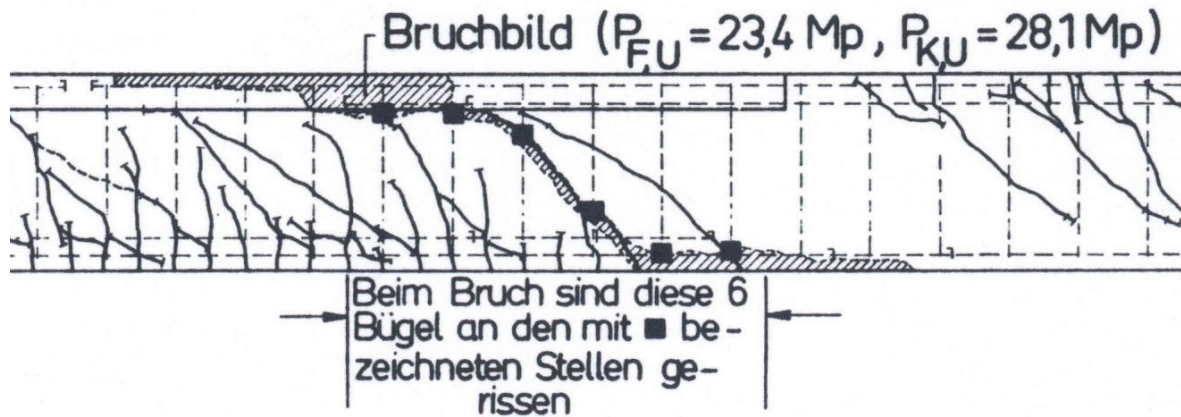


Bild 4.94: Bruchstelle des Balkens 66/1 nach [4.4]

Da der Bereich mit den negativen Momenten das Bruchverhalten offensichtlich nicht beeinflusste, kann der Balken zur besseren Anschauung auch als Einfeldträger betrachtet werden, der links direkt und am rechten Druckflanschende (im Momentennullpunkt) indirekt gelagert war. Aus dem Rissbild geht hervor, dass - wohl auf Grund des T-förmigen Querschnittes - die Wirkung eines Sprengwerks nicht überlagert war.

Betrachtet man unter diesen Aspekten die Rissentwicklung, so kann man feststellen, dass diese - trotz der hier vorhandenen Stegbewehrung - genau den Gesetzmäßigkeiten folgte, wie sie zuvor im *Abschnitt 4.1* für Biegebereiche abgeleitet wurde. Zunächst bildeten sich im Zustand II.1 Biegerisse, die in der Nähe des Momentennullpunktes keine große Risstiefe erreichten. Zwischen dem letzten und dem vorletzten Riss bildete sich eine geneigte Zugstrebe aus, die im Zustand II.2 zur schrägen Fortführung des letzten Risses vor dem Momentennullpunkt bis zum Punkt E_2 führte, vgl. *Bild 4.95*.

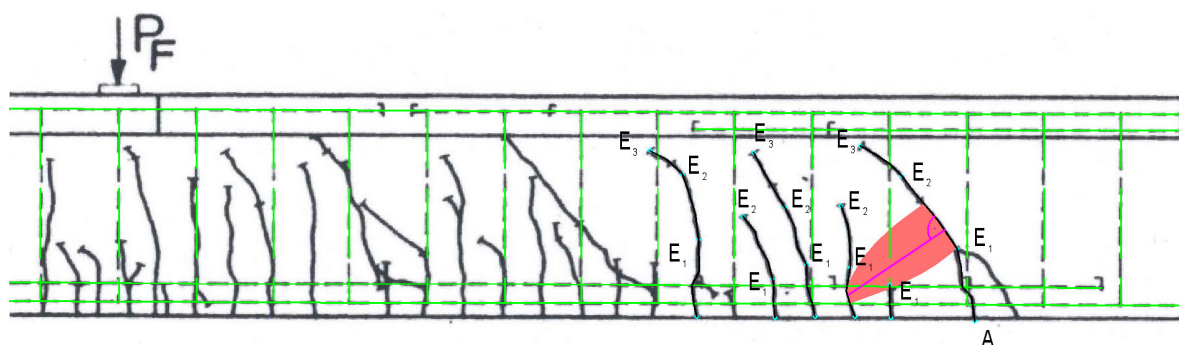


Bild 4.95: Balken 66/1 nach [4.4] im Zustand II.2

Der nächste Rissabschnitt bis zum Punkt E_3 , der im Zustand II.3 entstand, kreuzt einen Bügel und aktiviert diesen zur Aufnahme der Stegzugstrebe. Die Aktivierung des Bügels konnte jedoch nicht verhindern, dass der kritische Stegriss bei zunehmender Belastung länger wurde und weit in die Druckzone reichte. Laut Beschreibung in [4.4] drang der Riss (im Zustand II.4) so weit vor, dass trotz der Flanschdicke von ca. 10 cm nur noch eine Druckzonenhöhe von 3 cm verblieb.

Daraufhin bildete sich ein Subsystem, wie es zuvor als Zustand II.6 definiert wurde. Die Bügel waren nicht in der Lage, das gemeinsame Wirken des gesamten Querschnitts über den kritischen Stegriss hinweg zu sichern. Die Rissbildung in Folge der Stegbeanspruchung wird offensichtlich bei der Verwendung herkömmlichen Betonrippenstahls nicht hinreichend unterbunden. Die Bügel - es handelt sich bei dem Balken 66/1 um Einzelstäbe $\varnothing 8$ im Abstand von 20 cm - waren nicht in der Lage, die auf den Zuggurt einwirkende Auflagerkraft des Subsystems auf der anderen Seite des kritischen Stegrisses nach oben zu hängen; sie versagten zuerst und leiteten eine Kettenreaktion ein, bis nacheinander alle Bügel, die im Bereich des kritischen Stegrisses vorhanden waren, gerissen waren. Der Balken versagte daraufhin endgültig im Zustand II.7 durch den Bruch der in Folge des kritischen Stegrisses stark eingeschränkten Druckzone.

Der Bruch steht also im vorliegenden Fall nicht im Zusammenhang mit dem Spannungszustand des nahe gelegenen Momentennullpunkts, sondern wurde durch die spezielle Formgebung der Biegedruckzone nach den zuvor ermittelten Abläufen im Zustand II verursacht. Es handelt sich um einen Bruchvorgang im B-Bereich. Somit ist auch dieses Beispiel nicht geeignet, das Tragverhalten von Stegen ohne Bewehrung im Bereich von Momentennullpunkten zu analysieren.

Da auch keine weiteren Versuche bekannt sind, die direkte Hinweise auf das Tragverhalten der Stege ohne Bewehrung im Bereich von Momentennullpunkten liefern könnten, wird im Folgenden zunächst eine These aufgestellt, die erst noch durch Versuche zu bestätigen sein wird.

Dazu werden Rissbilder verwendet von Versuchsbalken, die D_0 -Bereiche nach der hier gewählten Definition aufweisen. Es handelt sich allerdings ausschließlich um Versuchskörper mit Stegbewehrung, so dass die folgenden Überlegungen zum Tragverhalten ohne Stegbewehrung nicht zwingend zutreffend sein müssen, da nicht hinreichend zuverlässig abgegrenzt werden kann, wie sich die Versuchsbalken ohne Stegbewehrung verhalten hätten.

Nach den Betrachtungen des vorhergehenden Kapitels weisen die Bereiche mit Momentennullpunkten im Zustand I bei Balken mit Rechteckquerschnitten konstanter Höhe einen Spannungszustand auf, bei dem im gesamten Querschnitt jeweils gleich große Hauptzug- und -druckspannungen vorhanden sind, die zur Balkenachse etwa einen Winkel von 45° aufweisen. Diese Hauptzugspannungen führen auf der jeweiligen Biegezugseite zu den ersten, unter 45° geneigten Rissen. Dies ist beispielhaft zu erkennen in der Laststufe 4' des Balkens 66/2 aus [4.4], dessen Rissentwicklung im *Bild 4.96* dargestellt ist. Ein weiteres Beispiel bietet der in der gleichen Literaturquelle [4.4] vorgestellte Balken 69/2, den das *Bild 4.97* zeigt, bereits in der Laststufe „ $\tau_0 = 18 \text{ kp/cm}^2$ “. Da bei diesem Balken der Steg nur 6 cm dick ausgeführt wurde, verlaufen die beim Momentennullpunkt unter ca. 45° geneigten Risse bereits über die gesamte Steghöhe.

Beim Balken 66/2 entwickelten sich die Risse nur neben dem eigentlichen Momentennullpunkt nach den Gesetzmäßigkeiten für Biegebereiche weiter, während der unmittelbare Bereich des Momentennullpunktes bis zum Versagen des Balkens an anderer Stelle rissefrei blieb.

In dem extrem dünnen Steg des Balkens 69/2 bilden sich dagegen in den weiteren Laststufen zusätzliche Risse, die den Querschnitt des Momentennullpunktes mit einer Neigung von etwa 30° gegenüber der Balkenachse kreuzen. Diese Neigungsrichtung grenzt den Bereich des Momentennullpunktes optisch sehr deutlich von den benachbarten, etwa 45° geneigten Rissen ab. Auch der hier nicht abgebildete Balken 69/1 aus [4.4] weist diese mit ca. 30° geneigten Risse im Bereich des Momentennullpunktes auf.

Aus dieser Beobachtung wird gefolgert, dass sich in Folge der ersten, unter 45° geneigten Risse beim Momentennullpunkt eine Stegdruckstrebe ausbildet, die die beiden benachbarten Biegedruckgurte miteinander verbindet und den Momentennullpunkt mit einer Nei-

gung von 30° kreuzt. Die in den höheren Laststufen zu beobachtenden Risse könnten bei den sehr dünnen Stegen die Folge von Spaltzugkräften sein, die von der Stegdruckstrebe verursacht werden.

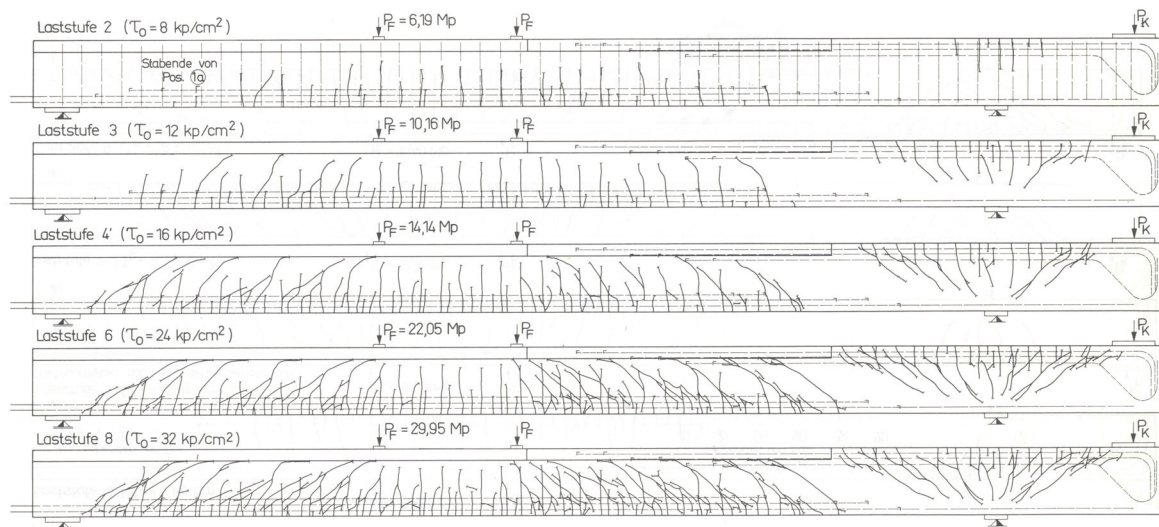


Bild 4.96: Rissentwicklung des Balkens 66/2 nach [4.4]

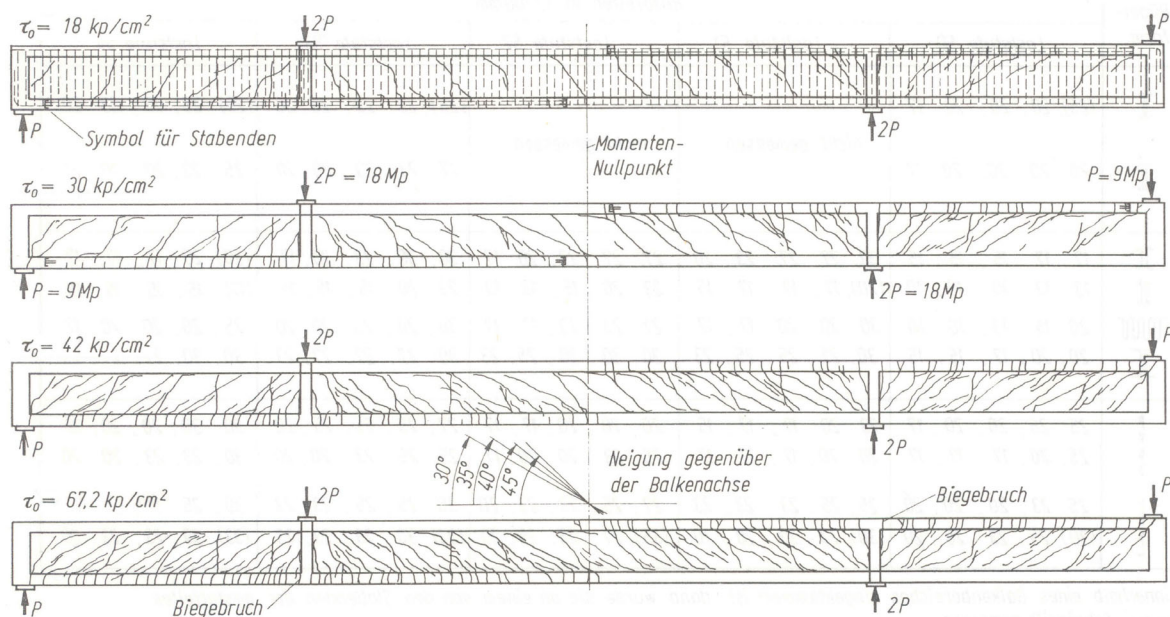


Bild 4.97: Rissentwicklung des Balkens 69/2 nach [4.4]

Damit ergibt sich für die D_0 -Bereiche im Zustand II das im Bild 4.98 dargestellte Teiltragssystem. Um das innere Gleichgewicht in diesem D_0 -Bereich zu sichern, sind im gesamten Bereich an beiden Rändern Zuggurte erforderlich, die die Lastgröße V aufweisen.

Die verlängerten Zuggurte wurden bereits von Leonhardt beobachtet und u. a. in [3.1] beschrieben. Um die Umlenkung der randparallelen Biegedruckgurte in die geneigte Stegdruckstrebe sicher zu stellen, sind entsprechende Umlenkkkräfte erforderlich, die den Beton auf Zug beanspruchen.

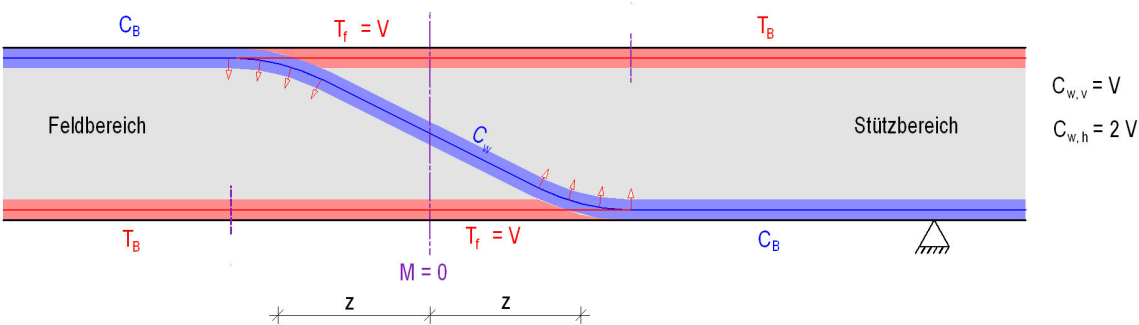


Bild 4.98: Teiltragsystem in D_0 -Bereichen im Zustand II

4.8 Einflüsse der Querschnittsformen

Den bisherigen qualitativen Betrachtungen über das Tragverhalten im Zustand II liegen in der Regel Rechteckquerschnitte zu Grunde. Dies korrespondiert mit den derzeitigen anerkannten Regeln der Technik, die biegebeanspruchte Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung nur für Platten zulassen. Tatsächlich erscheint es auch auf der Grundlage der vorliegenden Analysen kaum sinnvoll, gegliederte Querschnitte - die aus Gründen der Gewichtsersparnis häufig mit vergleichsweise dünnen Stegen versehen sind - ohne Stegbewehrung ausführen zu wollen.

Die Frage nach dem Einfluss der Querschnittsformen auf das Tragverhalten im Zustand II hat demnach im vorliegenden Teil der Stahlbetonanalyse keine all zu große praktische Bedeutung. Daher soll an dieser Stelle lediglich qualitativ aufgezeigt werden, wie die verschiedenen Querschnittsformen das Rissbild beeinflussen.

Betrachtet man zunächst **T-förmige Plattenbalkenquerschnitte**, bei denen der Gurt im Bereich der Biegedruckzone liegt, so führt dies gegenüber einem Rechteckquerschnitt mit gleicher Höhe und (Brutto-)Breite zum Einen zu einer höher liegenden Nulllinie und zum Anderen zu größeren Zugspannungen in der dünneren Zugzone des Steges. Beide Einflüsse haben zur Folge, dass sich im Vergleich zu Rechteckquerschnitten bei gleicher Biegebeanspruchung größere Risstiefen einstellen.

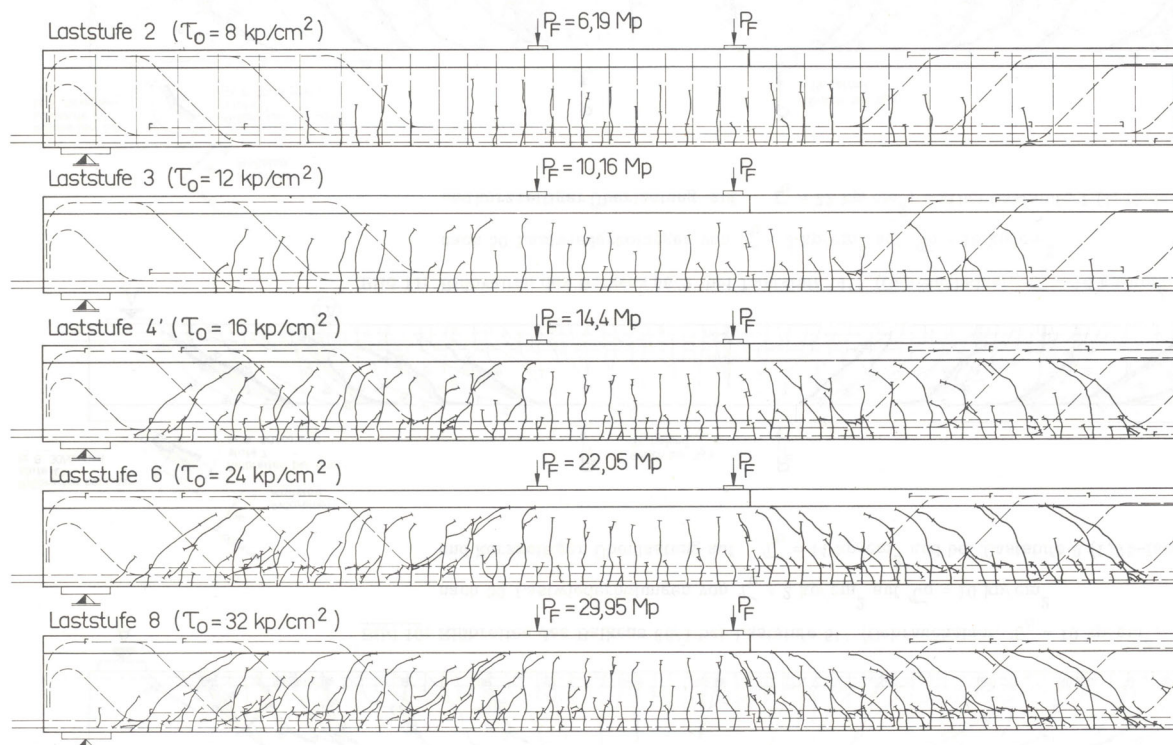


Bild 4.99: Rissentwicklung des Balkens 66/3 aus [4.4] (ausschnittsweise)

Ein Beispiel hierzu zeigt das *Bild 4.99* in Form der Rissentwicklung des Balkens 66/3 aus [4.4] im Bereich der positiven Momente. Die Laststufe 2 zeigt das Rissbild des Zustands II.1. In der Laststufe 3 sind links der eingeleiteten Einzellasten geneigte Rissabschnitte zu erkennen, die nach den zuvor festgelegten Definitionen dem Zustand II.1D zuzuordnen sind. Zwischen den eingeleiteten Einzellasten und dem Momentennullpunkt sind

allerdings in der gleichen Laststufe geneigte Rissabschnitte vorhanden, die zum Zustand II.2 gehören.

In der nächsten Laststufe 4' erreichen die Stegrisse bereits die Unterkante des Druckgurts. Im Beispiel des Balkens 66/3 entwickeln sich die Stegrisse in den folgenden Laststufen nicht mehr wesentlich weiter, weil die Stegbewehrung aktiviert wird.

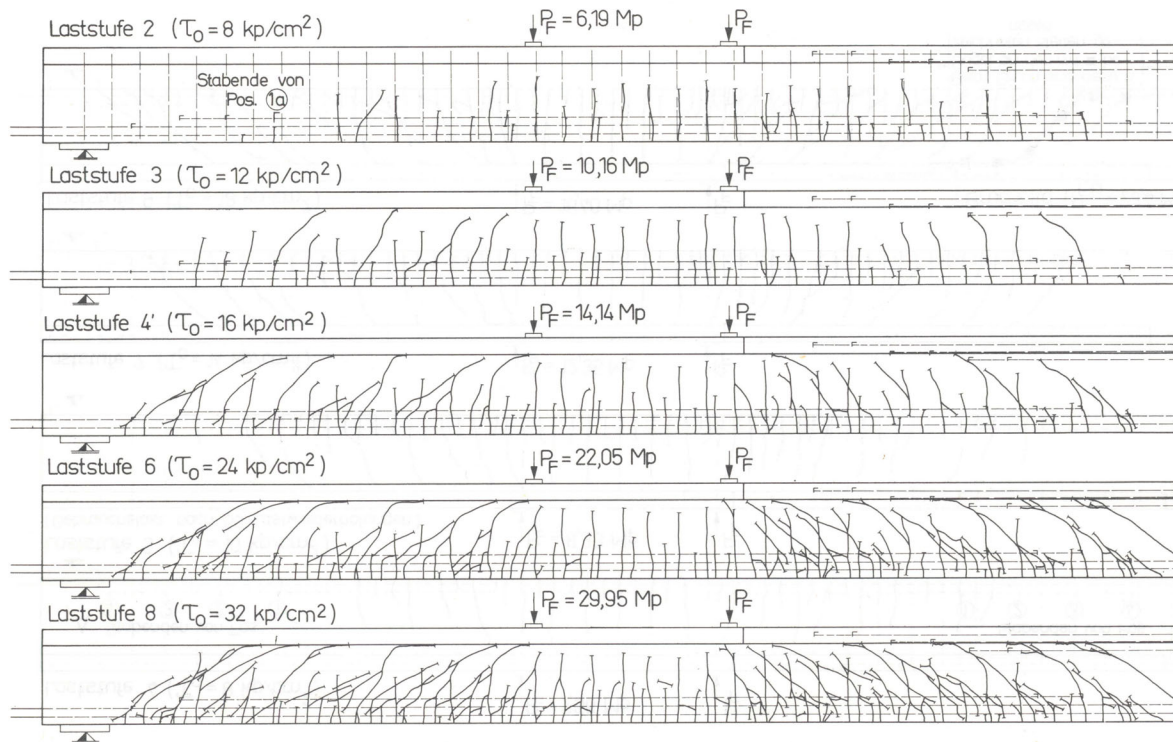


Bild 4.100: Rissentwicklung des Balkens 66/2 aus [4.4] (ausschnittsweise)

Die im *Bild 4.100* ausschnittsweise wiedergegebene Rissentwicklung des Balkens 66/2 aus [4.4] zeigt, wie sich Risse weiter entwickeln, nachdem sie die Unterkante eines verbreiterten Druckgurts erreicht haben: Sie laufen nicht mehr rechtwinklig zur Stegzugstrebe in den Druckgurt hinein, sondern entwickeln sich entlang der Schnittlinie zwischen Steg und Druckgurt weiter. Der Grund für diesen Rissverlauf ist sehr einfach nach zu vollziehen: Da die für die Stegzugstrebe zur Verfügung stehende Querschnittsfläche im schmaleren Stegbereich kleiner ist, entstehen hier größere Zugspannungen als im breiteren Flansch und führen zu den Rissen entlang der Flanschunterkante.

Ein weiterer Einfluss T-förmiger Plattenbalkenquerschnitte, bei denen der Gurt im Bereich der Biegedruckzone liegt, kann bei der Einleitung von Einzellasten festgestellt werden. Die Biegesteifigkeit der gegenüber den Stegen verbreiterten Druckgurte führt offensichtlich zu einer günstigeren Kraffteinleitung im Vergleich zu Rechteckquerschnitten.

Dies kann sehr gut nachvollzogen werden bei der Balkenserie HQ, über deren Versuchsergebnisse *Leonhardt, Walther* und *Dilger* in [2.7] berichteten. Die im *Bild 4.101* wiedergegebene Serie besteht aus zweifeldrigen Balken, die jeweils in Feldmitte mit Einzellasten belastet wurden. Sie entsprechen somit weitgehend den Balken der Serie HV, deren Ergebnisse im *Abschnitt 4.6* diskutiert wurden. Bei der Balkenserie HQ wurde der Querschnitt variiert: Der Balken HQ 1 weist einen Rechteckquerschnitt auf, während die beiden anderen Balken T-förmige Querschnitte erhielten; bei HQ 2 befindet sich der Gurt oben, bei HQ 3 unten.

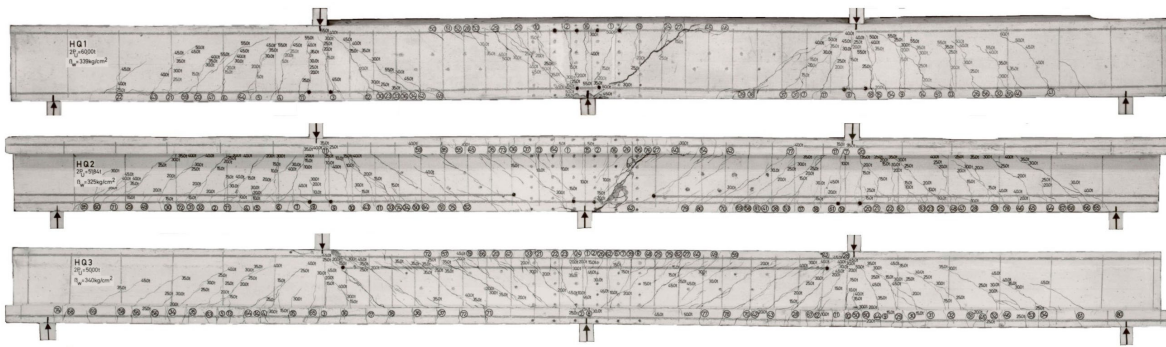
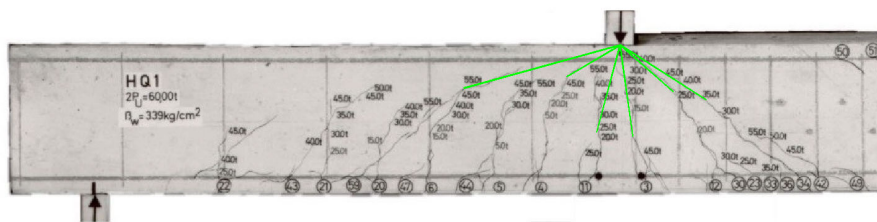
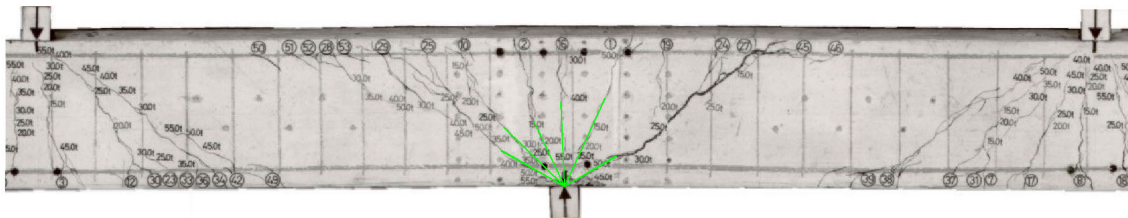


Bild 4.101: Balken der Reihe HQ aus [2.7]

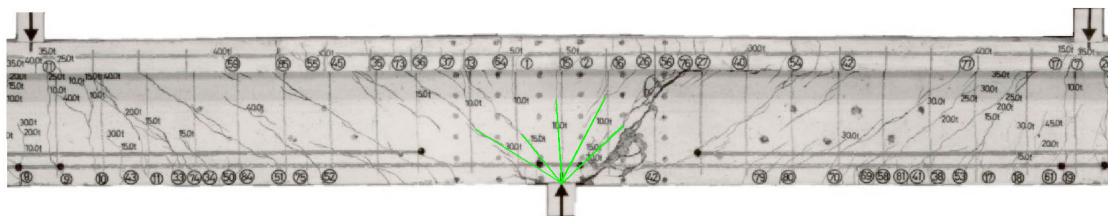
Betrachtet man nun den Verlauf der Risse in den jeweiligen D_{i-0} -Bereichen dieser Balken, so kann man an den im Bild 4.102 wiedergegebenen, vergrößerten Ausschnitten der Last-einleitungsbereiche ohne Gurtverbreiterung feststellen, dass die Risse konzentrisch zur ein-geleiteten Last verlaufen.



a) Balken HQ 1, linker Teil

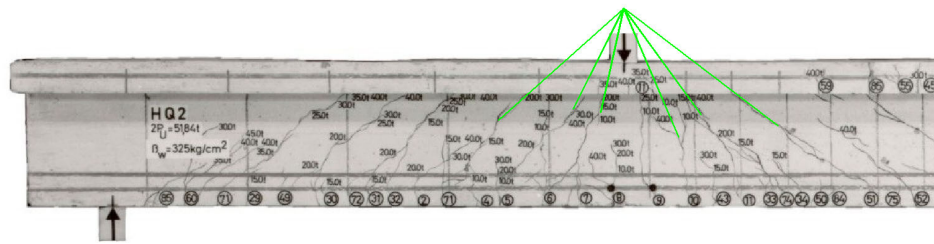


b) Balken HQ 1, mittlerer Teil

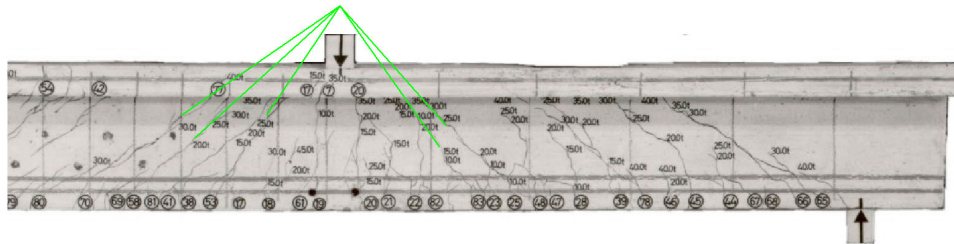


c) Balken HQ 2, mittlerer Teil

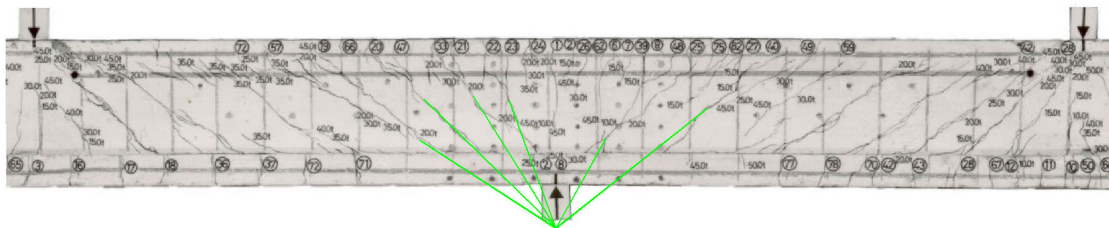
Bild 4.102: Lasteinleitung ohne Gurtverbreiterung



a) Balken HQ 2, linker Teil



b) Balken HQ 2, rechter Teil



c) Balken HQ 3, mittlerer Teil

Bild 4.103: Lasteinleitung mit Gurtverbreiterung

Im Gegensatz dazu weisen die im *Bild 4.103* wiedergegebenen, vergrößerten Ausschnitte der Lasteinleitungsbereiche mit Gurtverbreiterung Rissrichtungen auf, die zwar auch konzentrisch angeordnet sind, jedoch zu einem Punkt, der deutlich außerhalb des Querschnitts liegt.

Ein Hinweis auf die Last verteilende Wirkung von Druckgurten ergab sich auch bereits im *Bild 4.83*. Dort wurde festgestellt, dass die dargestellte, gemessene Druckstrebe zwar auf der einen Seite direkt zum Auflager gerichtet ist, jedoch auf der anderen nicht zum Lasteinleitungspunkt, sondern zu einem Punkt weist, der außerhalb des Querschnitts liegt.

Im *Bild 4.104* ist der entsprechende Ausschnitt des Balkens HS 4 aus [2.7] noch einmal dargestellt, wobei die dort angenommene Druckstrebe des Zustands II.7 nur noch gestrichelt darstellt ist. Im Bereich der Einzellast sind die Rissrichtungen sinngemäß zu den vorhergehenden Beispielen verlängert; sie treffen sich ziemlich genau in einem Punkt, der etwa $0,5 \cdot d$ oberhalb der Trägeroberkante liegt. Trägt man nun die Druckstrebe vom Auflager mit der nach [2.7] gemessenen Richtung von 22° ein, so weist sie gleichfalls auf diesen ideellen Kräfteinleitungspunkt!

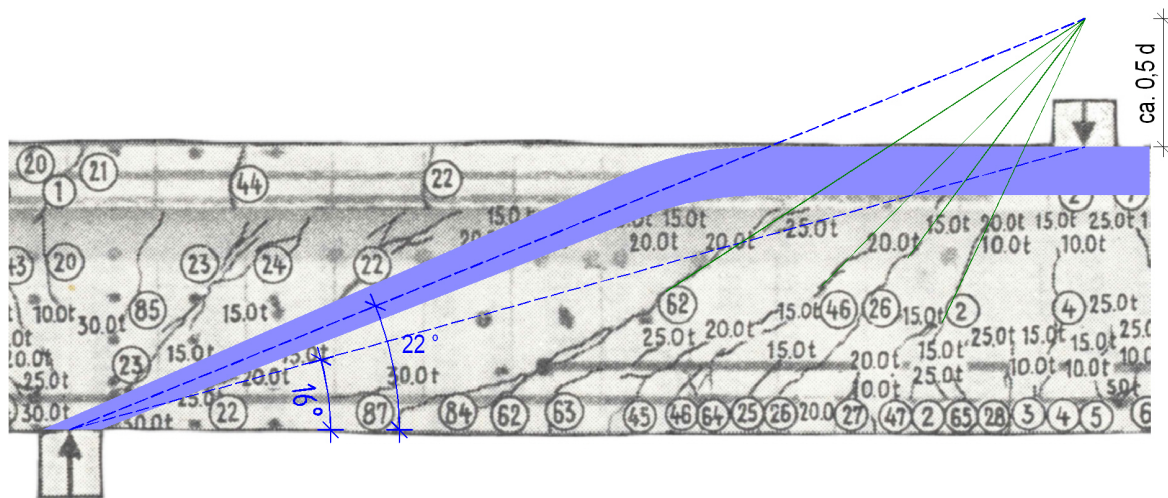


Bild 4.104: Gemessene Druckstrebenrichtung und Rissrichtungen im Balken HS 4 aus [2.7]

Eine sehr einfache Näherung für die Festlegung des Abstands dieses ideellen Kräfteinleitungspunkts von der Trägeroberkante bestünde in dem bei den hier verwendeten Beispielen geltenden Ansatz von $a_i = 0,5 \cdot d$. Da man aber davon ausgehen muss, dass dieser Wert wesentlich von der Biegesteifigkeit des Druckgurts bestimmt wird, dürfte dieser Ansatz kaum allgemein gültig sein.

Ein weitere, einfache Näherung, diese Last verteilende Wirkung von Druckgurten zu erfassen, bestünde darin, den T-förmigen Balken durch einen ideellen Rechteckbalken zu ersetzen, dessen Höhe doppelt so groß gewählt wird wie der Abstand der Nulllinie des T-förmigen Balkens vom gezogenen Rand. Der Vergleich dieser Näherung mit den Rissbildern der Balken HQ 2 und HQ 3 zeigt jedoch, dass in diesen Beispielen, bei denen die Gurtbreite nur 2,5 Mal so groß ist wie die Stegbreite, die Wirkung der Lastverteilung wesentlich stärker ausgeprägt ist. Somit liegt dieser einfache Ansatz einer Näherung zur Erfassung der Last verteilenden Wirkung von Druckgurten sehr auf der sicheren Seite. Im vorliegenden Rahmen wird darauf verzichtet, bessere Näherungen zu erarbeiten, da Versuchsergebnisse nicht in ausreichender Anzahl zur Verfügung stehen.

Die aufgezeigte Last verteilende Wirkung von Druckgurten dürfte wohl auch keinen sehr bedeutenden Einfluss auf das Tragverhalten der betroffenen Konstruktionen ausüben. Auf jeden Fall verlängern sich jedoch die aus der Lasteinleitung resultierenden D-Bereiche gegenüber den B-Bereichen.

Bei **profilierten Querschnitten mit Zuggurten** ist im Regelfall zu erwarten, dass der Zuggurt einen hohen Längsbewehrungsgrad aufweist. Dies hat zur Folge, dass die Risse in Folge der Biegemomente nicht weit in den Querschnitt hinein reichen. Gleichzeitig bewirken die geneigten Stegzugspannungen bereits bei niedrigen Laststufen in den in diesen Fällen meist sehr dünnen Stegen geneigte Stegrisse.

Nahe liegender Weise stehen auch für diese Querschnittsform keine Ergebnisse über Versuche ohne Stegbewehrung zur Verfügung. Um die angesprochene Tendenz belegen zu können, muss wiederum auf Rissbilder von Balken mit Stegbewehrung zurück gegriffen werden. Ein anschauliches Beispiel bilden die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.6] vorgestellten Träger T 1 und T 2. Zur besseren Übersicht werden die bereits im *Bild 4.25* wieder gegebenen Rissbilder hier noch einmal eingefügt, s. *Bild 4.105*.

Bei diesen Balken ist sehr gut zu erkennen, wie die Biegerisse die Zuggurte rechtwinklig kreuzen, während in den Stegbereichen ausschließlich geneigte Risse vorhanden sind, die

auf die Wirkung der Stegzugstreben zurück zu führen sind. Nach den im *Bild 3.55* dargestellten Hauptspannungsverläufen im Zustand I kann davon ausgegangen werden, dass in einem System ohne Stegbewehrung die Stegrisse nicht wie in den vorliegenden Beispielen über die gesamte Steghöhe praktisch geradlinig verlaufen würden. Es ist an dieser Stelle daran zu erinnern, dass bei profilierten Querschnitten mit Zuggurten Stegrisse auch ohne zugehörige Biegerisse entstehen können.

Bei dieser Gelegenheit sei auch noch einmal darauf hingewiesen, dass sich in den Stegen der Träger T 1 und T 2 die Risse völlig gleichartig einstellten, obwohl die Stegbewehrung einmal lotrecht und einmal unter 45° geneigt eingebaut wurden.

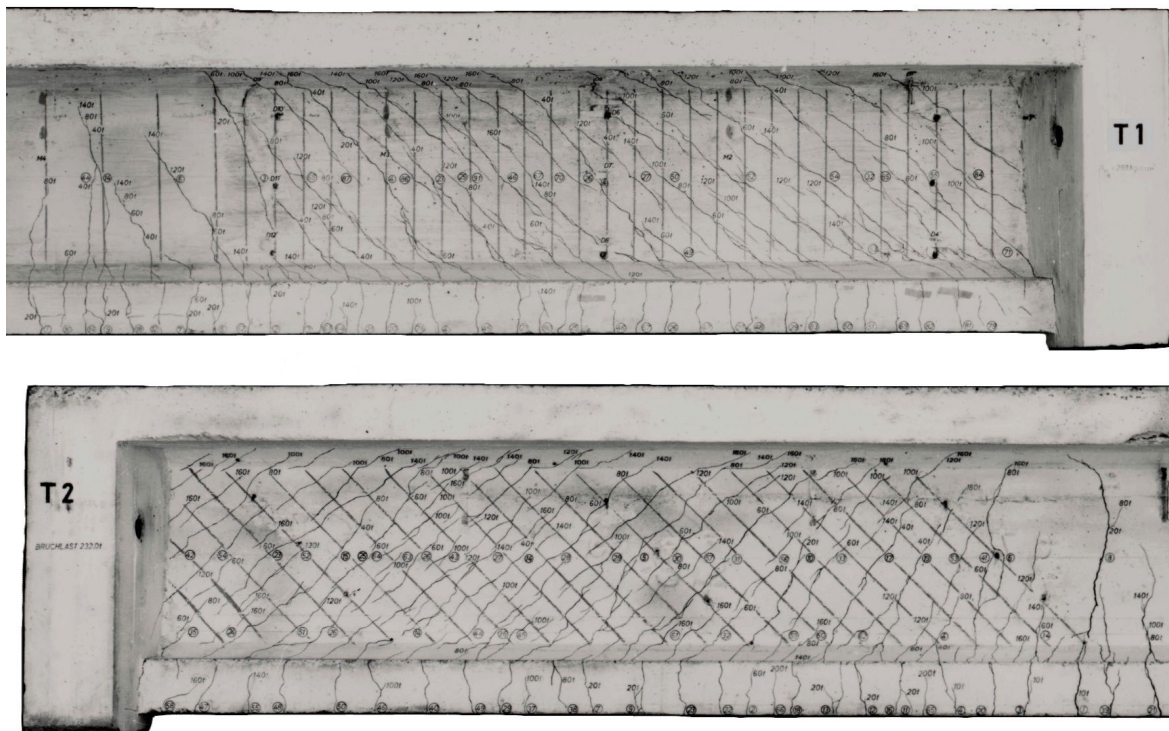


Bild 4.105: Rissbilder der Balken T 1 und T 2 aus [2.6]

Dieses typische Rissbild für Balken mit schlanken Stegen und verbreiterten Zuggurten ist auch bei einem Beispiel aus der aktuellen Stahlbetonforschung gut zu erkennen.

In [4.8] stellen *Tue*, *Schneider* und *König* Versuchsergebnisse vor, die sie an Trägern gewonnen hatten, deren Stegbewehrung aus Doppelkopfkankern besteht. Das *Bild 4.106* aus [4.8], das die Abmessungen und zwei Rissbilder der Versuchsbalken zeigt, lässt gut erkennen, wie in den Zuggurten die Risse rechtwinklig zum Rand verlaufen und im Bereich der Stege durchweg geneigt sind.

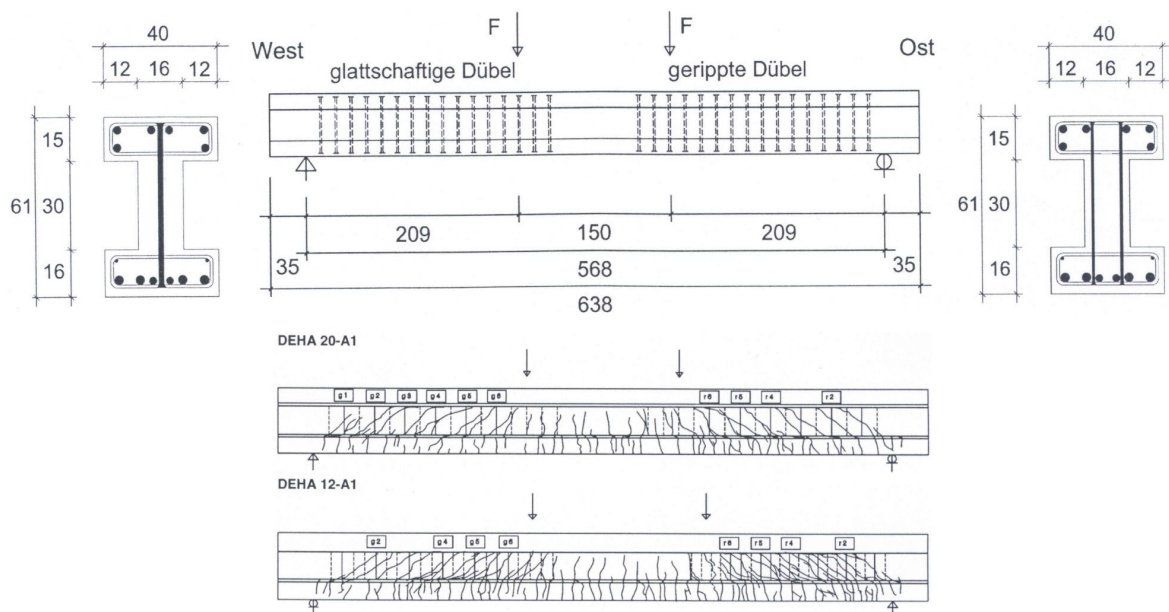


Bild 4.106: Balkenabmessungen und Rissbilder aus [4.8]

Ein weiteres Phänomen, das das Stegtragverhalten erheblich beeinflussen kann und das gleichfalls von der Querschnittsform abhängt, ist die Ausbildung von **Primär- und Sekundärrissen**. *Tue* und *Pierson* weisen beispielsweise in [4.7] mit der im Bild 4.107 wiedergegebenen Zeichnung darauf hin, dass sich bei „dicken Bauteilen“ nur ein Teil des Betonquerschnitts, der als effektive Betonfläche $A_{c,eff}$ bezeichnet wird, in unmittelbarer Umgebung der so genannten Primärrisse am weiteren Rissbildungsprozess beteiligt.

Eine Abgrenzung von „dicken Bauteilen“ gegenüber dünnen wird in der zitierten Literaturquelle nicht angegeben. Weiterhin findet sich auch kein Hinweis darüber, ob das dargestellte Rissbild nur - wie in der Zeichnung angegeben - für Bereiche konstanter Momentenbeanspruchung gilt oder auch an anderen Stellen.

Auf jeden Fall kann davon ausgegangen werden, dass keine Sekundärrisse entstehen, wenn die effektive Betonfläche die gesamte Biegezugzone abdeckt. Da in [4.7] übereinstimmend mit DIN 1045-1 [0.1] die Dicke von $A_{c,eff}$ mit $2,5 \cdot (h - d) = 2,5 \cdot d_1$ angegeben wird, bedeutet dies, dass ausschließlich Primärrisse (ohne Sekundärrisse) entstehen können, so lange $h \leq 5 \cdot d_1$ ist.

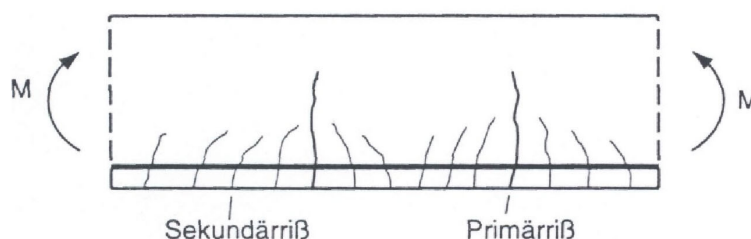


Bild 4.107: Primär- und Sekundärrisse nach [4.7]

Die Frage, ob sich nun Sekundärrisse ausbilden oder nicht, hängt aber sicher auch noch von anderen Faktoren ab als nur vom Verhältnis der Bauteilhöhe zur Höhe der effektiven

Betonfläche. So dürften auch der effektive Bewehrungsgrad ρ_{eff} und die Bewehrungsart (Stabanzahl, Stabdurchmesser) und das Maß der Betondeckungen einen Einfluss ausüben.

Beispielhaft kann eine - keinesfalls als repräsentativ anzusehende - qualitative Abgrenzung mit Hilfe einiger Versuchskörper aus [2.4] getroffen werden. Betrachtet man dort die Balken C 2 bis C 4 (der Balken C 4 wird stellvertretend für die ganze Gruppe in *Bild 4.108* wiedergegeben) und D 3 und D 4, so weist die erst genannte Gruppe Sekundärrisse auf, die zweit genannte Gruppe jedoch nicht, obwohl sie höhere Längsbewehrungsgrade aufweist. Die Balken mit Sekundärrissen weisen ein geometrisches Verhältnis h / d_1 von 10 bis 11 auf, die andere Gruppe liegt dagegen bei einem Verhältnis von 8. Daraus könnte sehr vorsichtig gefolgert werden, dass sich Sekundärrisse ausbilden bei Tragwerken mit rechteckigem Querschnitt bei einem Verhältnis von $h / d_1 \geq 10$.

Ein weiteres Beispiel für Primär- und Sekundärrisse bildet der im *Bild 4.109* wiedergegebene Balken TA 9, der ursprünglich in [4.9] vorgestellt wurde. Der Bewehrungsgrad liegt ähnlich wie bei den Balken C 2 bis C 4, das geometrische Verhältnis h / d_1 liegt nur bei etwa 6,8; allerdings handelt es sich um einen Plattenbalken mit $b_f / b_w = 6$. Das kleinere Verhältnis h / d_1 ist ohne Weiteres plausibel, da Plattenbalken ja eine höhere Zugzone aufweisen als gleich hohe Rechteckquerschnitte.

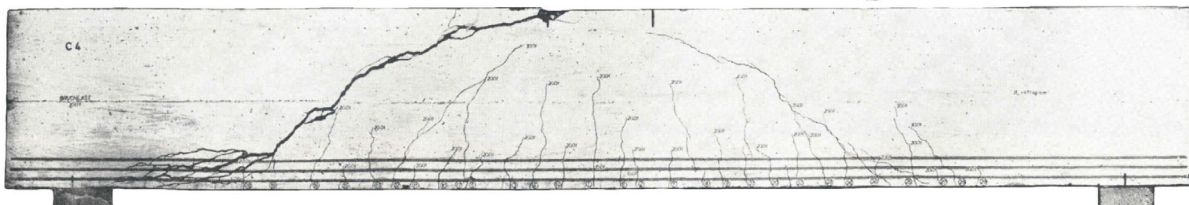


Bild 4.108: Balken C 4 aus [2.4]

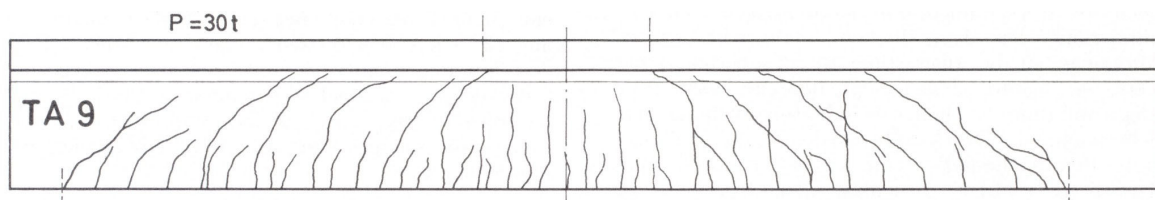


Bild 4.109: Balken TA 9 aus [4.9]

Tragwerke, bei denen sich zwischen den Primärrissen Sekundärrisse einstellen, dürften im Vergleich zu sonst gleichartigen Tragwerken, die nur Primärrisse aufweisen, ein günstigeres Stegtragverhalten aufweisen - zumindest in den anfänglichen Rissstufen. Geht man zunächst von Primär- und Sekundärrissen nach der Darstellung in [4.7] aus, so könnte sich das im *Bild 4.110* dargestellte System vom Stegstreben einstellen.

Zu einer anderen Geometrie der Stegstreben findet man, wenn man ein System betrachtet, bei dem sich entsprechend den Versuchsbalken C 2 bis C 4 aus [2.4] zwischen den Primärrissen jeweils nur ein einziger Sekundärriss einstellt. In diesem Fall wäre das System der Stegstreben eher nach *Bild 4.111* zu erwarten.

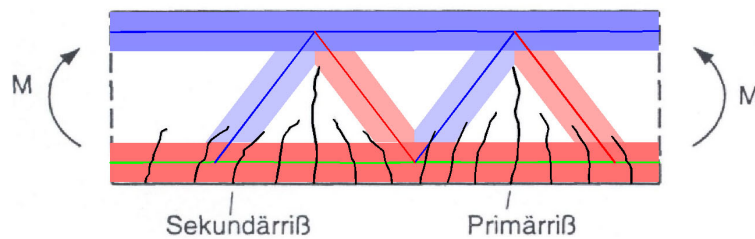


Bild 4.110: Stegstreben bei Primär- und Sekundärrissen nach [4.7]

In der Literatur sind noch keine Angaben darüber zu finden, unter welchen genauen Bedingungen mehrere Sekundärrisse zwischen den Primärrissen entstehen. Es gibt auch keine Angaben über die in diesem Fall zu erwartenden Abstände der Primärrisse, die für das Stegtragverhalten jedoch von ausschlaggebender Bedeutung sind. Auf die Entwicklung fundierter Bemessungsmodelle, die die Ausbildung von Sekundärrissen berücksichtigen, muss daher im vorliegenden Rahmen verzichtet werden. Die zuvor zitierten Beispiele zeigen, dass es nicht ganz einfach sein dürfte, hierfür zuverlässige Abgrenzungen zu finden. Dafür dürften noch zahlreiche Versuche erforderlich sein.

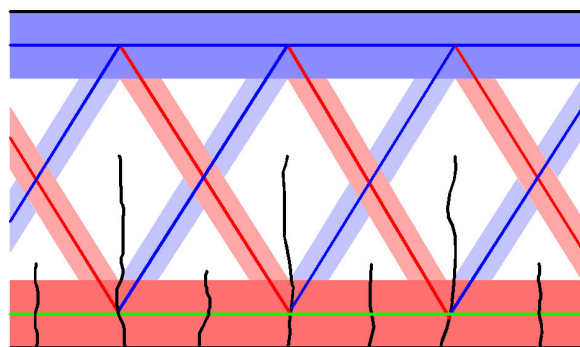


Bild 4.111: Stegstreben bei jeweils einem Sekundärriss zwischen den Primärrissen

Sammelrisse, wie sie von *Leonhardt* in [4.10] vorgestellt werden, können als Variante des Systems von Primär- und Sekundärrissen betrachtet werden. Wie das *Bild 4.112* zeigt, weisen bei dem von *Leonhardt* gezeigten Beispiel die Sekundärrisse schräge Verlängerungen auf, so dass sie mehrheitlich in die Primärrisse einmünden. *Leonhardt* gibt explizit an, dass sein Beispiel für Bereiche mit konstantem Momentenverlauf - also ohne Stegbeanspruchungen in geneigten Richtungen - gilt.

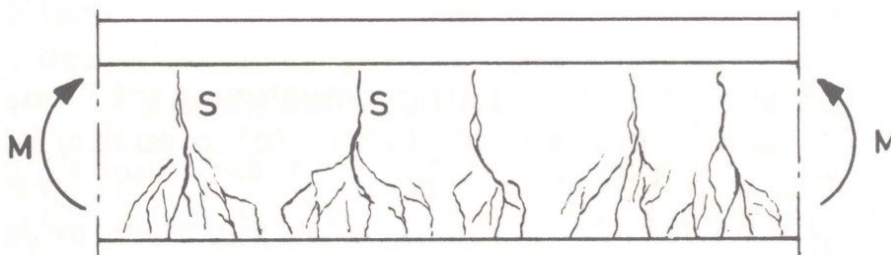


Bild 4.112: Sammelrisse nach *Leonhardt* [4.10]

Sollten sich die von *Leonhardt* vorgestellten Sammelrisse auch in Bereichen mit nennenswerten Momentengradienten einstellen, so könnte man auch für diesen Fall von Stegstreben gemäß *Bild 4.110* ausgehen.

4.9 Hinweise zur Kornverzahnung in Rissen

In den vorhergehenden Abschnitten wurde in verschiedenen Fällen bereits darauf hingewiesen, dass das jeweils diskutierte Rissbild die Schlussfolgerung auf die Kraftübertragung über bereits bestehende Risse und damit auf die Wirkung von Kornverzahnungskräften erlaubt.

Dies war einmal der Fall bei der Diskussion der Rissentwicklung am Beispiel des Versuchsbalkens 8/1 aus [2.4]. Im folgenden *Bild 4.113* ist noch einmal der Ausschnitt des Versuchsbalkens 8/1 dargestellt, den bereits das *Bild 4.61* zeigt. Neben den dort dargestellten Stegzugstreben im Zustand II.2_{e-i} wurden hier nun zusätzlich die jeweils zugehörigen Stegdruckstreben eingetragen, und zwar so, dass deren obere Begrenzungslinie jeweils etwa in Verlängerung der schrägen Nebenrisse verläuft.

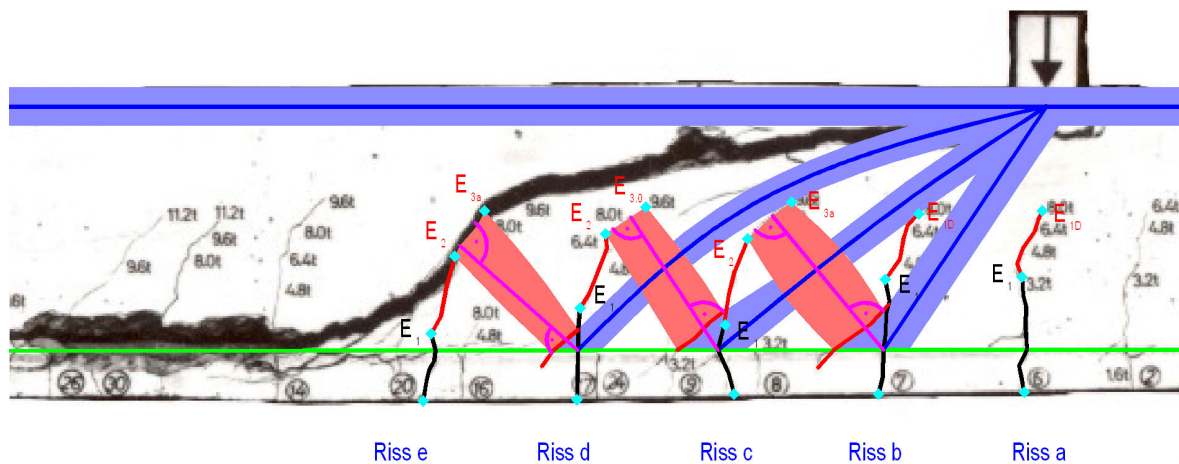


Bild 4.113: Ausschnitt aus Versuchsbalken 8/1 aus [2.4] mit Stegzugstreben

Diese Darstellung führt bei den an den Rissen „b“ und „c“ angreifenden Zugstreben zu Stegdruckstreben, die ziemlich genau zum Kreuzungspunkt der eingeleiteten Kraft mit dem Biege- bzw. anteiligen Sprengwerksdruckgurt führt. (Die am Riss „d“ angreifende Druckstrebe erfährt dabei eine kleine Umlenkung.) Somit führt der Richtungsansatz an den schrägen Nebenrisse in allen drei Fällen zu den jeweils tatsächlich zu erwartenden Stegdruckstreben.

Es kann daher gefolgert werden, dass die aufgezeigten, geneigten Stegdruckstreben auf den untersten, noch über der Biegezugbewehrung liegenden Bereich der Biegerisse wirken und diese so weit zusammen drücken, dass ein Teil der geneigten Stegdruckstrebe mit Hilfe der Rissverzahnung über diesen Rissabschnitt geleitet wird. Die Einleitung dieser Rissverzahnungskräfte führt zu den Zugspannungskonzentrationen, die die geneigten Nebenrisse erzeugen.

Wie schon im *Abschnitt 4.5* aufgezeigt wurde, haben die auf diese Weise entstehenden geneigten Nebenrisse keinen nennenswerten ungünstigen Einfluss auf das weitere Tragverhalten, weil der Biegezuggurt diese Risse offensichtlich problemlos überbrücken kann.

Umgekehrt muss aber auch der Schluss gezogen werden, dass die augenscheinlich wirksamen Kornverzahnungskräfte in diesem Fall nicht zu einer Steigerung der Tragfähigkeit des Systems führen.

Die weiteren Beispiele, bei denen auf die Wirkung von Risse überbrückenden Beanspruchungen geschlossen wurde, beziehen sich alle auf den Zustand II.6, in dem jeweils im Subsystem unter dem kritischen Stegriss eine flach geneigte Druckstrebe zum Ansatzpunkt des kritischen Stegrisses gerichtet ist. Der Zusammenhang wird in den folgenden Bildern noch einmal an Hand der Balken 15/1 und 7/1 aus [2.4] illustriert.

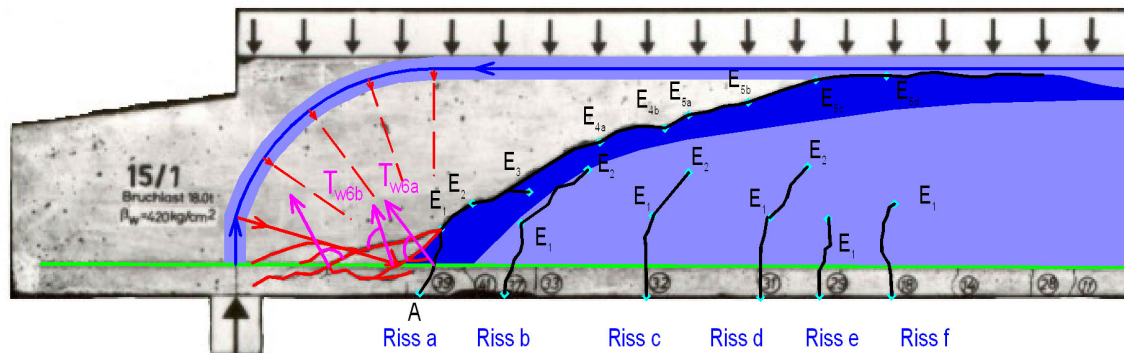


Bild 4.114: Ausschnitt aus Versuchsbalken 15/1 aus [2.4] mit Riss überdrückender Stegdruckstrebe und resultierenden Zugstreben im Zustand II.6

Das im *Bild 4.114* dargestellte Rissbild des Balkens 15/1 zeigt die typischen Merkmale auf, die bereits in den vorhergehenden Abschnitten auch an Hand anderer Versuchsbalken erörtert wurden: Die im Zustand II.6 im Subsystem entstehende Druckstrebe überdrückt ganz offensichtlich den untersten Teil des kritischen Stegrisses. Die obere Begrenzung der Druckstrebe wird markiert von einem kleinen Knick des kritischen Stegrisses. Im vorliegenden Fall handelt es sich um den Punkt E_1 , der das vorläufige Rissende im Zustand II.1 markiert. An diesem Punkt setzt der Riss an, der von der zugehörigen Stegzugstrebe T_{w6a} verursacht wird. Das Lot durch diesen Riss führt zum Kreuzungspunkt des kritischen Stegrisses mit der Biegezugbewehrung.

Nachdem die zunächst wirksame Stegzugstrebe T_{w6a} durch die Rissbildung unterbunden wurde, bildete sich eine weitere Stegzugstrebe T_{w6b} , deren Resultierende nun durch den Kreuzungspunkt des Risses in Folge der Stegzugstrebe T_{w6a} mit der Biegezugbewehrung läuft. Im vorliegenden Beispiel ist sogar ein dritter Riss erkennbar, dessen Lot nun zum Kreuzungspunkt des zweiten Risses mit der Biegezugbewehrung gerichtet ist.

Nicht ganz so typisch sind die entsprechenden Merkmale, die aus dem Rissbild des Versuchsbalkens 7/1 aus [2.4] abgeleitet werden können. Während der zuvor diskutierte Balken 15/1 den Biegebereich repräsentiert, ist der Bereich des kritischen Stegrisses des Balkens 7/1 nach den hier gewählten Definitionen dem D_{e-i} -Bereich zuzuordnen. Allerdings zeigten die bisherigen Auswertungen, dass in beiden Fällen im Zustand II.6 ein gleichartiges Verhalten zu beobachten ist.

Tatsächlich ist auch am Balken 7/1 (*Bild 4.115*) zu erkennen, dass die im Zustand II.6 im Subsystem wirksame Druckstrebe den ersten Abschnitt des kritischen Stegrisses überdrückte. Dies ist im vorliegenden Fall besonders anschaulich nachzuvollziehen, da dieser Abschnitt nicht rechtwinklig zum Rand verläuft, sondern ungewöhnlicher Weise von der Richtung der Druckstrebe weg geneigt ist. Die Druckstrebe kreuzt diesen Rissabschnitt daher etwa im rechten Winkel, so dass zur Überbrückung dieses Risses praktisch keine Reibung aktiviert werden musste.

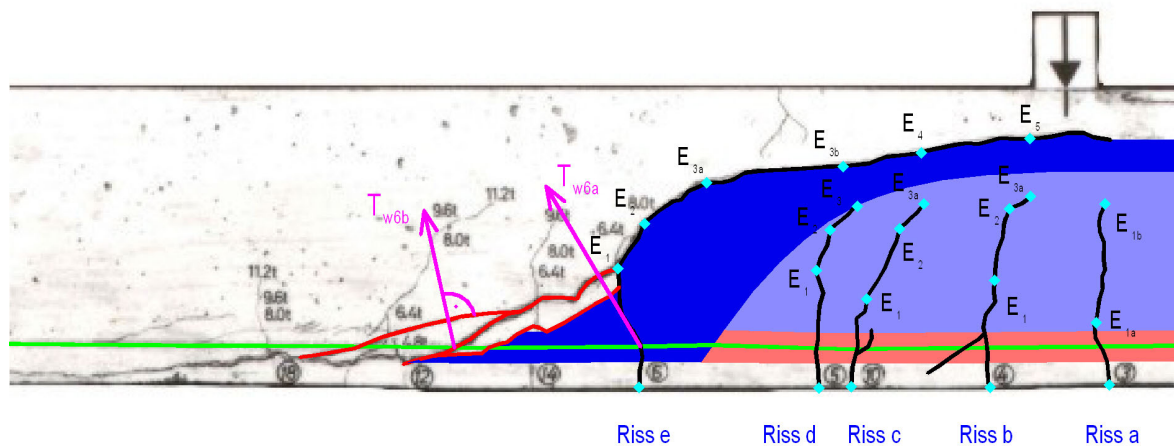


Bild 4.115: Ausschnitt aus Versuchs balken 7/1 aus [2.4] mit Riss überdrückender Stegdruckstrebe im Zustand II.6_{e-i}

Neben diesem ungewöhnlichen Verlauf des kritischen Stegrisses fällt am vorliegenden Beispiel aber vor Allem auf, dass in Folge der Stegzugstrebe zwei etwa parallel verlaufende Risse entstanden. Eine weitere Besonderheit besteht außerdem darin, dass beide Risse einen weiteren, etwa rechtwinklig zum Rand verlaufenden Biegeriss (Nr. 14) kreuzen und hier jeweils Kornverzahnungskräfte aktivieren.

Die Entstehung der beiden etwa parallel verlaufenden Risse kann folgendermaßen begründet sein: Zunächst verursachte die geneigte Druckstrebe in Verbindung mit der für ihr Gleichgewicht erforderlichen Stegzugstrebe den unteren der beiden parallelen Risse. Darauf hin fand das System noch die Möglichkeit, oberhalb dieses Risses eine Druckstrebe zu aktivieren, deren obere Begrenzung durch den Punkt des Richtungswechsels des kritischen Stegrisses (E_1) festgelegt war. Diese neu aktivierte Druckstrebe in Verbindung mit der zugehörigen Zugstrebe führte zu dem oberen der beiden parallel verlaufenden Risse.

Auch in diesem Beispiel gibt es wiederum einen dritten und sogar noch weitere geneigte Risse, deren Lot jeweils zum Kreuzungspunkt des vorhergehenden Risses mit der Biegezugbewehrung gerichtet ist.

In den Zuständen II.6 bilden somit Rissverzahnungskräfte im Bereich unmittelbar über der Biegezugbewehrung ein wesentliches Element des vorübergehenden Gleichgewichtszustandes. Die vorliegende Analyse bietet jedoch keine Anhaltspunkte dafür, dass in anderen Rissbereichen gleichfalls Kornverzahnungskräfte aktiviert werden. Sie sind nur (indirekt) in Form von Rissen nachweisbar, wenn sie von Druckstreben aktiviert werden, die sich auf den Biegezuggurt abstützen.

Diese Erkenntnis stützt die von anderen Verfassern vertretene Auffassung, wonach sich in der Nähe der Risswurzeln keine Rissuferverschiebungen einstellen können, die groß genug wären, um Kornverzahnungskräfte aktivieren zu können. Dagegen sind im Bereich der Biegezugbewehrung solche Rissuferverschiebungen in beschränktem Maße möglich, da der Beton an der Bewehrung etwas eingedrückt werden kann.

Wenn in der bisherigen Betrachtung Rissverzahnungskräfte und Kornverzahnungskräfte als zweierlei Begriffe für ein und die selbe Wirkung verwendet wurden, so trifft dies bekanntlich nur auf den Normalbeton zu. In der Literatur wurde bereits verschiedentlich darauf hingewiesen, dass in hochfesten Betonen die Risse nicht mehr an den Oberflächen der Kornzuschläge verlaufen, sondern vielmehr die Körner brechen. Dies gilt erst recht für Leichtbeton.

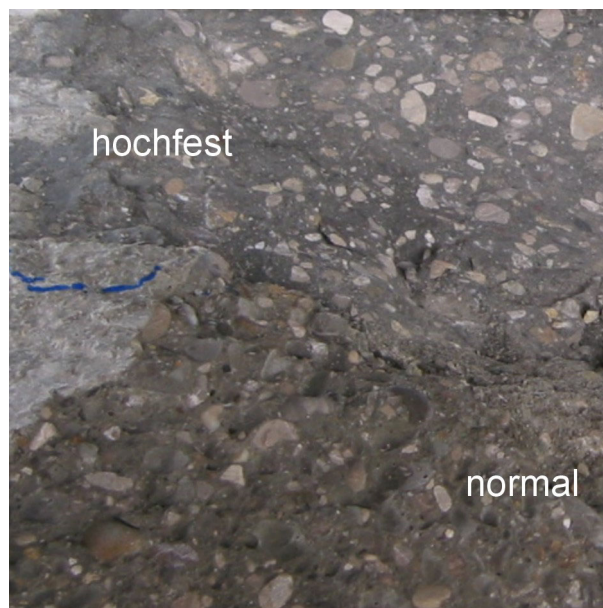


Bild 4.116: Vergleich der Bruchfläche bei Normalbeton und bei hochfestem Beton

Die unterschiedlichen Bruchformen von Normalbeton und hochfestem Beton traten besonders anschaulich zu Tage bei Versuchen, die die Verfasser mit Stegverbundplatten durchführten [4.11]. Bei einem Teil dieser Versuche wurden die Stegverbundplatten aus hochfestem Beton hergestellt, während für die Ortbetonergänzung zwischen den Stegen Normalbeton verwendet wurde. Bei der Belastung versagte das System in Folge Biegung in der Druckzone. Die ausbrechenden Schollen verliefen gleichmäßig durch die hochfesten Stege und die normal feste Ortbetonergänzung. Im Detail trat jedoch - wie das *Bild 4.116* anschaulich verdeutlicht - die oben bereits beschriebene, unterschiedliche Bruchform auf: Während im Normalbeton die Zuschlagskörner ganz blieben, sind sie im hochfesten Beton gebrochen.

Diese unterschiedlichen Bruchformen führen zweifelsfrei zu unterschiedlichen Rauigkeiten in den Rissen und es stellt sich somit die Frage, ob die zuvor diskutierte Rissverzahnung im Zustand II.6 auch bei hochfesten und bei Leichtbetonen auftreten kann. Da in den vergangenen Jahren eine ganze Reihe von Versuchen mit hochfestem Beton und vereinzelt auch mit Leichtbeton durchgeführt wurden, lässt sich diese Frage an Hand von dokumentierten Rissbildern eindeutig mit „ja“ beantworten.

Dies kann zunächst beispielhaft mit den von *Remmel* in [4.12] vorgestellten Versuchsergebnissen belegt werden. In den im *Bild 4.117* wieder gegebenen Rissbildern sind die für den Zustand II.6 typischen, schrägen Anrisse neben dem kritischen Stegriss jeweils gut zu erkennen.

In [4.1] wurden von *Zink* Versuche mit vorgespannten Balken aus hochfestem Leichtbeton vorgestellt. Auch bei diesen Balken ergab sich das gleiche typische Rissbild, wie *Bild 4.118* belegt.

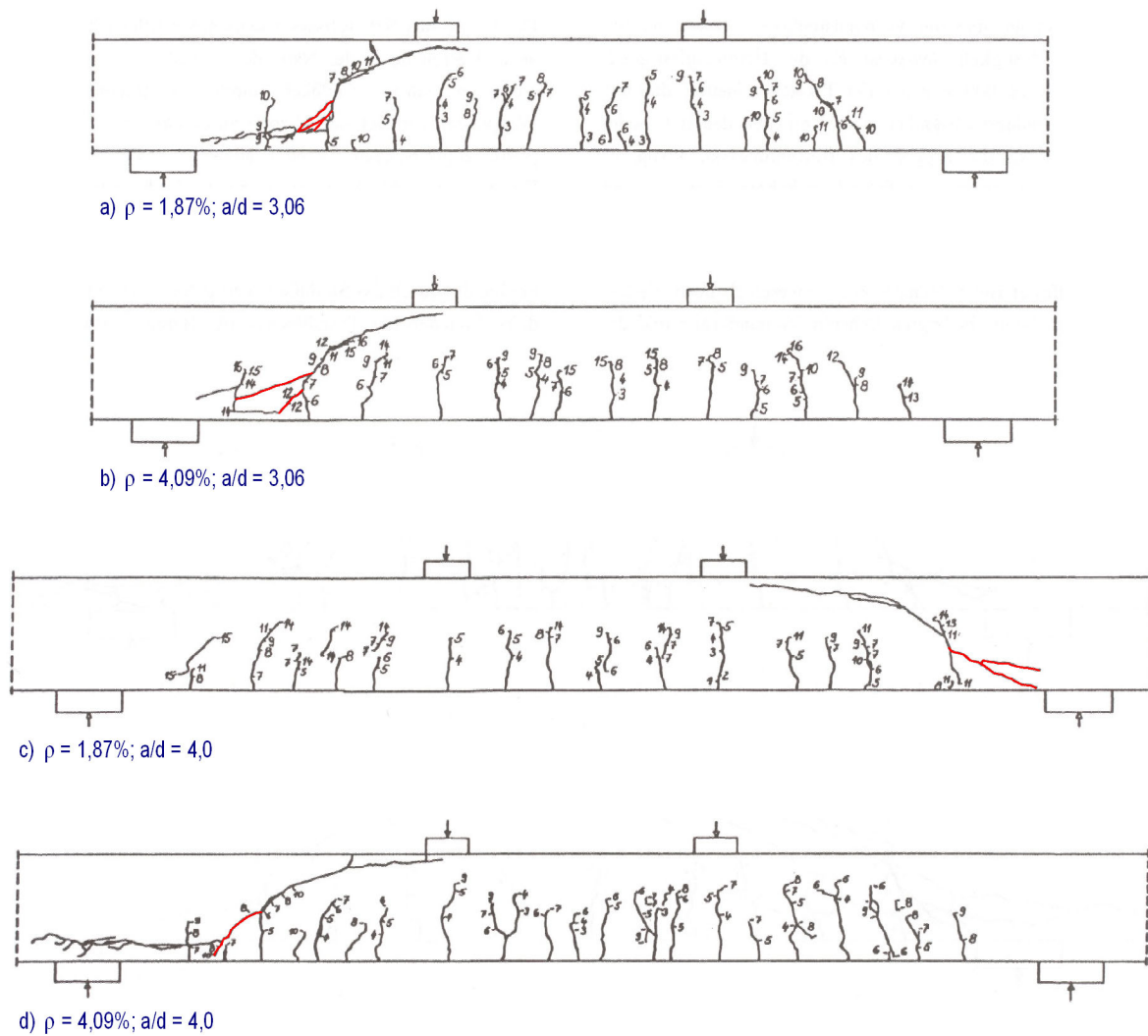


Bild 4.117: Rissbilder nach Remmel [4.12]; Risse des Zustands II.6 rot hervorgehoben

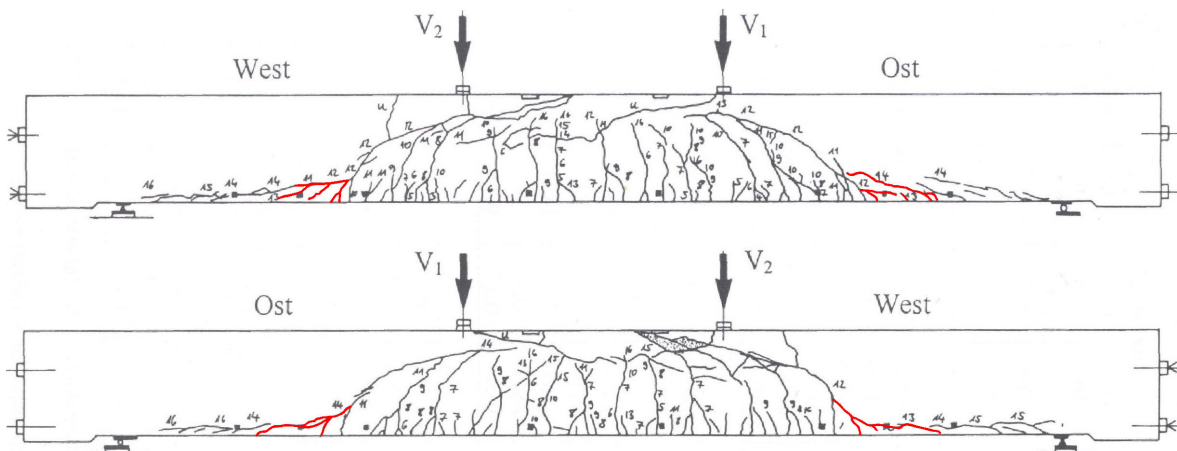


Bild 4.118: Rissbilder nach Zink [4.1]; Risse des Zustands II.6 rot hervorgehoben

4.10 Zum Tragverhalten der Biegedruckzone

Nachdem in den vorangegangenen Analysen sehr häufig die Versuchsbalken 1 bis 17 aus [2.4] verwendet wurden, bietet es sich an, ein weiteres Merkmal des Tragverhaltens von Stahlbetonkonstruktionen zu analysieren, das bei einem Teil dieser Balken auftrat und an Hand dieser Beispiele besonders gut nach vollzogen werden kann. Im Folgenden wird daher das Versagen der Druckzone in Folge der Biegebeanspruchung analysiert.

Als erstes Beispiel wird der Versuchsbalken 9/1 aus [2.4] verwendet, dessen mittlerer Bereich noch einmal im *Bild 4.119* abgebildet ist.

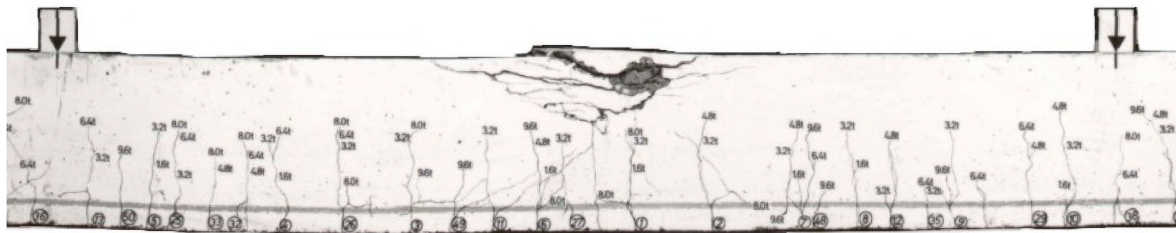


Bild 4.119: Mittlerer Bereich des Versuchsbalkens 9/1 aus [2.4]

In der vergrößerten Darstellung ist sehr gut zu erkennen, dass in der Druckzone bei Erreichen der kritischen Belastung mehrere schalenförmig begrenzte Elemente heraus gebrochen sind. Auslösend waren Risse, die über einen kurzen Bereich etwa parallel zum Balkenrand verlaufen und dann an die Oberfläche schwenken. Die Tatsache der eindeutig erkennbaren Risse bestätigt zwingend, dass es sich nicht um ein Versagen in Folge von Druckbeanspruchung, sondern in Folge von Zugbeanspruchung handelt.

Risse entstehen im Beton immer in Folge von Zugspannungen. Im vorliegenden Fall handelt es sich um die Querkzugspannungen, die auf Grund der Querkontraktion rechtwinklig zu den Biegedruckspannungen entstehen. Anschaulich kann auch hier wieder von Spaltzugspannungen gesprochen werden.

Da im betrachteten Beispiel die Balkenoberseite im Bereich der Bruchzone unbelastet war, konnten sich hier die aus dem Längsdruck resultierenden Querdehnungen unbehindert einstellen und es konnten - auch aus Gleichgewichtsgründen - an der Oberfläche keine Querkzugspannungen entstehen. Diese bauen sich aber mit zunehmender Entfernung von der Oberfläche auf. Im *Bild 4.119* kann man erkennen, dass sie etwa im oberen Drittelspunkt der ursprünglichen Druckzone ihren Maximalwert erreichten, der zum Ausbruch der ersten Scholle führte.

Nach dem Ausfall der ersten Scholle versuchte das System, die vorhandene Biegebeanspruchung mit dem reduzierten Restquerschnitt aufzunehmen. Der verringerte Hebelarm der inneren Kräfte gemeinsam mit der verringerten Druckzonenhöhe führte dabei zu sprunghaft zunehmenden Druckspannungen. Auch dies führte noch nicht zu einem echten Druckversagen, sondern - vermutlich sehr schnell - zum Ausbruch der nächsten Scholle, weil die Querkzugspannungen wieder die Betonzugfestigkeit überschritten.

Dieser Vorgang wiederholte sich noch zwei Mal, so dass die Druckzone in insgesamt vier Schritten vollständig versagte. Damit schöpfte das System alle nur erdenklichen Reserven aus, da die unterste Bruchscholle bereits die Wurzeln der Biegerisse tangiert.

Obwohl im letzten Stadium nur noch eine äußerst geringe Druckzonenhöhe zur Verfügung stand, die zu enorm großen Druckspannungen führen musste, waren für das Versagen des Querschnitts bis zuletzt die Spaltzugspannungen maßgebend.

Im *Bild 4.120* wird zeichnerisch verdeutlicht, welche zusätzlichen Beanspruchungen durch den teilweisen Ausfall der Druckzone in Folge der Spaltzugbrüche im Bruchbereich entstanden sind und durch das Rissbild eindeutig rekonstruiert werden können: In Folge der ausgebrochenen Schollen konnte sich der Druckgurt nicht mehr durchgehend randparallel einstellen, sondern wurde in der Bruchzone nach unten umgelenkt. Für das Gleichgewicht dieser Druckstreben wurden im Bereich des Zuggurtes neben den Biegerissen schräg nach oben gerichtete Zugstreben aktiviert, die zu den rot hinterlegten Rissen führten.

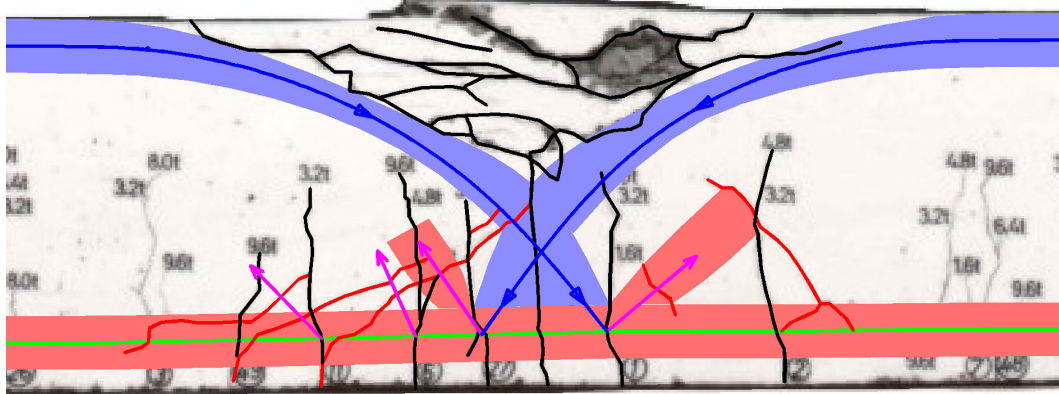


Bild 4.120: Mittlerer Bereich des Versuchsbalkens 9/1 mit Kräfteverlauf

Interessanter Weise war auch in diesem Fall das Tragfähigkeitspotential des Systems durch die entstandenen Schrägrisse noch nicht vollständig erschöpft. Die Risse über dem Zuggurt auf der linken Seite der Bruchzone belegen, dass das System über den steifen Verbundquerschnitt versucht hat, in mehreren Stufen neben dem zunächst entstandenen Schrägriss doch noch ein Gleichgewicht herzustellen, und zwar über eine versetzte Rückhängung in den Steg. Dabei nahm das System einen Abschnitt des Zuggurtes in Anspruch, dessen Länge der vollen Balkenhöhe entspricht!

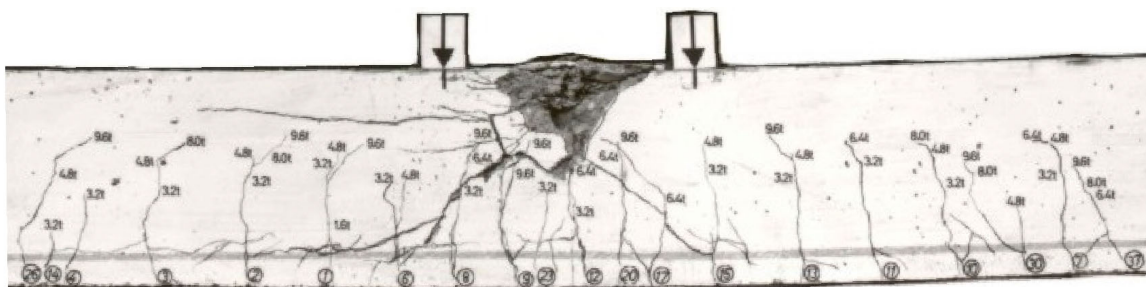


Bild 4.121: Mittlerer Bereich des Versuchsbalkens 10/1 aus [2.4]

Die aufgezeigten Zusammenhänge sind in gleichartiger Weise im Bruchbild des Versuchsbalkens 10/1 zu erkennen, s. *Bild 4.121*. Die Risse zwischen Zuggurt und Steg, die von der nach unten gerichteten Umlenkkräfte aus der Druckzone verursacht wurden, erstrecken sich in diesem Fall in der linken Balkenhälfte sogar über eine Länge, die mehr als zwei Mal so groß ist als die Balkendicke.

Deutlicher als beim Balken 9/1 kann beim Bruchbild des Balkens 10/1 ein Einfluss der Querkzugspannungen in Balkenquerrichtung abgelesen werden. In einem dreidimensionalen Körper treten die Querkzugspannungen ja in beiden Richtungen auf, die rechtwinklig zur Druckspannungsrichtung möglich sind. Neben den zuvor bereits angesprochenen Querkzugspannungen in z-Richtung verursachen die in der x-Richtung wirkenden Biegedruckspannungen auch Querkzugspannungen in der y-Richtung, also der Balkenquerrichtung.

Während die Wirkung dieser in y-Richtung wirkenden Querkzugspannungen beim Balken 9/1 nur am Ausbruch eines kleinen Teilbereichs der Stegseitenfläche zu erkennen ist, ist dieser Einfluss beim Balken 10/1 deutlich stärker. Die Druckzonenfläche des Balkens 10/1 wurde durch diesen Einfluss zusätzlich verringert. Trotzdem war das Bruchmoment des Balkens 10/1 etwa 5 % höher als dasjenige des Balkens 9/1.

Interessant erscheint nun im Vergleich das Bruchverhalten von Balken, die mit Gleichlasten beansprucht wurden. Da bei den Versuchsbalken Gleichlasten direkt auf die Trägeroberfläche einwirken, erzeugen sie Querkdruckspannungen σ_z , die den Spaltzugkräften entgegen wirken. Dies hat jedoch, wie der Ausschnitt des Balkens 17/1 aus [2.4] im *Bild 4.122* belegt, keinen qualitativen Einfluss auf den Bruchverlauf.

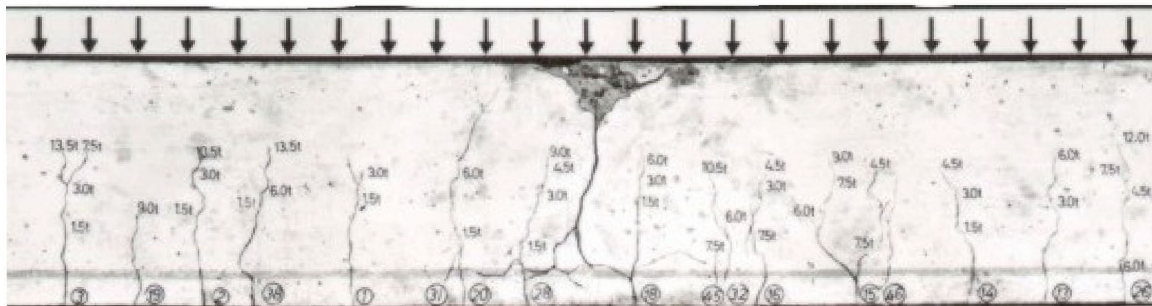


Bild 4.122: Mittlerer Bereich des Versuchsbalkens 17/1 aus [2.4]

So sind auch hier die Bruch auslösenden Wirkungen der Querkzugspannungen in y- und z-Richtung erkennbar. Auch die Risse zwischen Zuggurt und Steg in Folge des in der Bruchzone umgelenkten Druckgurts sind - wenn auch weniger stark ausgeprägt als bei den vorhergehenden Beispielen - gut zu erkennen.

Der Einfluss der von der Belastung erzeugten Querkdruckspannungen kann - natürlich keinesfalls repräsentativ - aus dem Vergleich der Bruchmomente abgelesen werden: Das Bruchmoment des Balkens 17/1 lag etwa 15 % höher als bei den Balken 9/1 und 10/1.

Der günstige Einfluss der Querkdruckspannungen aus der Belastung ist weiterhin auch in den Ergebnissen der von *Rüsch*, *Haugli* und *Mayer* in [2.5] dokumentierten Versuche ablesbar. Bei diesen Versuchen wurden Einfeldträger in jeweils zehn Punkten im Abstand von $l/9$ belastet, so dass praktisch eine gleichmäßig verteilte Belastung entstand. Die Balken versagten nicht in Folge des maximalen Biegemoments, sondern ausschließlich in Folge der Ausbildung eines kritischen Stegrisses im Zustand II.7. Nur in ganz wenigen Einzelfällen war der kritische Riss direkt auf eine Lastplatte gerichtet, so dass der Betonbruch an dieser Stelle stattfand. Im Regelfall lief jedoch der kritische Stegriss - wohl auf Grund von Kerbspannungen - auf die Kante einer Lastplatte zu und der Beton versagte in Folge der Spaltzugspannungen, die sich zwischen den Lastplatten einstellten. Das *Bild 4.123* zeigt hierfür zwei Beispiele.

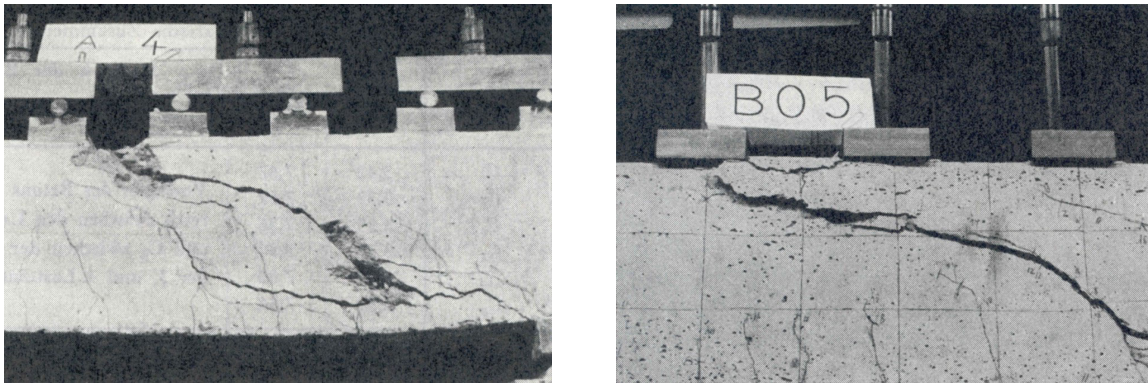


Bild 4.123: Bruchzonen der Versuchsbalken A 4 und BO 5 aus [2.5]

Sehr anschaulich zeigte sich das Versagen der Biegedruckzone in Folge von Querkzugspannungen und der günstige Einfluss von Querdrukspannungen auch in Versuchen, die die Verfasser mit Stegverbundplatten durchführten [4.11]. Um bei diesen Versuchen möglichst wirklichkeitsnahe Plattenabmessungen verwenden und die Platten näherungsweise gleichmäßig belasten zu können, wurde von der üblichen Versuchsanordnung mit Pressen abgesehen. Statt dessen wurde ein nur für diese Versuchsserie verwendeter Versuchsstand geplant und errichtet; die näherungsweise gleichmäßig verteilte Belastung wurde mit Hilfe von Kalksandsteinpaletten erzeugt, vgl. *Bild 4.124*.



Bild 4.124: Versuchseinrichtung für Stegverbundplatten gemäß [4.11]

Bei den untersuchten Stegverbundplatten, die überwiegend ohne Stegbewehrung ausgeführt worden waren, bildeten sich nicht einmal Ansätze für kritische Stegrisse; sie blieben in der Nähe der Auflager stets im Zustand I. Die Versuchsplatten versagten im Bereich positiver Momente stets durch Spaltzugbrüche in der Biegedruckzone, s. *Bild 4.125*.

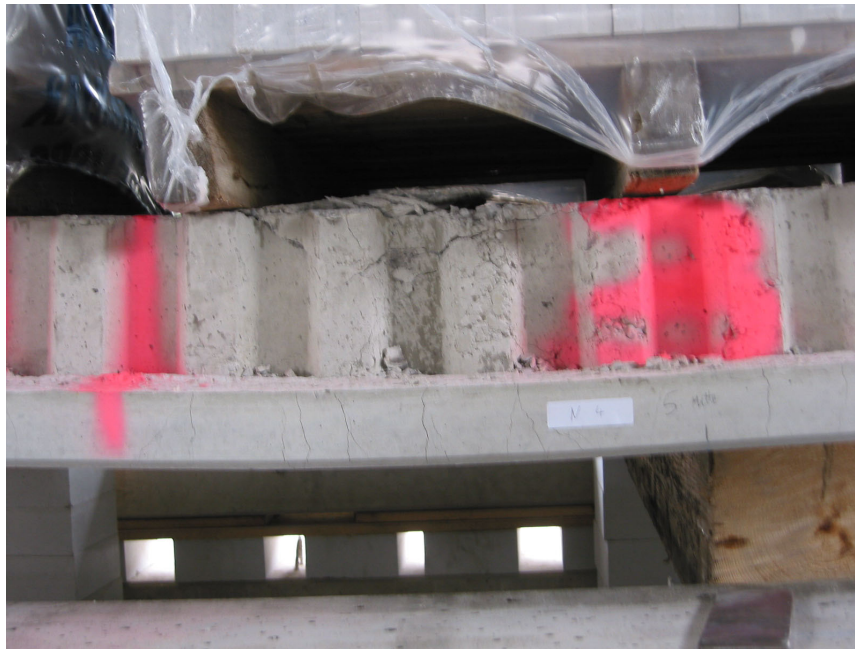


Bild 4.125: Typisches Bruchbild von Stegverbundplatten gemäß [4.11]

Auch aus diesem Bild geht deutlich hervor, dass die unter den Palettenfüßen wirkenden Querdruckspannungen ein Versagen in Folge von Spaltzugspannungen verhinderten und die Brüche zwischen den Lasteinleitungspunkten entstanden.

Die Analyse dieser Bruchformen führt zu zwei Fragen:

- ⇒ Kann der günstig wirkende Einfluss der Querdruckspannungen zuverlässig rechnerisch erfasst werden?
- ⇒ Kann das Versagen in Folge von Querzugspannungen vermieden werden, indem die entsprechenden Zugspannungen von Bewehrung aufgenommen werden?

Bezüglich der ersten Frage muss wohl in erster Linie bedacht werden, dass die günstige Wirkung der Belastung in den meisten Baukonstruktionen gar nicht hinreichend zuverlässig für die maßgebende Stelle gesichert ist. Anschauliche Beispiele hierfür sind Platten, die trotz hoher Gesamtbelastung an den kritischen Punkten unbelastet sein können oder Plattenbalken, bei denen die Belastung über die anschließenden Platten eingeleitet werden.

Von daher dürfte es kein praxisgerechtes und kein sicherheitstheoretisch vertretbares Ziel sein, günstig wirkende Querdruckspannungen in Standsicherheitsbetrachtungen einzubeziehen.

Zur ansatzweisen Beantwortung der zweiten Frage können Untersuchungsergebnisse heran gezogen werden, die erst kürzlich von *Sint* in [4.13] vorgestellt wurden. Bei Versuchen mit Balken aus normal- und hochfestem Beton gemäß *Bild 4.126* wurde die Stegbewehrung im Bereich der Biegebruchzone variiert, um festzustellen, wie ein duktileres Tragverhalten beim Versagen der Betondruckzone gewährleistet werden kann. Bei dem gleichfalls im *Bild 4.126* wieder gegebenen Diagramm ist zu beachten, dass die Momentenachse normierte Größen angibt. Die tatsächlich erreichten Bruchmomente sind in dem Kästchen angegeben.

Die erreichten Bruchmomente zeigen keine einheitliche Tendenz: Eine Stegbewehrung aus Bügeln $\varnothing 8$ im Abstand von 7,5 cm führte gegenüber den Balken ohne Stegbewehrung zu einer Steigerung des Bruchmoments von fast 24 %. Bügel $\varnothing 14$ im Abstand von 7,5 cm

steigerten dagegen die Tragfähigkeit nur um rund 18 %. Bügel $\varnothing 10$ im Abstand von 7,5 cm ergaben dagegen überhaupt keine verbesserte Tragwirkung. Das Gleiche gilt praktisch für Bügel $\varnothing 8$ und 10 im Abstand von 15 cm, wobei die geringfügige Steigerung des Bruchmoments bei Bügeln $\varnothing 8$ noch etwas besser war als bei Bügeln $\varnothing 10$.

In der Mehrzahl der Fälle konnte mit der Stegbewehrung keine Steigerung der Tragfähigkeit erreicht werden gegenüber dem Referenzbalken ohne Stegbewehrung.

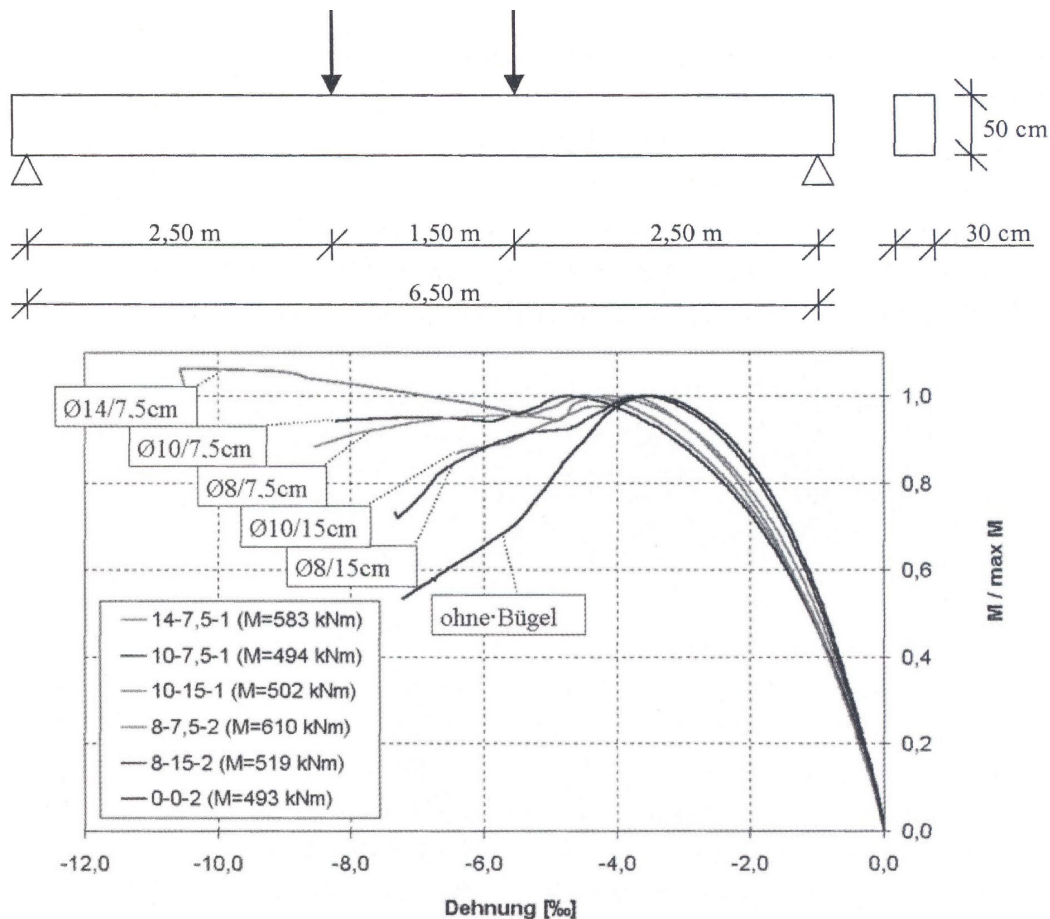


Bild 4.126: Versuchsanordnung und -ergebnisse von Sint [4.13]

Bei Balken aus hochfestem Beton und Bügeln $\varnothing 10$ konnte mit der Halbierung des Bügelabstandes von 15 cm auf 7,5 cm das Bruchmoment im Mittel gerade um etwa 2 % gesteigert werden.

Die uneinheitlichen Ergebnisse, die zum Teil in den folgenden beiden Diagrammen noch einmal veranschaulicht werden, erlauben nicht die Folgerung, dass die Tragfähigkeit von Biegedruckzonen mit Hilfe von Bewehrung in y- und z-Richtung gesteigert werden kann. Möglicherweise gilt auch für diesen Fall, dass bessere Ergebnisse erreicht werden könnten mit einer Bewehrung, die bessere Verbundeigenschaften aufweist als der übliche Beton-Rippenstahl.

In jedem Fall muss davon ausgegangen werden, dass die Druckzonenbereiche außerhalb des Bewehrungskorbes abgespalten werden können.

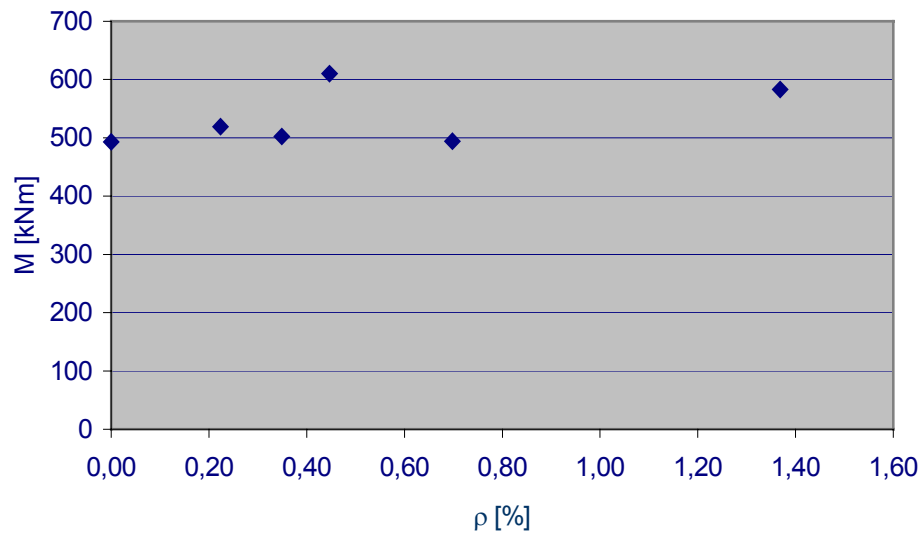


Bild 4.127: Bruchmomente in Abhängigkeit von ρ nach Sint [4.13]

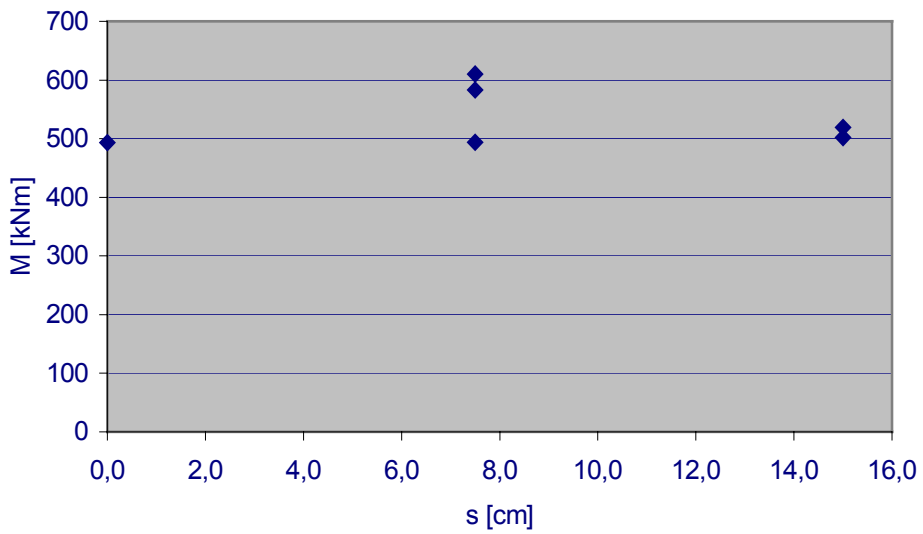


Bild 4.128: Bruchmomente in Abhängigkeit vom Bügelabstand s nach Sint [4.13]

5. RECHENMODELLE FÜR DIE STEGBEANSPRUCHUNGEN IM BIEGEBEREICH

Auf der Grundlage der im vorherigen Kapitel durchgeführten qualitativen Betrachtungen sollen nun im Weiteren Rechenmodelle entwickelt werden, die erlauben, die festgestellten physikalischen Zusammenhänge quantitativ zu erfassen.

In den meisten Fällen ist die Entwicklung des Tragverhaltens der Stege in den Anfangsphasen ganz entscheidend abhängig von der Geometrie der Biegerisse. Die Abstände der Risse und auch die Risstiefen bestimmen sowohl die Richtung der für das innere Gleichgewicht erforderlichen Stegzugstreben als auch die für diese Stegzugstreben zur Verfügung stehenden Flächen. Für die Entwicklung wirklichkeitsnaher Rechenmodelle der anfänglichen Tragfähigkeitsstufen ist es daher unabdingbare Voraussetzung, Rissabstände und -tiefen, die in solchen Modellen zwingend enthalten sein müssen, gleichfalls wirklichkeitsnah bestimmen zu können.

Für die Ermittlung der Rissabstände, deren Kenntnis auch für die rechnerische Bestimmung von Rissbreiten erforderlich ist, werden in der Fachliteratur Möglichkeiten angeboten, vgl. [5.1]. Dabei ist allerdings zu beachten, dass dieses auch in der aktuellen DIN 1045-1 [0.1] verankerte Konzept zur rechnerischen Vorherbestimmung der Rissabstände ausschließlich dafür entwickelt wurde, Rissbreiten berechnen zu können. Das theoretische Konzept ist für diesen Anwendungsbereich so abgestimmt, dass es nach Angaben in [5.1] erlaubt, zu erwartende Rissbreiten in 95 % aller Fälle zutreffend vorher zu bestimmen.

Dieser Zusammenhang stellt jedoch nicht automatisch auch sicher, dass die nach dem im aufgezeigten Konsens stehende rechnerische Vorherbestimmung von Rissabständen auch für andere Anwendungsfälle ähnlich zuverlässige Grundlagen bietet. Tatsächlich kann im Folgenden beispielhaft aufgezeigt werden, dass diesbezüglich durchaus nennenswerte Diskrepanzen zwischen errechneten und gemessenen Rissabständen an Versuchskörpern möglich sind.

Dennoch halten es die Verfasser für sinnvoll und vertretbar, für die Bestimmung der Rissabstände das bereits zur Verfügung stehende Rechenmodell zu verwenden. Weiter führende Erkenntnisse über dieses Thema können jederzeit als neue Grundlage der im Folgenden entwickelten Rechenmodelle verwendet werden.

Die Wahl, auf ein bestehendes Modell zurück zu greifen oder selbst ein neues zu entwickeln, stellt sich nicht für die Ermittlung der Risstiefen. In der Literatur wurde zwar schon häufig - oft mit einem Unterton der Empörung - festgestellt, dass Biegerisse nicht immer Halt machen an der theoretischen Nulllinie der Querschnitts (im Zustand I!). Theoretische Ansätze zur Bestimmung der Risstiefen sind den Verfassern jedoch nicht bekannt.

Vor diesem Hintergrund werden daher im Folgenden zunächst einmal die bekannten Grundlagen zur Ermittlung der Rissabstände aus der einschlägigen Literatur zusammengestellt und im nächsten Schritt werden ein vereinfachtes und ein genaueres Verfahren zur Bestimmung der Risstiefen vorgestellt.

5.1 Ermittlung des Rissabstandes

Bei der Rissbildung werden nach dem aktuellen Stand der Stahlbetonforschung ([0.1], [5.1]), zwei Zustände unterstellt, der Zustand der Erstrissbildung und der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung, welche beide bei der Berechnung des maximalen Rissabstandes zu berücksichtigen sind. Nach [0.1] kann der maximale Rissabstand für die gerippten Stähle folgendermaßen berechnet werden:

$$s_{r,\max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,\text{eff}}} \quad (5.1).$$

Der erste Term gibt den maximalen Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild, der zweite den bei der Erstrissbildung an.

Der minimale Rissabstand ergibt sich nach [5.1] zu:

$$s_{r,\min} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \quad (5.2).$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass beim Erreichen der kritischen Stegbeanspruchung die Biegerissbildung abgeschlossen ist, so dass für den Rissabstand angesetzt werden kann:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \leq s_r \leq \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \quad (5.3)$$

oder anders ausgedrückt:

$$s_r = \frac{\alpha_{sr} \cdot d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \quad (5.4).$$

Dabei gilt:

$$\alpha_{sr} = \begin{cases} 1 & \text{für } s_{r,\max} \\ 0,5 & \text{für } s_{r,\min} \end{cases} : \text{Beiwert des Rissabstandes} \quad (5.5)$$

d_s : Stab- bzw. Vergleichsstabdurchmesser der Betonstahlbewehrung

$\text{eff } \rho$: effektiver Bewehrungsgrad unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Verbundfestigkeiten von Betonstahl und Spannstahl

$$\text{eff } \rho = \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{c,\text{eff}}} \quad (5.6)$$

mit: A_s : Querschnittsfläche der Zugbewehrung

A_p : Querschnittsfläche der Spannstahlbewehrung

ξ_1 : Verhältnisbeiwert der Verbundfestigkeiten von Beton- und Spannstahlbewehrung

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{d_s}{d_p}} \quad (5.7)$$

mit: ξ : Verhältnis der Verbundfestigkeiten nach [0.1]

d_p : äquivalenter Durchmesser der Spannstahlbewehrung

$A_{c,eff}$: Wirkungsbereich der Bewehrung nach [0.1], Bild 53

$$A_{c,eff} = h_{eff} \cdot b \quad (5.8)$$

mit b : Bauteilbreite im Bereich der Zugbewehrung

$$h_{eff} = 2,5 \cdot (h - d) \quad (5.9)$$

h : Bauteilhöhe

d : statische Nutzhöhe.

Bei der Anwendung der hier zusammengestellten Formeln ist jedoch zu bedenken, dass diese vor dem Hintergrund der Bestimmung der Rissbreiten entwickelt wurden und hierfür auch ausreichend genaue Ergebnisse liefern. Inwieweit diese Formeln allerdings den tatsächlichen Rissabstand in jedem Einzelfall zutreffend wiedergeben, ist fraglich. Betrachtet man zum Beispiel den von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] untersuchten Balken 14/1, ergibt sich rechnerisch ein Rissabstand von entweder 8 cm (minimaler Rissabstand) oder 16 cm (maximaler Rissabstand). Zwischenwerte sind nach den theoretischen Ansätzen, die den hier vorgestellten Formeln zugrunde liegen, nicht möglich. Tatsächlich schwanken die Rissabstände jedoch zwischen ca. 7 cm und ca. 17 cm, wobei der überwiegende Teil der Rissabstände ca. 12 cm beträgt, was in etwa dem Mittelwert zwischen dem maximalen und dem minimalen Wert entspricht.

Welchen Einfluss alleine die Lage der Bewehrung auf das hier vorgestellte Rechenmodell zur Ermittlung des Rissabstandes hat, soll an folgendem Beispiel gezeigt werden.

Untersucht wird, in Anlehnung an den oben beschriebenen Balken 14/1, ein Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen $b / h = 19 \text{ cm} / 32 \text{ cm}$, wobei die statische Nutzhöhe d einmal mit 29 cm und einmal mit 27 cm angenommen wird. Als Bewehrung werden zwei Stäbe $\varnothing 26 \text{ mm}$ angesetzt, die Spannweite wird mit $\ell = 3,0 \text{ m}$, die Betonfestigkeit mit $f_{ck} = 31,8 \text{ MN/m}^2$ vorgegeben und als Belastung werden 50 kN/m aufgebracht.

Für den minimalen Rissabstand ergibt sich nach Glg. (5.4) bei

$$d = 27 \text{ cm}: \quad s_{r,min} = 8,1 \text{ cm}$$

$$d = 29 \text{ cm}: \quad s_{r,min} = 4,9 \text{ cm}.$$

Dies zeigt sehr deutlich, welchen Einfluss eine nur geringe Änderung des Abstandes der Bewehrung vom gezogenen Querschnittsrand ($h - d$), hier von 5 cm auf 3 cm, auf den davon linear abhängigen Rissabstand hat. Bei $d = 29 \text{ cm}$ beträgt der minimale rechnerische Rissabstand nur noch ca. 60 % gegenüber dem Wert bei $d = 27 \text{ cm}$.

5.2 Ermittlung der Risstiefe

Um die maßgeblichen Zusammenhänge, die die Tiefe der Biegerisse bestimmen, leichter nachvollziehbar zu machen, wird zunächst ein vereinfachtes Rechenmodell entwickelt.

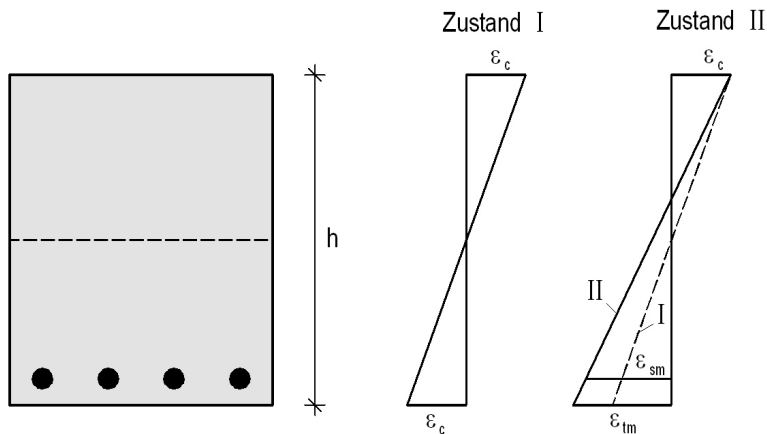


Bild 5.1: Rechteckquerschnitt mit Dehnungen in den Zuständen I und II

Betrachtet man gemäß *Bild 5.1* einen Rechteckquerschnitt unter Biegung, so weist dieser zunächst im Zustand I die dargestellte, antisymmetrische Dehnungsverteilung auf. Stellt sich nun nach Erreichen der Betonzugfestigkeit ein Riss ein, so bedeutet dies eine zusätzliche Dehnung der Zugzone, ohne dass die Spannungen in diesem Bereich zugenommen hätten. Die Zugzone wird also durch die Rissbildung weicher und es stellt sich qualitativ ein für die Zugzone gemittelter Dehnungsverlauf ein, wie er im *Bild 5.1* für den Zustand II dargestellt ist. Dieser Dehnungsverlauf zeigt sehr deutlich, dass der Nulldurchgang der Dehnungen nun nicht mehr in der Nulllinie des Querschnitts im Zustand I liegen kann, da sonst die resultierende Zugkraft kleiner werden würde als die resultierende Druckkraft, was aus Gründen des inneren Gleichgewichts nicht möglich ist.

Um diese Zusammenhänge noch weiter gehend zu veranschaulichen, werden sie mit einem Zahlenbeispiel belegt: Hierzu wird angenommen, dass der betrachtete Querschnitt ohne Rissbildung Randdehnungen von $\pm 2 \text{ ‰}$ aufweist. Weiterhin wird angenommen, dass sich Risse im Abstand von 20 cm einstellen mit einer Breite von jeweils 0,2 mm am Rand. Dann vergrößert sich die mittlere Zugdehnung bei unveränderter Größe der resultierenden Zugkraft auf

$$\varepsilon_{tm} = 2,0 + \frac{5 \cdot 0,2}{1000} = 3,0 \text{ ‰} \quad (5.10).$$

Diese größere Nachgiebigkeit der Zugzone gegenüber der Druckzone hat die gleiche Auswirkung wie eine entsprechend verringerte Zugzonenfläche. Gemäß *Bild 5.2* wird deshalb im Weiteren modellhaft und vereinfachend unterstellt, dass Zug- und Druckzone weiterhin die gleiche Steifigkeit aufweisen, zum Ausgleich wird jedoch die Breite der Zugzone im Verhältnis $\varepsilon_c / \varepsilon_{tm}$ verringert. (Ebenso, wenn auch weniger anschaulich, könnte b_w beibehalten und ein ideeller E-Modul $E_{c,i} = E_c \cdot \varepsilon_c / \varepsilon_{tm}$ eingeführt werden.)

Vernachlässigt man im Weiteren noch, dass der Beton in der Zugzone bis zur Zugbruchdehnung die volle Betonsteifigkeit besitzt, kann nun über die Gleichgewichtsbedingung auf sehr einfache Weise die Risstiefe t_r bestimmt werden.

Es gilt nach *Bild 5.2*:

$$C_B = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c \cdot b_w \cdot x_r \quad (5.11)$$

$$T_B = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{tm} \cdot E_c \cdot b_{w,i} \cdot t_r \quad (5.12).$$

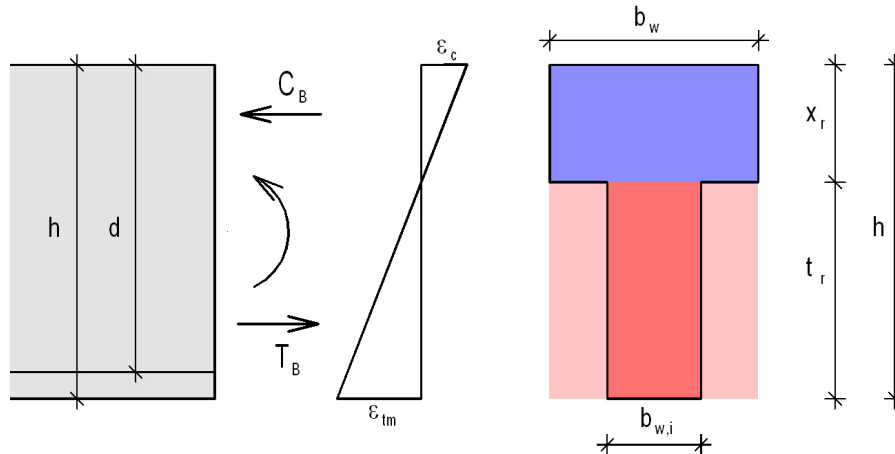


Bild 5.2: Rechteckquerschnitt mit ideeller Stegbreite in der Zugzone

Aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte resultiert:

$$C_B = T_B \quad \Rightarrow \quad b_w \cdot x_r = b_{w,i} \cdot t_r \quad (5.13).$$

Mit $x_r = h - t_r$ und $b_{w,i} = b_w \cdot \varepsilon_c / \varepsilon_{tm}$ erhält man schließlich die sehr einfache Beziehung:

$$t_r = h \cdot \frac{\varepsilon_{tm}}{\varepsilon_c + \varepsilon_{tm}} \quad (5.14).$$

Voraussetzung für diese sehr einfache Bestimmung der Risstiefen, die sich natürlich auch direkt aus dem Dehnungsdiagramm ableiten lässt, ist lediglich die Kenntnis der Rissabstände und -breiten bei einer bestimmten zugehörigen Betondehnung. Für das oben verwendete Beispiel erhält man die Risstiefe t_r zu $0,6 \cdot h$ - im Vergleich mit zahlreichen Versuchsergebnissen ein durchaus plausibles Ergebnis.

Nach dem im Folgenden vorgestellten genaueren Berechnungsverfahren wird die Risstiefe gleichfalls über das Gleichgewicht der inneren Kräfte am Querschnitt ermittelt, wobei nunmehr die oberhalb der Risswurzel bis hin zur Nulllinie wirkenden Betonzugspannungen berücksichtigt werden. Es wird von einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt ausgegangen und vorausgesetzt, dass die mittlere Stahldehnung größer als die mögliche Betonzugdehnung ist ($\varepsilon_{sm} \geq \varepsilon_{ct}$), d. h., die Risswurzel liegt oberhalb des Bewehrungsschwerpunktes. Der vereinfachte Ansatz einer linearen Dehnungsverteilung ist für die folgenden Untersuchungen ausreichend und liegt auf Grund der (geringfügigen) Unterschätzung des inneren Hebelarms z auf der sicheren Seite. Betrachtet wird zunächst der **Rechteckquerschnitt**, die Erweiterung auf einen allgemeinen Plattenbalken wird anschließend durchgeführt.

Die Geometrie und die Bezeichnungen können *Bild 5.3* entnommen werden.

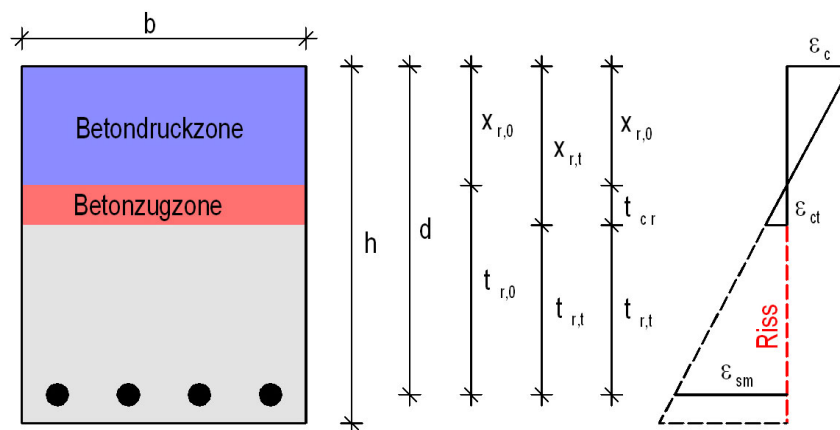


Bild 5.3: Rechteckquerschnitt mit Bezeichnungen und Dehnungsverlauf

Es bedeuten:

- ϵ_c : Betrag der maximale Betonstauchung,
- $\epsilon_{ct} = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}}$: maximale Betonzugdehnung (an der Risswurzel),
- ϵ_{sm} : mittlere Stahldéhnung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons (tension stiffening),
- f_{ctm} : mittlere Betonzugfestigkeit

und

- E_{cm} : mittlerer E-Modul des Betons.

Die Kräfte ergeben sich aus der Formel:

$$F = \int \sigma(s) \cdot A \, ds \tag{5.15}$$

Bei Ansatz einer linearen Dehnungsverteilung folgt mit $\sigma = \epsilon \cdot E$:

$$F = \epsilon_m \cdot E \cdot A \quad \text{mit} \quad \begin{array}{ll} F: & \text{Kraft} \\ \epsilon_m: & \text{mittlere Dehnung} \\ E: & \text{E-Modul} \\ A: & \text{Fläche.} \end{array} \tag{5.16}$$

Für die Betondruckkraft folgt somit

$$C_B = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_c \cdot E_{cm} \cdot b \cdot x_{r,0} \tag{5.17}$$

Aus der Geometrie ergibt sich:

$$x_{r,0} = d - t_{r,0} \tag{5.18}$$

und
$$\epsilon_c = \frac{\epsilon_{sm}}{t_{r,0}} \cdot x_{r,0} = \frac{\epsilon_{sm}}{t_{r,0}} \cdot (d - t_{r,0}) = \epsilon_{sm} \cdot \left(\frac{d}{t_{r,0}} - 1 \right) \tag{5.19}$$

$$\text{Mit } t_{r,0} = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \quad (5.20)$$

$$\text{folgt: } x_{r,0} = d - \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \quad (5.21),$$

$$\varepsilon_c = \frac{d}{t_{r,t}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) - \varepsilon_{sm} \quad (5.22)$$

und somit

$$C_B = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{d}{t_{r,t}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) - \varepsilon_{sm} \right] \cdot E_{cm} \cdot b \cdot \left(d - \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \right) \quad (5.23).$$

Durch Umformung und Zusammenfassen wird daraus:

$$C_B = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot b \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot \left[\frac{d^2}{t_{r,t}} - 2 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} + \frac{\varepsilon_{sm}^2}{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct})^2} \cdot t_{r,t} \right] \quad (5.24).$$

Die Betonzugkraft

$$T_c = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{ct} \cdot E_{cm} \cdot b \cdot t_{cr} \quad (5.25)$$

wird mit

$$t_{cr} = \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \quad (5.26)$$

$$\text{zu: } T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot b \cdot t_{r,t} \cdot \frac{\varepsilon_{ct}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \quad (5.27).$$

Die Stahlzugkraft beträgt

$$T_s = \varepsilon_{sm} \cdot \bar{E}_t \cdot A_s \quad (5.28).$$

Hierbei bedeuten:

\bar{E}_t : E-Modul der Bewehrung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons (tension stiffening)

A_s : Querschnittsfläche der Bewehrung.

Durch Einführung von

$$\alpha_r = \frac{\bar{E}_t}{E_s} \quad (5.29)$$

$$\text{und } \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (5.30)$$

wird daraus:

$$T_s = \varepsilon_{sm} \cdot \alpha_r \cdot \alpha_e \cdot E_{cm} \cdot A_s \quad (5.31).$$

Das Kräftegleichgewicht

$$T_s + T_c - C_B = 0 \quad (5.32)$$

lautet dann:

$$0 = \varepsilon_{sm} \cdot \alpha_r \cdot \alpha_e \cdot E_{cm} \cdot A_s + \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot b \cdot t_{r,t} \cdot \frac{\varepsilon_{ct}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} - \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot b \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot \left[\frac{d^2}{t_{r,t}} - 2 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} + \frac{\varepsilon_{sm}^2}{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct})^2} \cdot t_{r,t} \right] \quad (5.33).$$

Durch Umformung, Multiplikation mit $\frac{2 \cdot t_{r,t}}{E_{cm}}$ und Zusammenfassen ergibt sich:

$$-(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b \cdot t_{r,t}^2 + 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot A_s + b \cdot d) \cdot t_{r,t} - b \cdot d^2 \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) = 0 \quad (5.34).$$

Mit $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$ (5.35)

folgt $-(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b \cdot t_{r,t}^2 + 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot b \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) \cdot t_{r,t} - b \cdot d^2 \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) = 0$ (5.36).

Dies entspricht einer quadratischen Gleichung $A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0$ mit der Lösung:

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad (5.37)$$

und den Koeffizienten:

$$A = -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b \quad (5.38)$$

$$B = +2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot b \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) \quad (5.39)$$

$$C = -b \cdot d^2 \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \quad (5.40).$$

Durch Einsetzen der Gln. (5.38), (5.39) und (5.40) in Gln. (5.37) und Umformung erhält man:

$$t_{r,t,1,2} = \frac{-2 \cdot b \cdot d \cdot \varepsilon_{sm}}{-2 \cdot b \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct})} \cdot \left[(\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) \mp \sqrt{(\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1)^2 - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}}\right)^2} \right] \quad (5.41)$$

und weiter

$$t_{r,t,1,2} = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left[\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1 \mp \sqrt{(\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho)^2 + 2 \cdot \alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}}\right)^2} \right] \cdot d \quad (5.42).$$

Ob vor der Wurzel das Plus- oder das Minuszeichen stehen muss, wird an Hand einer Grenzwertbetrachtung für ρ gegen Null unter Voraussetzung des Pluszeichens untersucht. Für $\rho \geq 0$ folgt dann:

$$t_{r,t,2} \geq \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left[1 + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}} \right)^2} \right] \cdot d \quad (5.43)$$

$$t_{r,t,2} \geq \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}} \right) \cdot d \quad (5.44)$$

$$t_{r,t,2} \geq \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot d \quad (5.45)$$

$$t_{r,t,2} \geq d \quad (5.46)$$

Dieses Ergebnis ist geometrisch unsinnig, woraus hervorgeht, dass in Glg. (5.42) das Minuszeichen und somit in Glg. (5.37) ein Plus vor der Wurzel stehen muss.

Die Risstiefe bei einem Rechteckquerschnitt lässt sich also über folgende Formel errechnen:

$$t_{r,t} = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left[\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1 - \sqrt{(\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho)^2 + 2 \cdot \alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}} \right)^2} \right] \cdot d \quad (5.47)$$

Durch Einführung des Beiwertes

$$k_t = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left[\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1 - \sqrt{(\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho)^2 + 2 \cdot \alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}} \right)^2} \right] \quad (5.48)$$

kann die Glg. (5.47) folgendermaßen vereinfacht werden:

$$t_{r,t} = k_t \cdot d \quad (5.49)$$

Es ist jedoch zu beachten, dass der Beiwert k_t über die Faktoren ρ und ε_{sm} selbst auch von d abhängig ist.

Im Weiteren wird nun eine Formel für einen **allgemeinen Plattenbalken** entwickelt. Beim Plattenbalken ist grundsätzlich zu unterscheiden, ob die Nulllinie in der Platte oder im Steg liegt. Weiterhin spielt die Lage der Risswurzel - in der oberen Platte, im Steg oder in der unteren Platte - eine wichtige Rolle.

Zunächst wird der **allgemeine Plattenbalken mit Lage der Nulllinie in der Platte** untersucht. Hier muss noch weiter unterschieden werden, ob die Risswurzel in der oberen Platte, im Steg oder - ziemlich theoretisch - in der unteren Platte liegt.

Fall 1: Nulllinie in Platte, Risswurzel in der oberen Platte

Die Geometrie und die Bezeichnungen können *Bild 5.4* entnommen werden.

In diesem Fall hat die Plattenbalkenform keinen Einfluss auf die oben für den Rechteckquerschnitt hergeleiteten Formeln, da die Betondruckzone und auch die Betonzugzone beide über die gesamte obere Plattenbreite wirken, so dass mit dem Ansatz $b = b_{f,c}$ die gleichen Zusammenhänge wie beim Rechteckquerschnitt gelten.

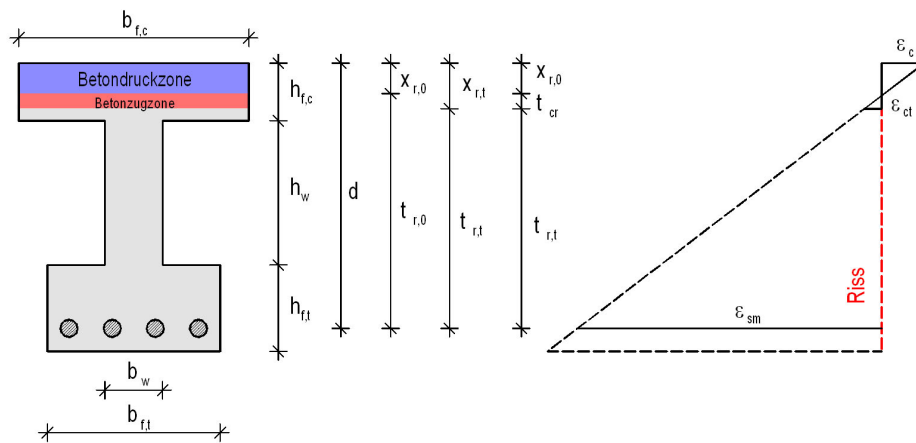


Bild 5.4: Allgemeiner Plattenbalken, Nulllinie in der Platte, Biegeriss bis in obere Platte

Fall 2: Nulllinie in Platte, Risswurzeln im Steg

Geometrie und Bezeichnungen nach Bild 5.5.

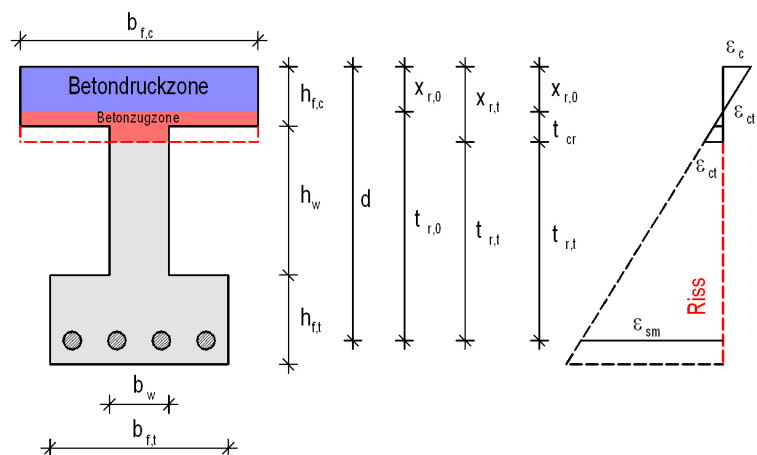


Bild 5.5: Allgemeiner Plattenbalken, Nulllinie in der Platte, Biegeriss bis in den Steg

Unter dem Ansatz $b = b_{f,c}$ können die Formeln für die Betondruckkraft und die Stahlzugkraft vom Rechteckquerschnitt übernommen werden (Gln. (5.24) und (5.31)). Von der Betonzugkraft nach Glg. (5.27) muss jedoch der „über den Querschnitt stehende“ Teil (siehe Bild 5.5) abgezogen werden.

Die Differenzkraft beträgt:

$$\Delta T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot (b_{f,c} - b_w) \cdot (\epsilon_{ct1} + \epsilon_{ct}) \cdot (x_{r,t} - h_{f,c}) \quad (5.50).$$

Aus der Geometrie folgt:

$$\epsilon_{ct1} = \frac{\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}}{t_{r,t}} \cdot (h_{f,c} - x_{r,0}) \quad (5.51).$$

Mit Glg. (5.21) wird daraus:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ct1} &= \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}}{t_{r,t}} \cdot \left(h_{f,c} - d + \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \right) \\ &= (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} - d) \cdot \frac{1}{t_{r,t}} + \varepsilon_{sm}\end{aligned}\quad (5.52).$$

Weiterhin gilt:

$$x_{r,t} = d - t_{r,t} \quad (5.53).$$

Durch Einsetzen der Gln. (5.52) und (5.53) in Glg. (5.50) ergibt sich für die Differenzkraft:

$$\Delta T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot (b_{f,c} - b_w) \cdot \left[(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} - d) \cdot \frac{1}{t_{r,t}} + \varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct} \right] \cdot (d - t_{r,t} - h_{f,c}) \quad (5.54).$$

Durch Zusammenfassen und Multiplikation mit dem Faktor $\frac{2 \cdot t_{r,t}}{E_{cm}}$, wie bei Glg. (5.33), folgt schließlich:

$$\Delta T_c^* = (b_{f,c} - b_w) \cdot \left[-(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} - d)^2 - 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (h_{f,c} - d) \cdot t_{r,t} - (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot t_{r,t}^2 \right] \quad (5.55).$$

Diese Differenzkraft ist von Glg. (5.36) abzuziehen, d. h. die Koeffizienten der quadratischen Gleichung (5.37) sind wie folgt zu verifizieren:

- aus Glg. (5.38) wird

$$\begin{aligned}A &= -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b_{f,c} - \left[-(b_{f,c} - b_w) \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \right] \\ &= -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b_w\end{aligned}\quad (5.56)$$

- aus Glg. (5.39) wird

$$\begin{aligned}B &= +2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) - \left[-(b_{f,c} - b_w) \cdot 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (h_{f,c} - d) \right] \\ &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d) \right]\end{aligned}\quad (5.57)$$

- aus Glg. (5.40) wird

$$\begin{aligned}C &= -b_{f,c} \cdot d^2 \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) - \left[-(b_{f,c} - b_w) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} - d)^2 \right] \\ &= -\left[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 \right] \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct})\end{aligned}\quad (5.58).$$

Fall 3: Nulllinie in Platte, Risswurzel in der unteren Platte

Die Geometrie und die Bezeichnungen sind *Bild 5.6* zu entnehmen.

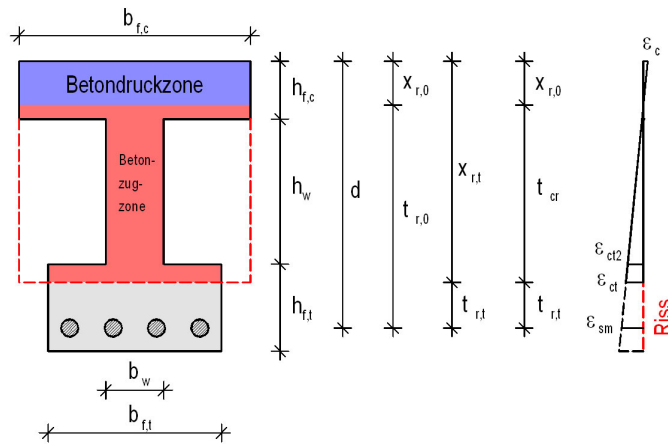


Bild 5.6: Allgemeiner Plattenbalken, Nulllinie in der Platte, Biegeriss bis in untere Platte

Der Fall 3 stellt eine Weiterführung des Falls 2 dar. Allerdings wird durch die Formelansätze im Fall 2 die Betonzugkraft im Untergurt des Trägers nicht berücksichtigt. Diese muss noch aufaddiert werden. Sie ist:

$$\Delta T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot (b_{f,t} - b_w) \cdot (\varepsilon_{ct2} + \varepsilon_{ct}) \cdot (x_{r,t} - h_{f,c} - h_w) \quad (5.59).$$

Wiederum folgt aus der Geometrie:

$$\varepsilon_{ct2} = \frac{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct})}{t_{r,t}} \cdot (h_{f,c} + h_w - x_{r,0}) \quad (5.60)$$

und somit mit Glg. (5.21)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ct2} &= \frac{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct})}{t_{r,t}} \cdot \left(h_{f,c} + h_w - d + \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} \right) \\ &= (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} + h_w - d) \cdot \frac{1}{t_{r,t}} + \varepsilon_{sm} \end{aligned} \quad (5.61).$$

Durch Einsetzen der Gln. (5.53) und (5.61) in Glg. (5.59), und durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{2 \cdot t_{r,t}}{E_{cm}}$, wie bei Glg. (5.33) bzw. (5.54), ergibt sich die Betonzugkraft im Untergurt zu:

$$\begin{aligned} \Delta T_c^* &= (b_{f,t} - b_w) \cdot \left[(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} + h_w - d) + (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot t_{r,t} \right] \cdot (d - t_{r,t} - h_{f,c} - h_w) \\ &= (b_{f,t} - b_w) \cdot \left[-(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} + h_w - d)^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (h_{f,c} + h_w - d) \cdot t_{r,t} - \right. \\ &\quad \left. - (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot t_{r,t}^2 \right] \end{aligned} \quad (5.62).$$

Damit werden die Koeffizienten entsprechend den Gleichungen (5.56), (5.57) und (5.58) zu:

$$\begin{aligned} A &= -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b_w + \left[-(b_{f,t} - b_w) \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \right] \\ &= -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b_{f,t} \end{aligned} \quad (5.63)$$

$$\begin{aligned} B &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d) \right] + \\ &\quad + \left[-(b_{f,t} - b_w) \cdot 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (h_{f,c} + h_w - d) \right] \\ &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d) + (b_w - b_{f,t}) \cdot (h_{f,c} + h_w - d) \right] \\ &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_{f,t}) \cdot (h_{f,c} - d) + (b_w - b_{f,t}) \cdot h_w \right] \end{aligned} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} C &= - \left[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 \right] \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) + \\ &\quad + \left[-(b_{f,t} - b_w) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (h_{f,c} + h_w - d)^2 \right] \\ &= - \left[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 + (b_{f,t} - b_w) \cdot (h_{f,c} + h_w - d)^2 \right] \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \end{aligned} \quad (5.65).$$

Im Folgenden wird nun der **allgemeine Plattenbalken mit Lage der Nulllinie im Steg** betrachtet. Wie oben muss wieder unterschieden werden, ob die Risswurzel im Steg oder in der unteren Platte liegt.

Fall 4: Nulllinie im Steg, Risswurzel im Steg

Die Geometrie und die Bezeichnungen werden entsprechend *Bild 5.7* gewählt.

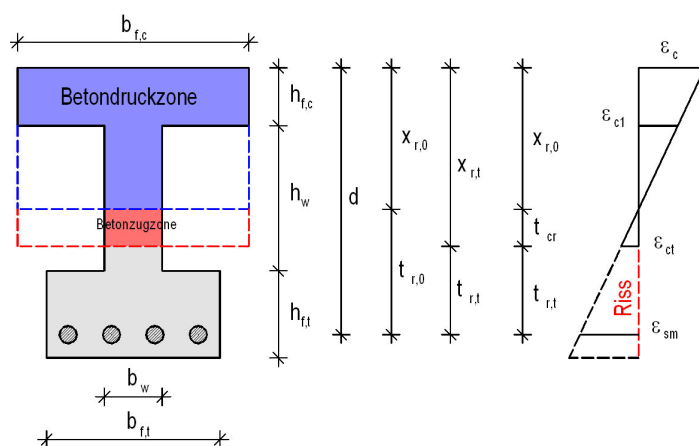


Bild 5.7: Allgemeiner Plattenbalken, Nulllinie im Steg, Biegeriss bis in den Steg

Wie bei der Berechnung für den allgemeinen Plattenbalken mit der Nulllinie in der Platte werden wiederum unter der Annahme $b = b_{f,c}$ die Formeln für den Rechteckquerschnitt zu Grunde gelegt und durch Addition oder Subtraktion der entsprechenden Werte angepasst.

Die Betondruckkraft nach Glg. (5.24) muss abgemindert werden, was heißt, der folgende Wert muss zur Glg. (5.33) addiert werden, da in Glg. (5.33) die Betondruckkraft nach Glg. (5.24) mit negativem Vorzeichen berücksichtigt wurde:

$$\Delta C_B = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{ct} \cdot (b_{f,c} - b_w) \cdot (x_{r,0} - h_{f,c}) \quad (5.66).$$

Aus der Geometrie ergibt sich:

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}}{t_{r,t}} \cdot (x_{r,0} - h_{f,c}) \quad (5.67).$$

Mit Glg. (5.21) wird Glg. (5.66) somit zu:

$$\Delta C_B = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot (b_{f,c} - b_w) \cdot \left[(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot \frac{d - h_{f,c}}{t_{r,t}} - \varepsilon_{sm} \right] \cdot \left(d - \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t} - h_{f,c} \right) \quad (5.68).$$

Durch Umformung und Multiplikation mit dem Faktor $\frac{2 \cdot t_{r,t}}{E_{cm}}$, wie bei Glg. (5.33), folgt schließlich:

$$\Delta C_B^* = (b_{f,c} - b_w) \cdot \left[(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (d - h_{f,c})^2 - 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (d - h_{f,c}) \cdot t_{r,t} + \frac{\varepsilon_{sm}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t}^2 \right] \quad (5.69).$$

Von der Betonzugkraft nach Glg. (5.27) und damit auch von Glg. (5.33) ist der Anteil

$$\Delta T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{ct} (b_{f,c} - b_w) \cdot t_{cr} \quad (5.70)$$

zu subtrahieren. Mit Glg. (5.26) und durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{2 \cdot t_{r,t}}{E_{cm}}$, wie bei Glg. (5.33), wird daraus:

$$\Delta T_c^* = (b_{f,c} - b_w) \cdot \frac{\varepsilon_{ct}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot t_{r,t}^2 \quad (5.71).$$

Durch Addition der Glg. (5.69) und Subtraktion der Glg. (5.71) zur Glg. (5.36) folgt für die Koeffizienten der Glg. (5.37) entsprechend den Gleichungen (5.38), (5.39) und (5.40):

$$\begin{aligned} A &= -(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot b_{f,c} + \frac{\varepsilon_{sm}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot (b_{f,c} - b_w) - \frac{\varepsilon_{ct}^2}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}} \cdot (b_{f,c} - b_w) \\ &= -(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot b_w \end{aligned} \quad (5.72)$$

$$\begin{aligned} B &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + \left[-(b_{f,c} - b_w) \cdot 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot (d - h_{f,c}) \right] \\ &= 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d) \right] \end{aligned} \quad (5.73)$$

$$\begin{aligned} C &= -b_{f,c} \cdot d^2 \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) + \left[(b_{f,c} - b_w) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot (d - h_{f,c})^2 \right] \\ &= -\left[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 \right] \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \end{aligned} \quad (5.74).$$

Diese Koeffizienten entsprechen den Koeffizienten im Fall 2, siehe Glg. (5.56), (5.57) und (5.58). Das heißt, es besteht in der quadratischen Gleichung und ihrer Lösung kein Unterschied zwischen Fall 2 und Fall 4.

Fall 5: Nulllinie im Steg, Risswurzel in der unteren Platte

Geometrie und Bezeichnungen entsprechend *Bild 5.8*:

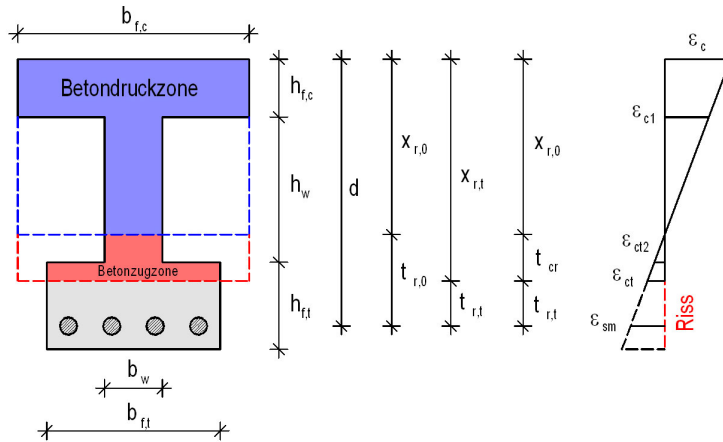


Bild 5.8: Allgemeiner Plattenbalken, Nulllinie im Steg, Biegeriss bis in untere Platte

Analog der Vorgehensweise im Fall 3 muss hier zu den Kräften des Falls 4 die Betonzugkraft im Untergurt des Trägers addiert werden. Diese Kraft beträgt:

$$\Delta T_c = \frac{1}{2} \cdot E_{cm} \cdot (b_{f,t} - b_w) \cdot (\epsilon_{ct2} + \epsilon_{ct}) \cdot (x_{r,t} - h_{f,c} - h_w) \quad (5.75),$$

und entspricht somit der zusätzlichen Kraft im Fall 3, siehe Glg. (5.59). Da, wie oben gezeigt, der Fall 4 dem Fall 2 entspricht, ist der hier zu untersuchende Fall 5 gleich dem oben berechneten Fall 3. Das heißt, die Lage der Nulllinie hat keinen Einfluss auf die Lösung der quadratischen Gleichung zur Bestimmung der Risstiefe.

Zusammenfassung der betrachteten Fälle

Zusammenfassend kann man also sagen, dass auf die genaue Bestimmung der Risstiefe nur die Lage der Risswurzel einen Einfluss hat, und es lassen sich folgende Koeffizienten festlegen:

- Risswurzel in der oberen Platte:

$$A = -(\epsilon_{sm} + \epsilon_{ct}) \cdot b_{f,c} \quad (5.76)$$

$$B = +2 \cdot \epsilon_{sm} \cdot b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) \quad (5.77)$$

$$C = -b_{f,c} \cdot d^2 \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) \quad (5.78)$$

- Risswurzel im Steg:

$$A = -(\epsilon_{sm} + \epsilon_{ct}) \cdot b_w \quad (5.79)$$

$$B = 2 \cdot \epsilon_{sm} \cdot [b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)] \quad (5.80)$$

$$C = -[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2] \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) \quad (5.81)$$

- Risswurzel in der unteren Platte:

$$A = -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot b_{f,t} \quad (5.82)$$

$$B = 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left[b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_{f,t}) \cdot (h_{f,c} - d) + (b_w - b_{f,t}) \cdot h_w \right] \quad (5.83)$$

$$C = - \left[b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 + (b_{f,t} - b_w) \cdot (h_{f,c} + h_w - d)^2 \right] \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \quad (5.84).$$

Allgemein lassen sich die Koeffizienten damit folgendermaßen ausdrücken:

$$A = -(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot A^* \quad (5.85)$$

$$B = 2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot B^* \quad (5.86)$$

$$C = -(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot C^* \quad (5.87).$$

Damit wird die Lösung der quadratischen Gleichung entsprechend Glg. (5.37) und unter Berücksichtigung der Untersuchung beim Rechteckquerschnitt bezüglich des Vorzeichens der Wurzel zu:

$$t_{r,t} = \frac{-2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot B^* + \sqrt{(2 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot B^*)^2 - 4 \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot A^* \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ct}) \cdot C^*}}{-2 \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}) \cdot A^*} \quad (5.88).$$

Durch Zusammenfassen und Umformen wird daraus:

$$t_{r,t} = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{ct}} \cdot \left[\frac{B^*}{A^*} - \sqrt{\left(\frac{B^*}{A^*}\right)^2 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{sm}}\right)^2\right]} \cdot \frac{C^*}{A^*} \right] \quad (5.89).$$

Die Faktoren A^* , B^* und C^* ergeben sich je nach Lage der Risswurzel entsprechend den Gleichungen (5.76) bis (5.84) zu:

- Risswurzel in der oberen Platte:

$$A^* = b_{f,c} \quad (5.90)$$

$$B^* = b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) \quad (5.91)$$

$$C^* = b_{f,c} \cdot d^2 \quad (5.92)$$

- Risswurzel im Steg:

$$A^* = b_w \quad (5.93)$$

$$B^* = b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d) \quad (5.94)$$

$$C^* = b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 \quad (5.95)$$

- Risswurzel in der unteren Platte:

$$A^* = b_{f,t} \quad (5.96)$$

$$B^* = b_{f,c} \cdot d \cdot (\alpha_r \cdot \alpha_e \cdot \rho + 1) + (b_{f,c} - b_{f,t}) \cdot (h_{f,c} - d) + (b_w - b_{f,t}) \cdot h_w \quad (5.97)$$

$$C^* = b_{f,c} \cdot d^2 - (b_{f,c} - b_w) \cdot (h_{f,c} - d)^2 + (b_{f,t} - b_w) \cdot (h_{f,c} + h_w - d)^2 \quad (5.98).$$

Der Rechteckquerschnitt mit $b = b_{f,c} = b_w = b_{f,t}$ ist nur ein Sonderfall des Plattenbalkens und man sieht, dass sich, egal wo die Risswurzel liegt, immer die Faktoren für die Lage der Risswurzel in der oberen Platte entsprechend Gl. (5.90), (5.91) und (5.92) ergeben.

Zur Berechnung der Faktoren B^* sind neben den geometrischen Größen noch der Bewehrungsgrad ρ sowie die Beiwerte α_r und α_e zu ermitteln.

Der Bewehrungsgrad ρ ergibt sich analog Gl. (5.35) zu:

$$\rho = \frac{A_s}{b_{f,c} \cdot d} \quad (5.99)$$

mit A_s : Querschnittsfläche der Bewehrung.

Der Beiwert α_e ist nach Gl. (5.30):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (5.100)$$

mit E_s : E-Modul des Betonstahls
 E_{cm} : mittlerer E-Modul des Betons.

Der Beiwert α_r wurde in Gl. (5.29) definiert zu:

$$\alpha_r = \frac{\bar{E}_t}{E_s}$$

Aus Gleichgewichtsgründen muss gelten:

$$\sigma_{sm} = \varepsilon_{sm} \cdot \bar{E}_t = \sigma_{s2} \quad \text{und damit} \quad \bar{E}_t = \frac{\sigma_{s2}}{\varepsilon_{sm}} \quad (5.101).$$

Somit folgt für α_r :

$$\alpha_r = \frac{\sigma_{s2}}{\varepsilon_{sm} \cdot E_s} \quad (5.102)$$

mit E_s : E-Modul des Betonstahls
 σ_{s2} nach Gl. (5.106)
 ε_{sm} nach Gl. (5.105).

Weiterhin müssen zur Ermittlung der Risstiefe noch die mögliche Betonzugdehnung ε_{ct} und die mittlere Stahldehnung ε_{sm} bekannt sein.

Die mögliche Betonzugdehnung ε_{ct} beträgt, wie bereits oben beschrieben,

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \quad (5.103).$$

Die mittlere Stahldehnung ε_{sm} kann nach [5.1] folgendermaßen berechnet werden:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \cdot \text{eff } \rho} \quad (5.104).$$

Für diese Formel werden in [5.1] jedoch ein abgeschlossenes Rissbild und der maximale Rissabstand $s_{r,max}$ vorausgesetzt, da davon ausgegangen wird, dass zwischen zwei Rissen, durch die Verbundwirkung zwischen Beton und Betonstahl, in der mitwirkenden Betonzugzone genau wieder die Betonzugfestigkeit erreicht wird, was nur bei maximalem Rissabstand der Fall ist. Bei einem geringeren Rissabstand kann sich auf Grund der fehlenden Verbundlänge nur ein Teil der Betonzugfestigkeit aufbauen. Geht man nun von einer konstanten Verbundwirkung zwischen Beton und Betonstahl aus, ergibt sich, dass beim minimalen Rissabstand $s_{r,min}$, der, wie im *Abschnitt 5.1* beschrieben, halb so groß ist wie der maximale Rissabstand, auch nur die halbe Betonzugfestigkeit erreicht werden kann.

Glg. (5.104) kann somit verallgemeinert werden zu:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,4 \cdot \frac{\alpha_{sr} \cdot f_{ct,eff}}{E_s \cdot \text{eff } \rho} \quad (5.105)$$

mit $\alpha_{sr} = \begin{cases} 1 & \text{für } s_{r,max} \\ 0,5 & \text{für } s_{r,min} \end{cases}$ nach Glg. (5.5),

$$\sigma_{s2} = \frac{1}{A_s} \cdot \left(\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \right) \quad (5.106)$$

mit A_s : Querschnittsfläche der Bewehrung

M_{Eds} , N_{Ed} : Schnittgrößen am betrachteten Schnitt ($\gamma = 1,0$)

z : Hebelarm der inneren Kräfte aus der Biegebemessung, da die Formeln zur Rissbreitenberechnung nach [0.1] und [5.1] auf diesen ausgerichtet sind,

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} \geq 3,0 \text{ MN/m}^2 \text{ nach [0.1]} \quad (5.107),$$

$$\text{eff } \rho = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (5.108)$$

mit $A_{c,eff}$ nach Glg. (5.8),

E_s : E-Modul des Betonstahls.

Im Folgenden ist in *Bild 5.9* exemplarisch die rechnerisch ermittelte Risstiefenverteilung für den von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] untersuchten Balken 14/1 grafisch dargestellt. Sie wurde unter der Annahme des maximalen Rissabstandes mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms berechnet. Im *Bild 5.10* ist die Risstiefenverteilung für den selben Träger unter einer Einzellast in Feldmitte abgebildet. *Bild 5.11* und *Bild 5.12* zeigen schließlich noch die Risstiefenverteilung eines Zweifeldträgers analog dem Balken 14/1 (Stützweite, Querschnitt etc.), gleichfalls unter Gleichlast bzw. einer Einzellast in Feldmitte, wobei hier nur das halbe System dargestellt ist.

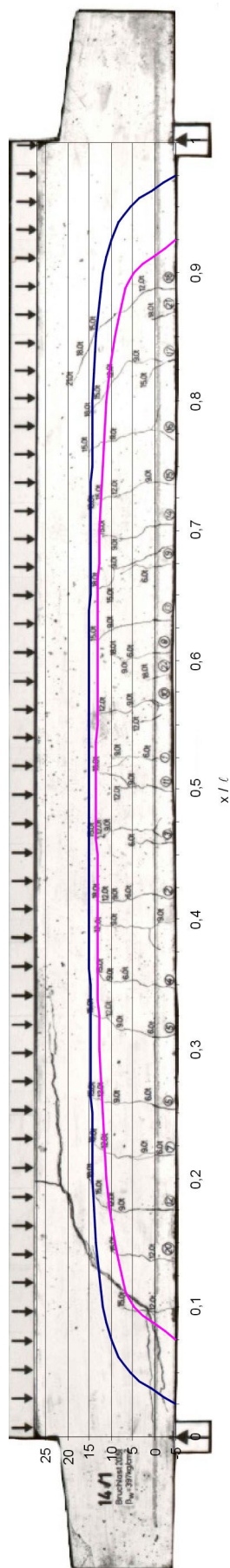


Bild 5.9: Rissstiefenverteilung für den Balken 14/1 aus [2.4] unter voller und halber Bruchlast

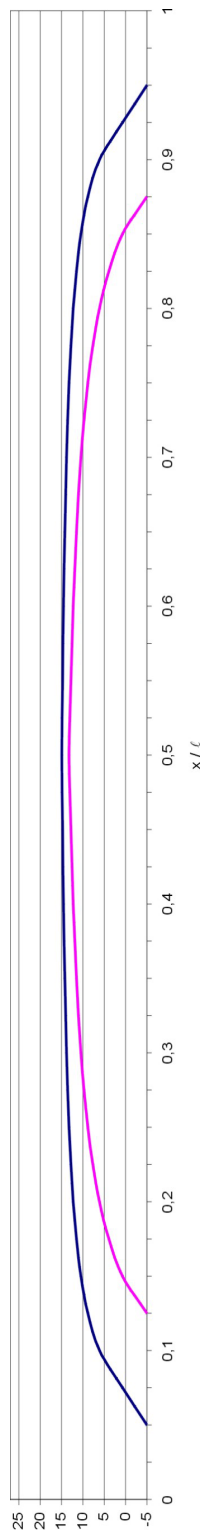


Bild 5.10: Rissstiefenverteilung für einen Balken analog Balken 14/1 aus [2.4] unter Einzellast in Feldmitte (Lasten ergeben volles bzw. halbes Bruchmoment des Balkens 14/1)

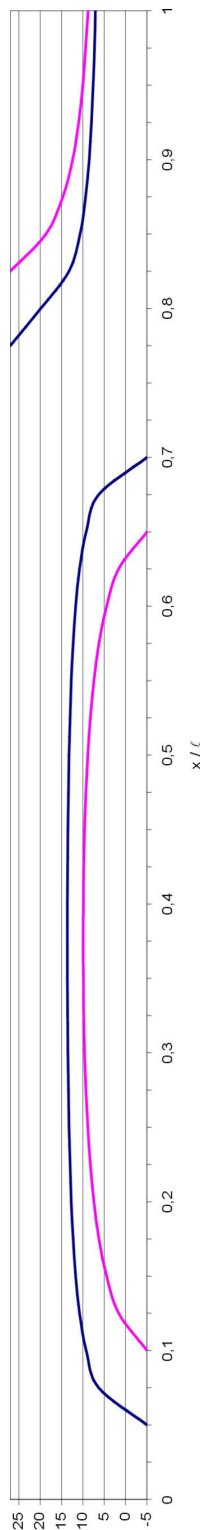


Bild 5.11: Rissstiefenverteilung für einen Zweifeldträger (Feldweite wie Balken 14/1 aus [2.4]) unter Gleichlast

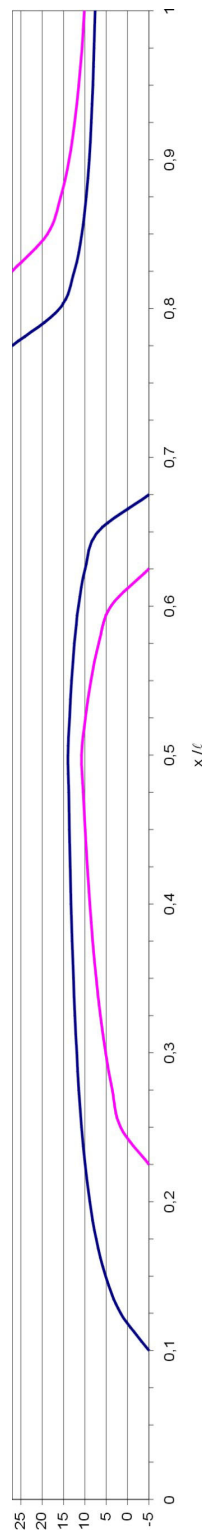


Bild 5.12: Rissstiefenverteilung für einen Zweifeldträger (Feldweite wie Balken 14/1 aus [2.4]) unter Einzellast in Feldmitte

Die Berechnungen mit Gleichlast wurden für die volle und die halbe Bruchlast durchgeführt. Die Einzellast wurde so gewählt, dass sie das Bruchmoment des Querschnitts erzeugt. Diese Last wurde ebenfalls voll und zur Hälfte angesetzt.

Die Betonfestigkeit wurde mit $f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w = 0,8 \cdot 39,7 = 31,76 \text{ MN/m}^2$ berücksichtigt. Die weiteren Materialkennwerte ergeben sich damit aus [0.1].

Die für den Balken 14/1 errechneten Risstiefen (*Bild 5.9*) stimmen überwiegend recht gut mit den Risstiefen des Versuchskörpers überein.

5.3 Grenztragfähigkeit im Zustand II.1

Bei der Bestimmung der Grenztragfähigkeit im Zustand II.1 wird das im *Kapitel 4* aufgezeigte Modell der schräg verlaufenden Stegkräfte, hier bezeichnet mit T_{w1} und C_{w1} , zugrundegelegt, das, wie dort auch gezeigt wurde, in zahlreichen dokumentierten Versuchen abgelesen werden kann.

Auf Grund der Biegerisse kann sich das kontinuierliche Geflecht von Zug- und Druckstreben nicht mehr ungehindert ausbilden. Es stellen sich folglich, wie in *Kapitel 4* beschrieben, sich kreuzende Zug- und Druckstreben innerhalb der Rissfelder ein.

Im Folgenden wird nun angenommen, dass die Resultierenden der Stegkräfte durch die Mittelpunkte der über den Biegerissen verbleibenden Betonzonen laufen. Nach Auswertung von FE-Berechnungen müsste man, wie wiederum im *Kapitel 4* beschrieben, davon ausgehen, dass die Resultierenden der Stegkräfte knapp an der Risswurzel vorbeilaufen. Wie dort jedoch auch schon beschrieben, kann man davon ausgehen, dass direkt oberhalb der Risswurzel das linearelastische Werkstoffverhalten, das die Grundlage für die FE-Berechnungen bildet, auf Grund der u. a. von *Zink* in [4.1] dargestellten Bruchprozesszone, nicht mehr gilt. Folglich scheint die Annahme, dass die Resultierenden der Stegkräfte durch die Mittelpunkte der über den Biegerissen verbleibenden Betonzonen laufen, sinnvoll und vertretbar. Es ergibt sich damit ein Kräfteverlauf entsprechend *Bild 5.13*.

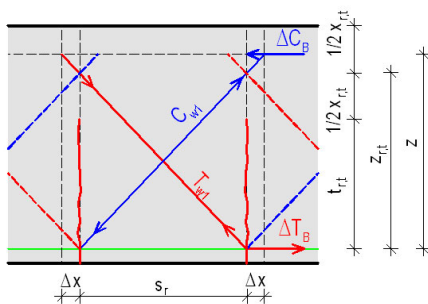


Bild 5.13: Kräfteverlauf zum Gleichgewicht eines Rissfeldes im Zustand II.1

Durch die Annahme, dass die Resultierenden der Stegkräfte durch die Mittelpunkte der Betonzonen oberhalb der Risse laufen, entsteht in der Betondruckzone ein Versatz zwischen den Stegkräften und der Gurtdifferenzkraft ΔC_B . Da die Umlenkung der Stegkräfte in einem größeren Bereich stattfindet, ist dieser Versatz durchaus plausibel und wird im Weiteren rechnerisch berücksichtigt. Der Kräfteverlauf nach *Bild 5.13* kann also entsprechend *Bild 5.14* verifiziert werden.

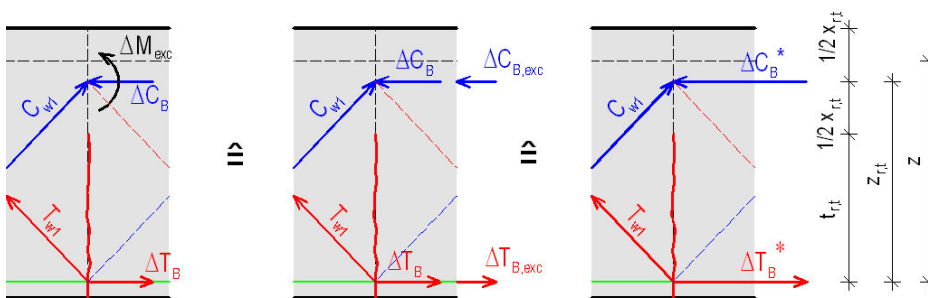


Bild 5.14: Verifizierter Kräfteverlauf zum Gleichgewicht eines Rissfeldes im Zustand II.1

Entsprechend *Abschnitt 2.3*, Glg. (2.17), folgt für die Gurtdifferenzkräfte

$$\Delta T_B = -\Delta C_B = \frac{V \cdot \Delta x}{z} \quad (5.109),$$

wobei hier nun Δx durch den Rissabstand s_r vorgegeben ist. Äußere Auflasten werden auch hier nicht berücksichtigt, da ihr Einfluss auf Grund der im Stahlbetonbau üblichen, relativ kleinen Rissabstände vernachlässigbar klein ist. Somit gilt:

$$\Delta T_B = -\Delta C_B = \frac{V \cdot s_r}{z} \quad (5.110).$$

Das Versatzmoment ΔM_{exc} hat die Größe

$$\Delta M_{\text{exc}} = \Delta C_B \cdot (z - z_{r,t}) = V \cdot s_r \cdot \left(1 - \frac{z_{r,t}}{z}\right) \quad (5.111),$$

woraus sich für die Gurtdifferenzkräfte folgende Zusatzkraft ergibt:

$$\Delta T_{B,\text{exc}} = -\Delta C_{B,\text{exc}} = \frac{\Delta M_{\text{exc}}}{z_{r,t}} = V \cdot s_r \cdot \left(\frac{1}{z_{r,t}} - \frac{1}{z}\right) \quad (5.112).$$

Damit berechnen sich die verifizierten Gurtdifferenzkräfte zu:

$$\Delta T_B^* = -\Delta C_B^* = \Delta T_B + \Delta T_{B,\text{exc}} = V \cdot s_r \cdot \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z_{r,t}} - \frac{1}{z}\right) = \frac{V \cdot s_r}{z_{r,t}} \quad (5.113).$$

Wie im *Abschnitt 2.3* beschrieben, stehen die Horizontalkomponenten der Stegkräfte mit den Gurtdifferenzkräften im Gleichgewicht und es folgt:

$$T_{w1,h} = -C_{w1,h} = \frac{1}{2} \cdot \Delta T_B^* = \frac{V \cdot s_r}{2 \cdot z_{r,t}} \quad (5.114).$$

Aus der Geometrie entsprechend *Bild 5.13* können die Stegkräfte somit folgendermaßen berechnet werden:

$$\frac{T_{w1}}{T_{w1,h}} = \frac{\sqrt{z_{r,t}^2 + s_r^2}}{s_r} \Rightarrow T_{w1} = \frac{\sqrt{z_{r,t}^2 + s_r^2}}{s_r} \cdot T_{w1,h} \quad (5.115).$$

Durch Einsetzen der Glg. (5.114) und Umformung erhält man schließlich:

$$T_{w1} = -C_{w1} = \frac{V}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{s_r^2}{z_{r,t}^2}} \quad (5.116).$$

Auffällig an dieser Gleichung für die Stegkräfte ist, dass, je steiler sie werden, ihre Größe abnimmt, was eigentlich der geometrischen Anschauung widerspricht. Man muss jedoch beachten, dass ein steilerer Verlauf der Stegkräfte aus einem größeren Hebelarm $z_{r,t}$ oder einem kleineren Rissabstand s_r herrührt, und damit die Gurtdifferenzkräfte nach Glg. (5.113), die der Berechnung der Stegkräfte zugrunde liegen, kleiner werden.

Eine andere Betrachtungsmöglichkeit ist die Erklärung über die Vertikalkraftkomponenten. Aus Gleichgewichtsgründen muss gelten:

$$T_{w1,v} = -C_{w1,v} = \frac{V}{2} \quad (5.117).$$

Da dieser Vertikalkraftanteil bei gleichem V konstant bleibt, müssen die Stegkräfte, wenn sie steiler werden, kleiner werden, vergleiche *Bild 5.15*.

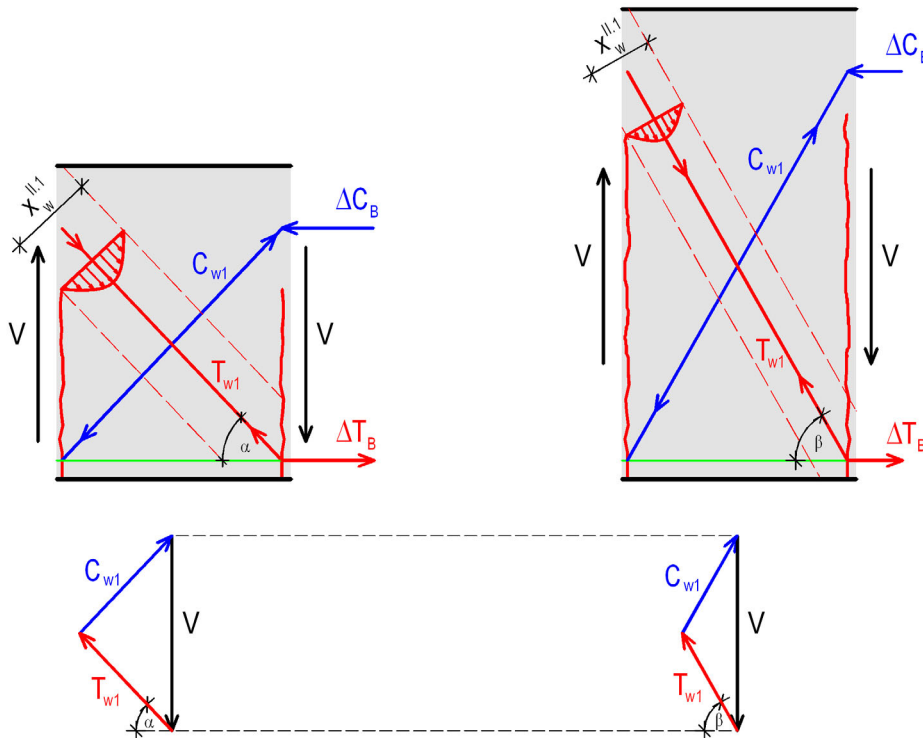


Bild 5.15: GröÙe der Stegzugstrebe in Abhängigkeit von ihrer Neigung

Dennoch wird die Stegbeanspruchung (Stegspannung) mit zunehmender Risstiefe größer, da die Spannungsfläche für die Stegkräfte abnimmt, welche linear von der Breite $x_w^{II,1}$ abhängt, die bei steilerer Neigung deutlich kleiner wird (siehe auch *Bild 5.15*).

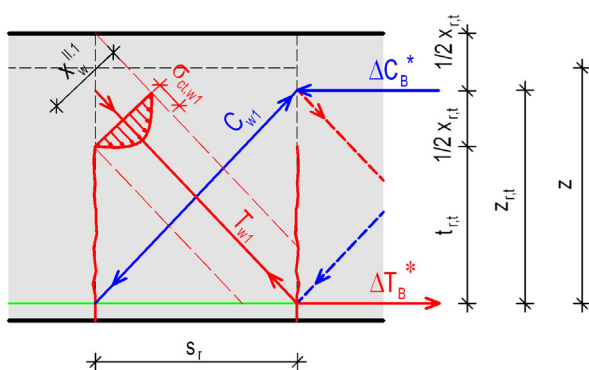


Bild 5.16: Verifizierter Kräfte- und Spannungsverlauf eines Rissfeldes

Für die aus diesen Stegkräften resultierenden Spannungen wird eine parabolische Verteilung angenommen. Diese Annahme wird durch das *Bild 5.18* (qualitativ) bestätigt. Hier ist exemplarisch der Spannungsverlauf in der schrägen Richtung entlang eines Schnittes aus einer FE-Berechnung an einem Balkenelement dargestellt. Das Element ist schräg eingegeben, da programmbedingt nur die Ausgabe von Spannungen in der x - oder z -Richtung möglich ist. In *Bild 5.17* wird vorab der Verlauf der Hauptspannungen für ein solches Balkenelement gezeigt.

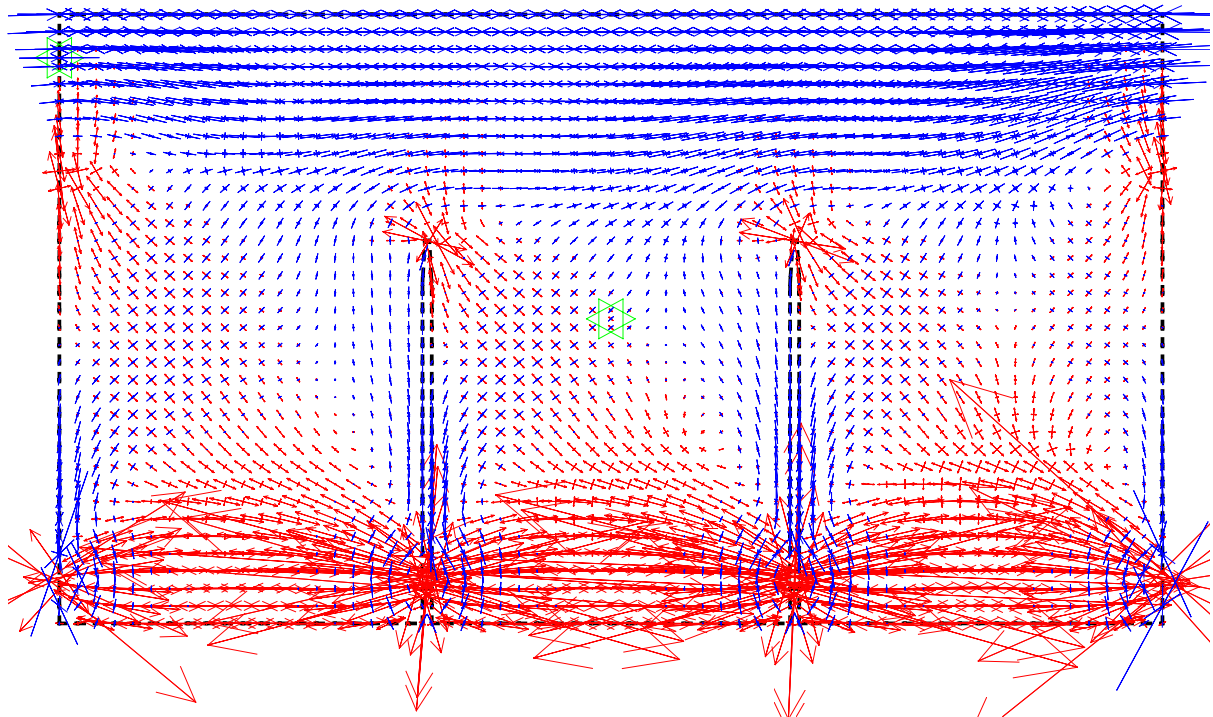


Bild 5.17: Verlauf der Hauptspannungen in einem gerissenen Balkenelement

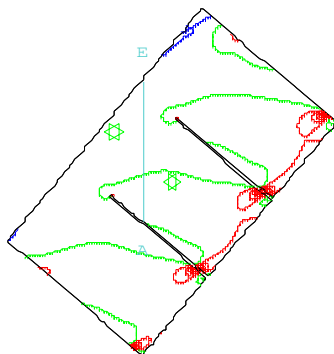
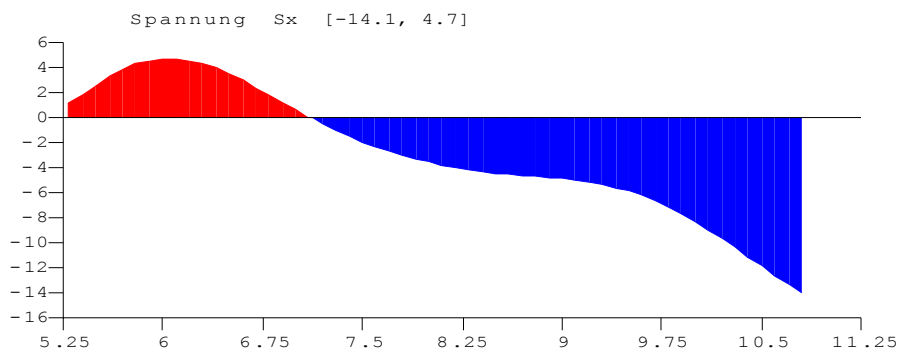


Bild 5.18: Verlauf der Spannungen in x-Richtung im angegebenen Schnitt A - E

Der Vollständigkeit halber muss jedoch gesagt werden, dass sich auf Grund des Ansatzes eines linearelastischen Werkstoffverhaltens in den FE-Berechnungen die Spannungen zur Risswurzel hin konzentrieren, was in *Bild 5.19* dargestellt ist. In Wirklichkeit wird sich der Beton im Bereich nahe der Risswurzel allerdings nicht linearelastisch verhalten, sondern wird

eher in einen plastischen Zustand übergehen, wie beispielsweise von *Zink* in [4.1] erörtert, so dass diese Spannungen an der Risswurzel in Wirklichkeit tendenziell sehr klein sind und sich erst mit zunehmender Entfernung von der Risswurzel größere Werte einstellen können. Somit erscheint der Ansatz eines parabolischen Spannungsverlaufes, wie in *Bild 5.16* dargestellt, durchaus plausibel. Letztlich kommt es auch nur darauf an, den Riss auslösenden Maximalwert der Stegzugspannungen zu erfassen. Bei Annahme der parabolischen Verteilung wird er 1,5 Mal so groß wie gleichmäßig verteilte Spannungen über die zur Verfügung stehende Fläche.

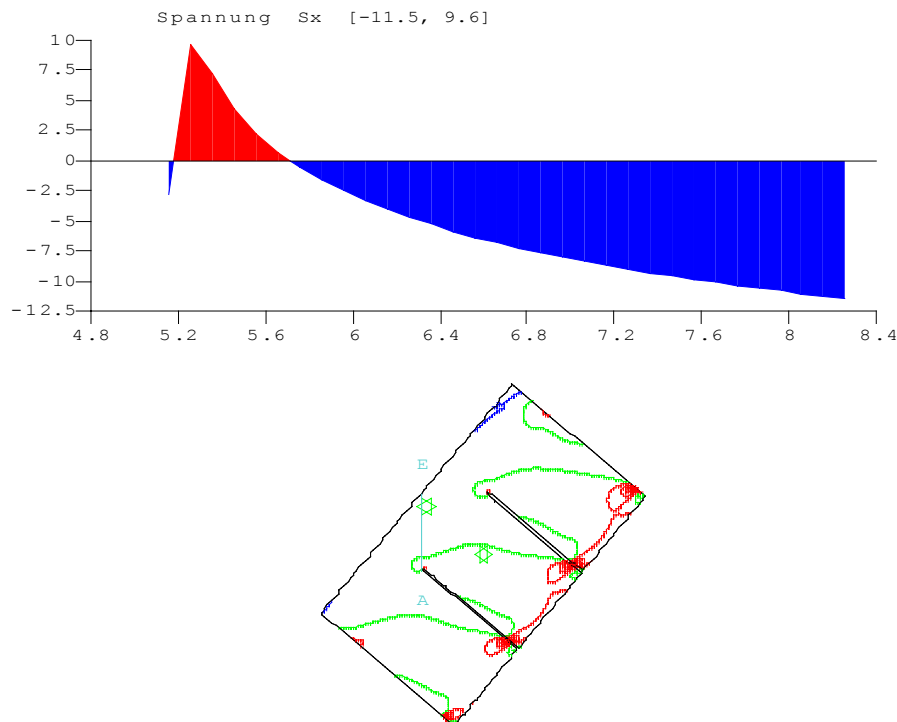


Bild 5.19: Verlauf der Spannungen in x-Richtung im angegebenen Schnitt A - E an der Risswurzel

Die Breite $x_w^{ll,1}$ der schrägen Zugzone wird entsprechend *Bild 5.16* angenommen. Aus der Geometrie folgt dann:

$$x_w^{ll,1} = \frac{s_r}{\sqrt{s_r^2 + z_{r,t}^2}} \cdot x_{r,t} \quad (5.118).$$

Bei dem oben beschriebenen parabolischen Ansatz der Spannungsverteilung ergibt sich somit:

$$T_{w1} = \frac{2}{3} \cdot x_w^{ll,1} \cdot \sigma_{ct,w1} \cdot b_w = \frac{2}{3} \cdot \frac{s_r}{\sqrt{s_r^2 + z_{r,t}^2}} \cdot x_{r,t} \cdot \sigma_{ct,w1} \cdot b_w \quad (5.119).$$

Durch Einsetzen der Glg. (5.116) und Umformung lässt sich der Maximalwert der auftretenden Zugspannung $\sigma_{ct,w1}$ dann folgendermaßen berechnen:

$$\frac{V}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{s_r^2}{z_{r,t}^2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{s_r}{\sqrt{s_r^2 + z_{r,t}^2}} \cdot x_{r,t} \cdot \sigma_{ct,w1} \cdot b_w \quad (5.120)$$

$$\Rightarrow \sigma_{ct,w1} = \frac{3}{4 \cdot x_{r,t} \cdot b_w} \cdot \left(\frac{s_r}{z_{r,t}} + \frac{z_{r,t}}{s_r} \right) \cdot V \quad (5.121),$$

$$\text{mit } x_{r,t} = d - t_{r,t} = 2 \cdot (d - z_{r,t}) \quad (5.122)$$

$$\text{und } z_{r,t} = t_{r,t} + \frac{1}{2} \cdot x_{r,t} = \frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t}) \quad (5.123).$$

Umgekehrt lässt sich aus dieser Formel bei Vorgabe einer Bemessungsbetonzugspannung $f_{ctd,w}$ auch der Bemessungswert der rissauslösenden Grenzquerkraft $V_{Rd,ct,w1}$ eines Tragwerks bestimmen:

$$V_{Rd,ct,w1} = \frac{4}{3} \cdot b_w \cdot x_{r,t} \cdot \frac{s_r \cdot z_{r,t}}{s_r^2 + z_{r,t}^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (5.124).$$

Zu beachten ist bei dieser Formel jedoch, dass in den Faktoren $x_{r,t}$ und $z_{r,t}$ die Biegerisstiefe $t_{r,t}$ und damit das Biegemoment enthalten ist [siehe Gln. (5.122) und (5.123)]. Die in *Abschnitt 5.2* hergeleitete Beziehung für die Biegerisstiefe, Glg. (5.89) ff, hier zu berücksichtigen, wäre jedoch mathematisch sehr aufwendig und nur durch die Einbeziehung der Differentialgleichung für die Momenten-Querkraft-Beziehung möglich. Außerdem ist gerade in Hinblick auf die Bemessung eines Tragwerks üblicher Weise eine Belastung vorgegeben, mit der man das Moment und damit die zugehörige Biegerisstiefe z. B. nach *Abschnitt 5.2* ermitteln kann. Bei Ansatz dieser Biegerisstiefe liegt die hier entwickelte Glg. (5.124) für die Grenzquerkraft auf der sicheren Seite. Aus diesen Gründen wird hier auf die Ausarbeitung der komplexen Gleichung unter Einbeziehung der Risstiefenbestimmung nach *Abschnitt 5.2* verzichtet.

Für den **Rechteckquerschnitt** lässt sich mit der vereinfachten Schreibweise zur Berechnung der Risstiefe nach Glg. (5.49), $t_{r,t} = k_t \cdot d$, sowie Glg. (5.122) und Glg. (5.123) die Glg. (5.124) folgendermaßen ausdrücken:

$$V_{Rd,ct,w1} = \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot s_r \cdot \frac{d^2 \cdot (1 - k_t^2)}{s_r^2 + \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot (1 + k_t)^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (5.125).$$

Durch Umformung wird daraus:

$$V_{Rd,ct,w1} = \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot s_r \cdot \frac{1 - k_t^2}{\left(\frac{s_r}{d}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot (1 + k_t)^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (5.126).$$

Im Folgenden wird nun das hier entwickelte Berechnungsmodell beispielhaft auf den von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] untersuchten Balken 14/1 unter der Bruchlast von $q = 71,3 \text{ kN/m}$ und dem daraus resultierenden Biegeerdsstiefenverlauf angewandt. Sicherheitsfaktoren werden nicht angesetzt ($\gamma_c = \gamma_Q = 1,0$) und die Auflagerbreite wird hier vernachlässigt. Die rechnerischen Grenzquerkräfte $V_{R,ct,w1}$ im Zustand II.1 werden in den folgenden Bildern für verschiedene Ansätze der Betonzugfestigkeit $f_{ct,w}$ grafisch aufgetragen. Es wird einmal die 95%-Fraktile $f_{ctk;0,95}$, einmal die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} und einmal die 5%-Fraktile $f_{ctk;0,05}$ angesetzt. Zusätzlich sind noch die nach [0.1] ohne Querkraftbewehrung aufnehmbare Querkraft $V_{R,ct}$, die man durch Multiplikation der Bemessungsquerkraft $V_{Rd,ct}$ [nach Gleichung (70) der Norm] mit dem - in dieser Gleichung verdeckt enthaltenen - Sicherheitsfaktor für unbewehrten Beton erhält (hier mit 1,8 berücksichtigt), sowie der Verlauf der im Versuch erreichten Bruchquerkraft V_u dargestellt. Dieser Verlauf wird ab dem Abstand d vom Auflager, zum Auflager hin, dergestalt verifiziert, dass er von hier linear zum Auflager hin auf Null abnimmt, da in diesem D-Bereich, wie bereits erläutert, ein Druckgewölbe vom Druckgurt zum Auflager führt. In den *Bildern* 5.20 und 5.21 sind die Ergebnisse einmal für den minimalen Rissabstand $s_{r,min}$ und einmal für den maximalen Rissabstand $s_{r,max}$ dargestellt.

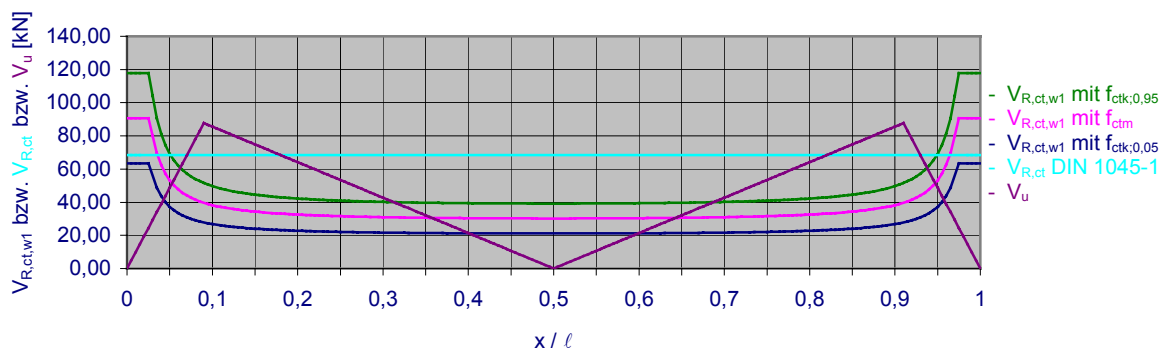


Bild 5.20: Errechnete Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bei Ansatz von $s_{r,min}$

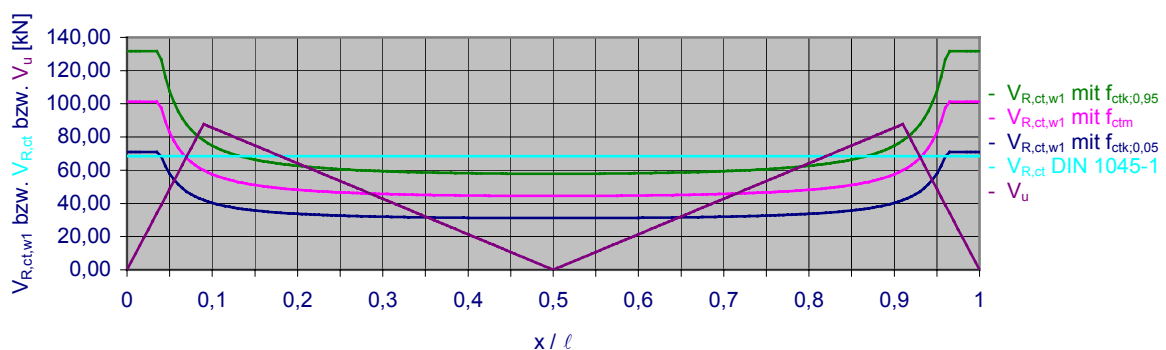


Bild 5.21: Errechnete Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bei Ansatz von $s_{r,max}$

In den *Bildern* 5.20 und 5.21 sieht man gut, dass die rechnerisch aufnehmbare Querkraft nach DIN 1045-1 [0.1] im Bereich um $x = 0,1 \ell$ doch deutlich kleiner ist, als die tatsächlich vorhandene Bruchlast. Es ist auch auffällig, dass die rechnerischen Grenzquerkräfte im Zustand II.1 nach dem hier hergeleiteten Tragmodell in weiten Teilen nochmals kleiner sind als diejenige nach DIN 1045-1. Dies ist jedoch nicht überraschend, da hier lediglich der Zustand II.1 untersucht wird, in dem die zum Versagen führende Stegrissentwicklung erst beginnt. In den weiteren Zwischenzuständen, in denen sich die Stegrisse weiter entwickeln

bis hin zum Versagen des Tragwerks, ist selbstverständlich noch eine entsprechende Laststeigerung möglich. Weiterhin lässt sich in den Bildern auch schön die Abhängigkeit des vorgestellten Tragmodells von der Verteilung der Risstiefen (vergleiche *Bilder 5.9 bis 5.12*), sowie die starke Abhängigkeit von der Annahme des Rissabstandes erkennen.

Bei einer genaueren Untersuchung des Rissbildes des Balkens 14/1, der im *Bild 5.22* dargestellt ist, kann man feststellen, dass die ersten Stegrisse, die sich durch ihre Neigung von den etwa vertikal verlaufenden Biegerissen unterscheiden und aus einem Biegeriss hervorgehen, bei den Laststufen von ca. 9,0 to bis ca. 12,0 to entstehen. Diese Laststufen stellen ca. 45 % bis ca. 60 % der Bruchlast von 20,5 to dar. Die aufnehmbare Querkraft ohne Sicherheitsfaktor im Abstand d vom Auflager nach [0.1], dortige Gl. (70), beträgt für diesen Balken 69,1 kN, was in etwa einer Gleichlast von $q = 56,3$ kN/m und damit ca. 79 % der tatsächlichen Bruchlast von $q = 71,3$ kN/m entspricht. Das Bemessungsmodell nach [0.1] führt also zu Querkrafttragfähigkeiten des Steges, bei denen bereits die Anfangsstufen der kritischen Stegrissbildung überschritten werden können. Die Standsicherheit ist auf Grund der möglichen Laststeigerung in den weiteren Stegrisszuständen natürlich gegeben, es ist jedoch mit der Bildung besagter Stegrisse zu rechnen.

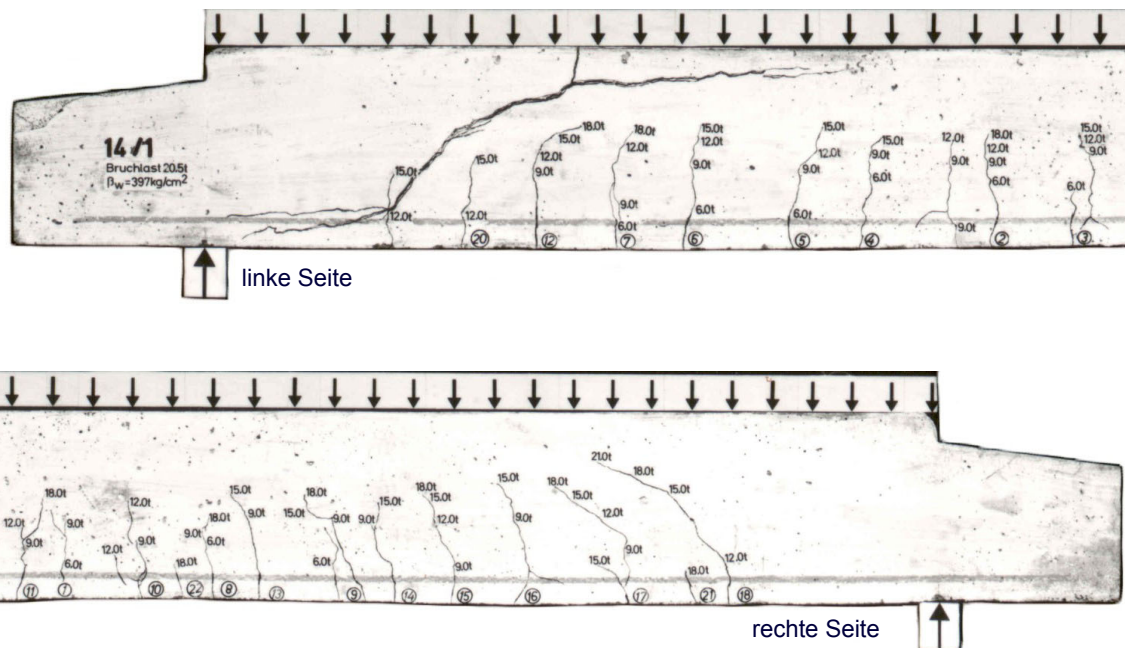


Bild 5.22: Balken 14/1 aus [2.4]

Zum Vergleich des hier entwickelten Tragmodells für den Zustand II.1 mit dem tatsächlichen Auftreten der ersten Stegrisse wird die Belastung in der oben erläuterten Berechnung - und damit der Biegemomentenverlauf, respektive die Biegerisstiefen, und die Querkraft - iterativ so verifiziert, dass die vorhandene Querkraft V_E gerade noch unterhalb einer der Linien der rechnerischen Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bleibt. Dies ist in den *Bildern 5.23 bis 5.25* dargestellt. Es wird der minimale rechnerische Rissabstand berücksichtigt, da er für die rechnerischen Grenzquerkräfte die ungünstigeren Ergebnisse liefert.

Wie die *Bilder 5.23 bis 5.25* zeigen, müssten nach diesen Berechnungen die ersten Stegrisse als Folge des Zustandes II.1 bei Ansatz der 95%-Fraktile als Bemessungsbetonfestigkeit bei einer Belastung von $q = 48$ kN/m, bei Ansatz der mittleren Betonzugspannung bei einer Belastung von $q = 40$ kN/m und bei Ansatz der 5%-Fraktile bei einer Belastung von $q = 32$ kN/m auftreten. 48 kN/m entsprechen ca. 67 %, 40 kN/m ca. 56 % und 32 kN/m ca. 45 % der Bruchlast. Diese Werte von ca. 45 % bis ca. 67 % geben recht gut die aus

dem *Bild 5.22* abgeleiteten Werte für die ersten Stegrisse von ca. 45 % bis ca. 60 % (9,0 to bis 12,0 to) der Bruchlast wieder. Selbstverständlich stellt diese Betrachtung, da es sich nur um ein Einzelbeispiel handelt, keinen vollständigen Beweis für die Richtigkeit des hier entwickelten Tragmodells dar. Sie bestätigt jedoch, dass das vorgestellte Tragmodell tendenziell sehr gut in die richtige Richtung weist.

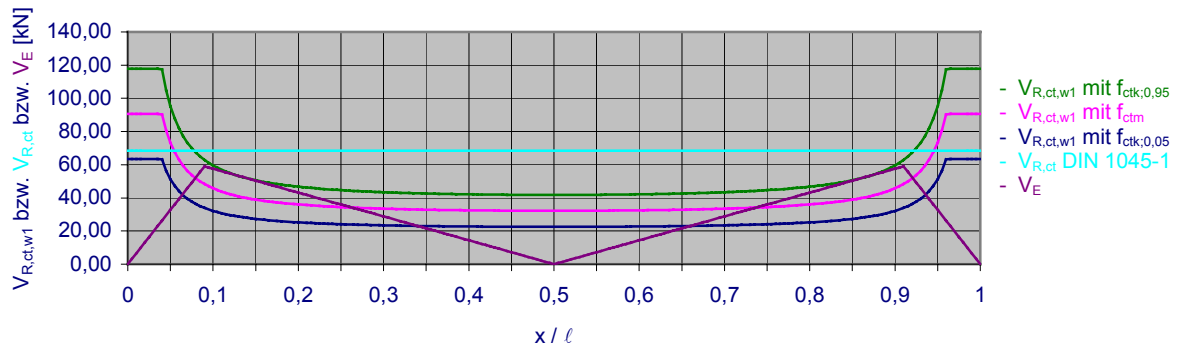


Bild 5.23: Errechnete Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bei Ansatz von $s_{r,min}$; $q = 48 \text{ kN/m}$

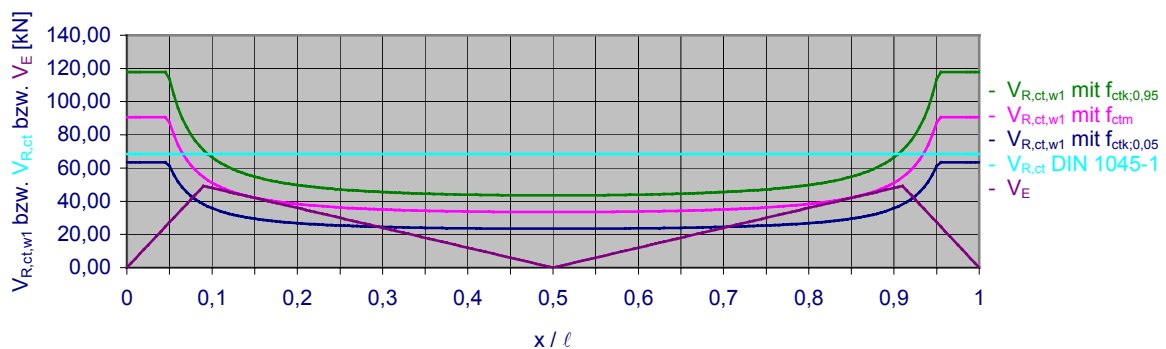


Bild 5.24: Errechnete Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bei Ansatz von $s_{r,min}$; $q = 40 \text{ kN/m}$

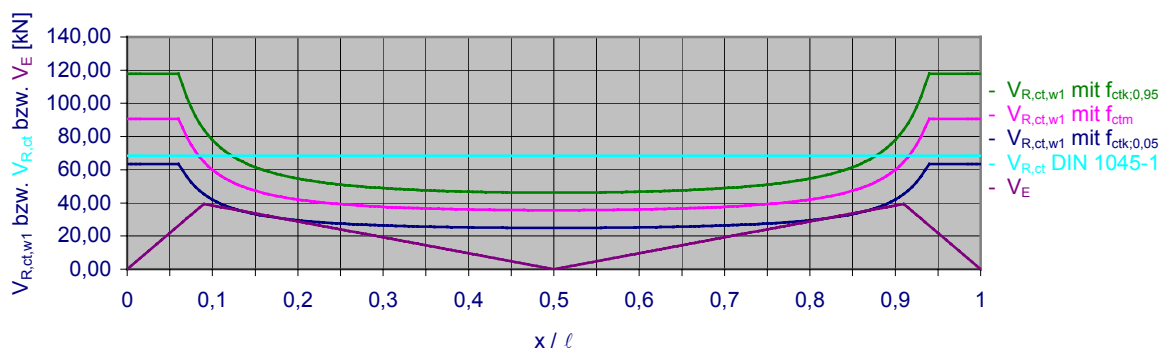


Bild 5.25: Errechnete Grenzquerkräfte im Zustand II.1 bei Ansatz von $s_{r,min}$; $q = 32 \text{ kN/m}$

Um auch an dieser Stelle nochmals auf den maßgeblichen Einfluss des Rissabstandes auf die Stegzugspannungen hinzuweisen, werden die Stegzugspannungen des Balkens 14/1

unter Bruchlast für den minimalen, den maximalen und den tatsächlichen Rissabstand im *Bild 5.26* grafisch aufgetragen. Wie bereits in *Abschnitt 5.1* beschrieben, ergibt sich für den Balken 14/1 rechnerisch ein minimaler Rissabstand von ca. 8 cm und ein maximaler Rissabstand von ca. 16 cm. Der tatsächliche Rissabstand liegt im Mittel bei ca. 12 cm. Zusätzlich ist noch der Querkraftverlauf analog den *Bildern 5.20 ff* dargestellt.

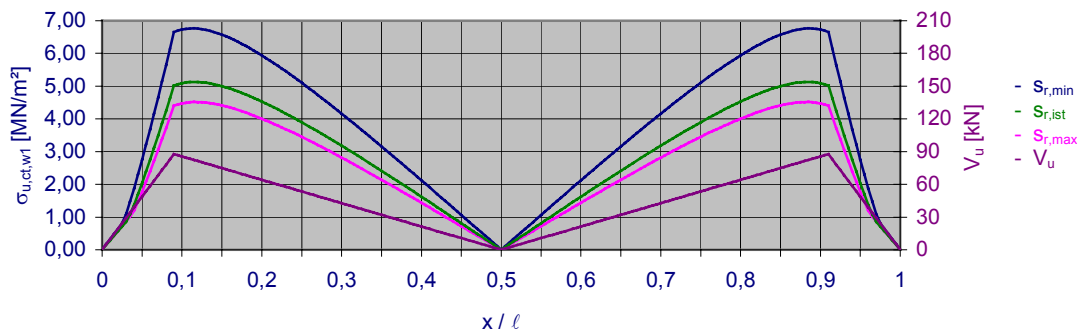


Bild 5.26: Stegzugspannungen $\sigma_{u,ct,w1}$ des Balkens 14/1 aus [2.4] bei Vorgabe verschiedener Rissabstände

Im *Bild 5.26* erkennt man sehr deutlich die starke Abhängigkeit der Stegzugspannungen vom Rissabstand. In diesem Beispiel variiert die maximale Stegzugspannung von ca. 4,5 MN/m^2 bei Ansatz des maximalen Rissabstandes, bis hin zu ca. 6,9 MN/m^2 bei Ansatz des minimalen Rissabstandes. Man erkennt auch, dass die Größe der Stegzugspannungen nicht linear vom Rissabstand abhängt. Die Kurve der Stegzugspannungen bei Ansatz von $s_{r,ist}$, was genau dem Mittelwert zwischen $s_{r,max}$ und $s_{r,min}$ entspricht, ist deutlich zu der Kurve der Stegzugspannung bei Ansatz von $s_{r,max}$ verschoben und liegt nicht genau in der Mitte zwischen den beiden Kurven.

Um ein weiteres Beispiel zur Abhängigkeit von den Rissabständen aufzuzeigen, wird im Folgenden noch einmal das am Ende des *Abschnitts 5.1* betrachtete Beispiel zur Verdeutlichung des Einflusses der Lage der Bewehrung auf den Rissabstand aufgegriffen und bezüglich der Stegbemessung im Zustand II.1 weiter geführt.

Die minimalen Rissabstände ergaben sich für

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad \text{zu} \quad s_{r,min} = 8,1 \text{ cm} \\ \text{und } d = 29 \text{ cm:} & \quad \text{zu} \quad s_{r,min} = 4,9 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Nach Glg. (5.89) errechnen sich die Risstiefen $t_{r,t}$ im Abstand 30 cm vom Auflager für:

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad \text{zu} \quad t_{r,t} = 10,7 \text{ cm} \\ \text{und } d = 29 \text{ cm:} & \quad \text{zu} \quad t_{r,t} = 11,9 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Damit werden die ungerissenen Betonzonenhöhen $x_{r,t}$ nach Glg. (5.122) und die angenäherten Hebelarme $z_{r,t}$ nach Glg. (5.123) zu:

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad x_{r,t} = 16,3 \text{ cm} \\ & \quad z_{r,t} = 18,9 \text{ cm} \\ d = 29 \text{ cm:} & \quad x_{r,t} = 17,1 \text{ cm} \\ & \quad z_{r,t} = 20,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Hier zeigt sich, dass bei größerem d auch die Werte für $x_{r,t}$ und $z_{r,t}$ größer werden, obwohl die Risstiefe scheinbar zunimmt, was natürlich an der viel geringeren Betondeckung

bei $d = 29 \text{ cm}$ liegt und sich die Risstiefe $t_{r,t}$ auf die Bewehrung bezieht. Allerdings werden die Werte nur geringfügig größer, in diesem Beispiel $x_{r,t}$ um ca. 5 % und $z_{r,t}$ um ca. 8 %.

Damit wird die schräge Stegzugkraft T_{w1} nach Glg. (5.116) auf Grund des kleineren Rissabstandes s_r und des größeren Hebelarms $z_{r,t}$ steiler und somit kleiner. Im vorliegenden Beispiel ergibt sich für:

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad T_{w1} = 1,09 \cdot V / 2 \\ \text{und } d = 29 \text{ cm:} & \quad T_{w1} = 1,03 \cdot V / 2, \end{aligned}$$

was einer Abnahme von ca. 6,5 % entspricht.

Allerdings wird die Breite $x_w^{ll.1}$ der schrägen Zugzone nach Glg. (5.118) wegen der steileren Neigung und des viel kleineren Rissabstandes erheblich kleiner:

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad x_w^{ll.1} = 6,4 \text{ cm} \\ d = 29 \text{ cm:} & \quad x_w^{ll.1} = 3,9 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Hier erhält man wieder eine Abnahme auf ca. 60 %, wie beim Rissabstand, was zeigt, dass sich in diesem Beispiel die Breite der schrägen Zugzone in etwa linear zum Rissabstand verhält.

Damit folgt für die Stegzugspannungen im Beton $\sigma_{E,ct,w1}$ nach Glg. (5.120), die wiederum linear von dem Term $T_{w1} / x_w^{ll.1}$ abhängen:

$$\begin{aligned} d = 27 \text{ cm:} & \quad \sigma_{E,ct,w1} = 4,02 \text{ MN/m}^2 \\ \text{und } d = 29 \text{ cm:} & \quad \sigma_{E,ct,w1} = 6,18 \text{ MN/m}^2, \end{aligned}$$

was hier einer Zunahme von ca. 55 % entspricht.

Somit verringert sich die ohne Auftreten eines Schrägrisses aufnehmbare Querkraft, die umgekehrt proportional zu $\sigma_{E,ct,w1}$ ist, bei $d = 29 \text{ cm}$ auf ca. 65 % der aufnehmbaren Querkraft bei $d = 27 \text{ cm}$.

Das hier aufgezeigte Beispiel hat erneut gezeigt, welchen maßgeblichen Einfluss der Rissabstand auf die Stegtragfähigkeit in den ersten Stegrissstufen hat.

5.4 Grenztragfähigkeit im Zustand II.2

Wie im *Abschnitt 4.1* beschrieben, überschreiten im Zustand II.2 die schrägen Stegzugspannungen des Zustandes II.1, siehe *Abschnitt 5.3*, die aufnehmbare Betonzugspannung und es entsteht der erste deutlich geneigte Abschnitt des Stegrisses. Der daraus resultierende Kräfteverlauf und die Geometrie sind in *Bild 5.27* dargestellt, wobei grundsätzlich das selbe Tragverhalten wie im Zustand II.1 vorausgesetzt wird.

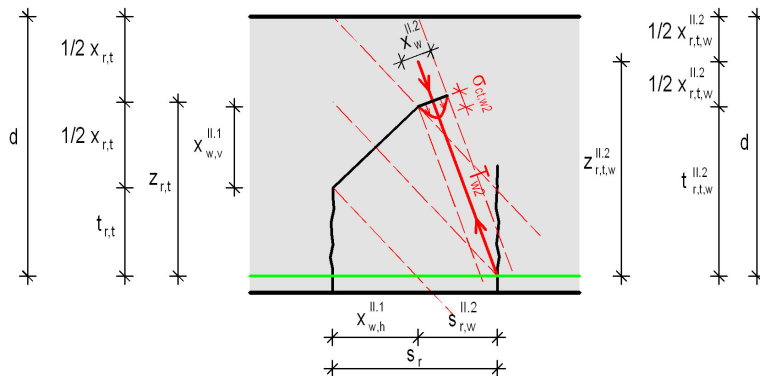


Bild 5.27: Kräfteverlauf und Geometrie im Zustand II.2

Auf Grund der steileren Neigung der Stegzugstrebe ergibt sich eine viel kleinere Breite der schrägen Zugzone $x_w^{II.2}$, was, wie schon beschrieben, eine deutlich größere Betonzugspannung zur Folge hat. Die Entwicklung einer quantitativen Berechnungsformel, wie im *Abschnitt 5.3* für den Zustand II.1, wird hier deshalb nicht weiter verfolgt. Es werden nur die geometrischen Zusammenhänge untersucht, da der Rissverlauf für die weiteren Entwicklungsstufen von großer Bedeutung ist.

Die nachfolgend dargestellten Zusammenhänge können *Bild 5.27* entnommen werden. Sämtliche Bezeichnungen, die aus der Biegebemessung resultieren bzw. im *Abschnitt 5.3* hergeleitet wurden, werden dabei ohne hochgestellte Indizes geschrieben, da sie aus Zuständen ohne Stegrisse resultieren. Die horizontalen und vertikalen Abmessungen der Stegrisse werden mit dem hochgestellten Index II.1 bezeichnet, da die Risse aus den Stegzugspannungen des Zustands II.1 entstehen. Alle weiteren Bezeichnungen, die sich auf den Zustand II.2 beziehen, erhalten den hochgestellten Index II.2.

Für den Rissabstand zwischen dem Ende des Stegrisses und dem nächsten Biegeriss ergibt sich:

$$s_{r,w}^{II.2} = s_r - x_{w,h}^{II.1} \tag{5.127}$$

mit
$$x_{w,h}^{II.1} = \frac{1}{\frac{z_{r,t}}{s_r} + \frac{s_r}{z_{r,t}}} \cdot x_{r,t} \tag{5.128},$$

$z_{r,t}$ nach Glg. (5.123),

$x_{r,t}$ nach Glg. (5.122)

und s_r nach Glg. (5.4).

Die Gesamtrisstiefe des Biege- und Stegrisses berechnet sich zu:

$$t_{r,t,w}^{II.2} = t_{r,t} + x_{w,v}^{II.1} \quad (5.129)$$

mit
$$x_{w,v}^{II.1} = \frac{1}{\left(\frac{z_{r,t}}{s_r}\right)^2 + 1} \cdot x_{r,t} \quad (5.130)$$

und $t_{r,t}$ nach Glg. (5.89).

Weiterhin gilt:

$$z_{r,t,w}^{II.2} = z_{r,t} + \frac{1}{2} \cdot x_{w,v}^{II.1} \quad (5.131)$$

und
$$x_{r,t,w}^{II.2} = 2 \cdot (d - z_{r,t,w}^{II.2}) \quad (5.132).$$

Damit lässt sich die Rissgeometrie des Stegrisses im Zustand II.2 vollständig erfassen, was für die Berechnung der folgenden Risszustände nötig ist.

5.5 Grenztragfähigkeit im Zustand II.3

Im Zustand II.3 müssen die Stegzugspannungen nun noch steiler nach oben verlaufen und werden somit noch größer als im Zustand II.2. Deshalb wird hier wiederum nur die Geometrie des Rissverlaufes untersucht.

Definitionsgemäß, siehe *Abschnitt 4.1*, ist der Zustand II.3 derjenige Zustand, in dem der Steg über das gesamte Rissfeld reißt. Je nach Geometrie des Rissbildes kann es sein, dass dem Zustand II.3 mehrere Teilzustände, hier als Zwischenzustände II.2i bezeichnet, vorausgehen, was im *Bild 5.28* einmal exemplarisch dargestellt ist.

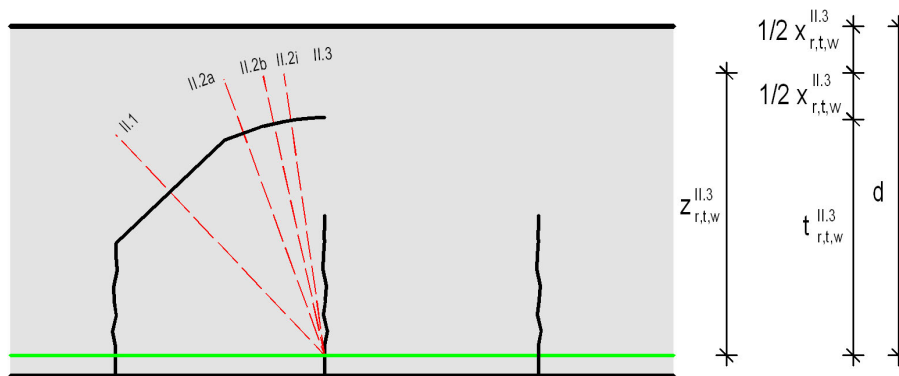


Bild 5.28: Rissverlauf im Zustand II.3

Die Geometrie der Zwischenzustände II.2i berechnet sich analog dem in *Abschnitt 5.4* aufgezeigten Zustand II.2.

Es gilt:

$$s_{r,w}^{II.2i} = s_{r,w}^{II.2(i-1)} - x_{w,h}^{II.2(i-1)} \quad (5.133),$$

$$t_{r,t,w}^{II.2i} = t_{r,t,w}^{II.2(i-1)} + x_{w,v}^{II.2(i-1)} \quad (5.134),$$

$$z_{r,t,w}^{II.2i} = z_{r,t,w}^{II.2(i-1)} + \frac{1}{2} \cdot x_{w,v}^{II.2(i-1)} \quad (5.135),$$

$$x_{r,t,w}^{II.2i} = 2 \cdot (d - z_{r,t,w}^{II.2i}) \quad (5.136),$$

$$x_{w,h}^{II.2i} = \frac{1}{\frac{z_{r,t,w}^{II.2i}}{s_{r,w}^{II.2i}} + \frac{s_{r,w}^{II.2i}}{z_{r,t,w}^{II.2i}}} \cdot x_{r,t,w}^{II.2i} \quad (5.137)$$

$$\text{und } x_{w,v}^{II.2i} = \frac{1}{\left(\frac{z_{r,t,w}^{II.2i}}{s_{r,w}^{II.2i}}\right)^2 + 1} \cdot x_{r,t,w}^{II.2i} \quad (5.138).$$

Ebenso lässt sich die Geometrie des Stegrisses im Zustand II.3 ermitteln.

Da die Berechnung der Rissgeometrie mit Hilfe der hier dargestellten Formeln mathematisch sehr aufwendig ist, wurde ein Diagramm entwickelt, in dem man, abhängig von der Nutzhöhe d , bei Vorgabe des Rissabstandes s_r und der Risstiefe $t_{r,t}$ am einen Ende des Rissfeldes, die Gesamtrisstiefe $t_{r,t,w}$ am anderen Ende des Rissfeldes, d. h. nach Durchlaufen

der Zustände II.2 und II.3, ablesen kann, siehe auch *Bild 5.29*. Das Diagramm ist in *Bild 5.30* dargestellt.

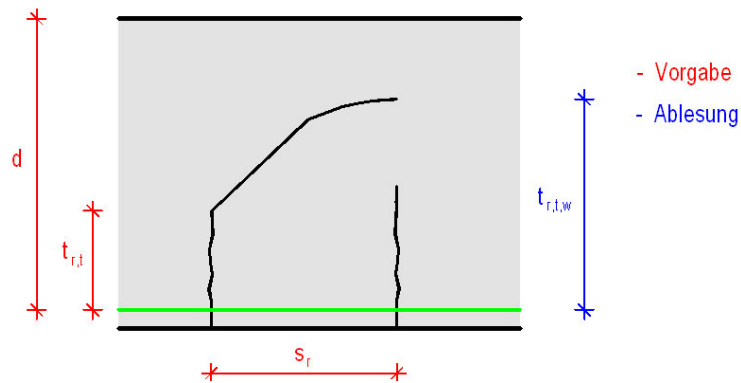


Bild 5.29: Skizze zum Diagramm für die Stegrisstiefe im Zustand II.3

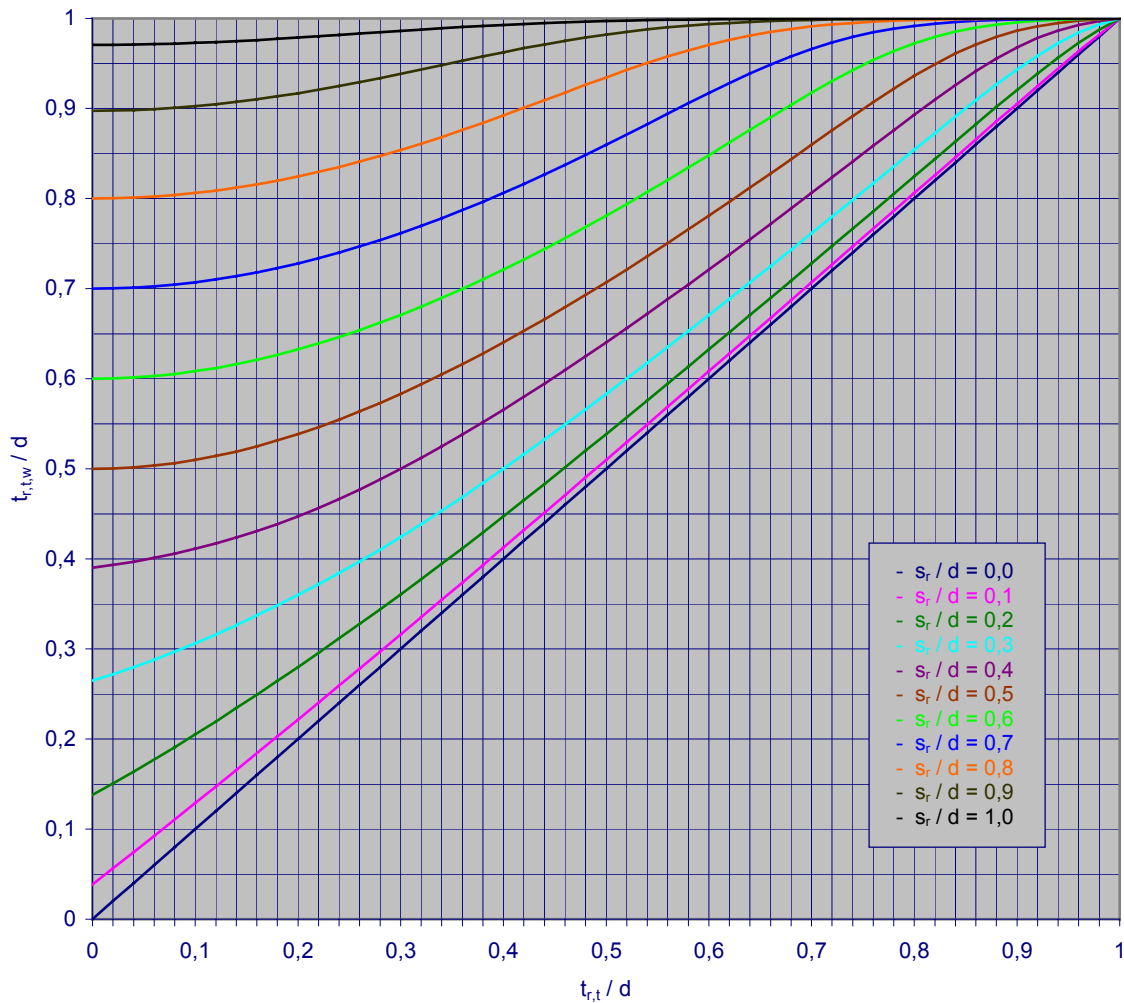


Bild 5.30: Diagramm zur Bestimmung der Stegrisstiefen im Zustand II.3

Mit Hilfe dieses Diagramms kann man nun, ausgehend von den Werten $t_{r,t}/d$ am einen Ende des Rissfeldes und s_r/d , direkt den Wert $t_{r,t,w}/d$ am anderen Ende des Rissfeldes ablesen. Die Werte für $t_{r,t}/d$ wurden von 0,0 bis 1,0 berücksichtigt, um sämtliche mögli-

che Fälle für Risstiefen abzudecken, wobei selbstverständlich der Wert 1,0 praktisch unsinnig ist, da er für einen vollständig durchgerissenes Tragwerk steht. Die Eingangswerte für s_r / d wurden ebenfalls von 0,0 bis 1,0 vorgegeben, wobei hier theoretisch auch Werte größer als 1,0 möglich sind. Praktisch können solche Verhältnisse aber nur bei sehr geringen Bauteildicken bei gleichzeitig sehr dicken Bewehrungsstäben auftreten. Dieser wenig realistische Fall wird hier nicht berücksichtigt.

Mit dem aus dem Diagramm ermittelten Wert für $t_{r,t,w}^{II.3}$ im Zustand II.3 und dem vorgegebenen Wert d lassen sich dann die weiteren geometrischen Größen analog den Gleichungen (5.122) und (5.123) berechnen zu:

$$x_{r,t,w}^{II.3} = d - t_{r,t,w}^{II.3} \quad (5.139)$$

$$\text{und } z_{r,t,w}^{II.3} = \frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{II.3}) \quad (5.140).$$

5.6 Grenztragfähigkeit in den Zuständen II.4 und II.5

Der Zustand II.4 beschreibt, entsprechend der Definition im *Abschnitt 4.1*, denjenigen Zustand, in dem sich der Stegriss über zwei Rissfelder, der Zustand II.5 denjenigen, in dem sich der Stegriss über weitere Rissfelder ausbreitet. Da sich in diesen Rissfeldern, auf Grund des Ausfalls der vorhergehenden Rissfelder, die Stegzugspannungen stark erhöhen, kann man auch in diesen Zuständen von keiner merklichen Tragkrafteerhöhung ausgehen. Bezüglich der geometrischen Zusammenhänge ist in den Zuständen II.4 und II.5 analog zum Zustand II.3, siehe *Abschnitt 5.5*, vorzugehen. Die Rissentwicklung kann wiederum mit Hilfe des in *Bild 5.30* dargestellten Diagramms ermittelt werden, wobei man hier nun $t_{r,t,w}^{II.3}$ bzw. $t_{r,t,w}^{II.4}$ anstatt $t_{r,t}$ als Eingangswerte vorgibt.

Es ist jedoch zu beachten, dass, je weiter der Riss in die Druckzone wandert, die Ergebnisse aus dem Diagramm immer weniger den realistischen Rissverlauf wiedergeben. Nach dem Diagramm strebt das Verhältnis $t_{r,t,w} / d$ gegen 1,0, was bedeutet, dass der Träger ganz durchreißen würde. In den dokumentierten Versuchen zeigt sich allerdings, dass der kritische Stegriss bei der Annäherung an den gedrückten Trägerrand eine nahezu randparallele Richtung einnimmt. Dieses Phänomen lässt sich darauf zurückführen, dass in der, auf Grund des Stegrisses, immer kleiner werdenden Betondruckzone die Druckspannungen und damit auch die Spaltzugspannungen immer größer werden. Die Überlagerung der Stegzugspannungen mit diesen Druck- und Spaltzugspannungen führt zu annähernd rechtwinklig zum Rand verlaufenden Zugspannungen, welche letztlich zu dieser randparallelen Rissbildung führen.

Tabelle 5.1: Auswertung der Stegrissgeometrie der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2.4]

Balken	d [cm]	ℓ / d	$s_{r,0}$ [cm]	$s_{r,0} / d$	$\ell_{r,w}$ [cm]	$\ell_{r,w} / d$	$\ell_{r,w} / \ell$	$x_{r,t,w}$ [cm]	$x_{r,t,w} / d$	
11/1 links	29,0	5,2	19,0	0,66	40,6	1,40	0,27	3,3	0,11	
11/1 rechts	29,0	5,2	22,2	0,77	42,5	1,47	0,28	4,3	0,15	
12/1 links	27,3	7,3	20,2	0,74	60,0	2,20	0,30	3,9	0,14	
12/1 rechts	27,3	7,3	26,9	0,99	47,1	1,73	0,24	3,9	0,14	
13/1 links	27,3	9,2	36,8	1,35	49,7	1,82	0,20	3,2	0,12	
13/1 rechts	27,3	9,2	20,0	0,73	46,5	1,70	0,19	4,5	0,16	
14/1 links	27,3	11,0	29,3	1,07	66,7	2,44	0,22	3,3	0,12	
14/1 rechts	27,3	11,0	kein kritischer Stegriss							
15/1 links	27,2	14,7	27,9	1,03	83,7	3,08	0,21	2,2	0,08	
15/1 rechts	27,2	14,7	kein kritischer Stegriss							
16/1 links	27,3	18,3	36,2	1,33	66,8	2,45	0,13	2,8	0,10	
16/1 rechts	27,3	18,3	kein kritischer Stegriss							
Rot: Bruchseite				Mittelwert:	0,96		2,03	0,23		0,13
				Mittelwert der Bruchseiten:	1,07		2,15	0,21		0,11

Auf eine genauere mathematische Untersuchung dieses Zusammenhangs wird im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit verzichtet. Um jedoch einen ersten Eindruck über die sich einstellenden geometrischen Verhältnisse der Stegrisse zu erhalten, werden die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balken 11/1 bis 16/1 näher untersucht. Dazu wurden die maßgebenden geometrischen Werte, der Abstand des Stegrissbeginns vom Auflager $s_{r,0}$, die Stegrisslänge in Balkenlängsrichtung $l_{r,w}$ und die über dem Stegriss verbleibende Druckzonenhöhe $x_{r,t,w}$ gemessen und in das Verhältnis zur statischen Nutzhöhe gesetzt. Die Stegrisslänge wurde zusätzlich auch noch auf die Balkenlänge bezogen. Die Ergebnisse sind in *Tabelle 5.1* dargestellt.

Aus diesen Ergebnissen lassen sich für Einfeldträger unter Gleichlast näherungsweise die folgenden Zusammenhänge ableiten:

$$s_{r,0} \approx d \quad (5.141),$$

$$l_{r,w} \approx 2 \cdot d \quad \text{bzw.} \quad l_{r,w} \approx 0,2 \cdot l \quad (5.142)$$

$$\text{und} \quad x_{r,t,w} \approx 0,1 \cdot d \quad (5.143).$$

Vergleicht man die hier vorgestellten Näherungen, die in etwa den Mittelwerten entsprechen, mit den einzelnen Werten der Tabelle, zeigt sich, dass teilweise doch relativ große Abweichungen auftreten. Die hier geführte Untersuchung kann und soll also nur als erste Annäherung an eine einfache Vorherbestimmung der Geometrie der Stegrisse angesehen werden; die abgeleiteten Zusammenhänge stellen selbstverständlich keine allgemeingültigen Regeln dar, gerade wenn man berücksichtigt, dass alle hier untersuchten Balken annähernd den selben Querschnitt aufweisen.

Im Weiteren werden bei den Nachrechnungen vorliegender Versuchsergebnisse allerdings immer die tatsächlichen Werte der geometrischen Größen gemessen und den Berechnungen zu Grunde gelegt, da die Geometrie der Stegrisse die Querkrafttragfähigkeit maßgeblich beeinflusst. Nachdem den Verfassern auch keine anderen Forschungsarbeiten bekannt sind, die die Geometrie der Stegrisse näher untersuchen, besteht hier noch eingehender Forschungsbedarf.

Der Beiwert α_{sv} soll das Versteifungsverhalten in Abhängigkeit vom Abstand des betrachteten Schnittes von der Bewehrung erfassen. Näherungsweise wird hier ein in radialer Richtung hyperbolisch abnehmender Verlauf der Versteifungswirkung angesetzt - dies entspricht einer umgekehrt proportionalen Funktion zum Abstand s_v von der Bewehrung ($1/s_v$). Der Einflussbereich der Bewehrung wird hier, auf Grund der im *Abschnitt 4.5* beschriebenen, günstigen Wirkung der radialen Druckspannungen um die Bewehrungsstäbe in Folge der Krafterleitung neben den Biegerissen und der damit korrespondierenden, in *Tabelle 5.2* zusammen gestellten Ergebnisse einer Untersuchung der von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balkenserien, zu $1,0 \cdot (h - d) = d_1$ oberhalb der Bewehrung gewählt. Dieser Ansatz kann jedoch noch nicht als hinreichend abgesichert betrachtet werden. Eine ganz andere Charakteristik weisen zum Beispiel die von *Rüsch*, *Haugli* und *Mayer* in [2.5] vorgestellten Balken der Serie BO auf. Hierbei ist jedoch zu bedenken, dass es sich bei diesen Balken von ihrer Geometrie her um relativ gedrungene Balken ($\ell/d = 7,2$) handelt. Es wird hier also, da keine genaueren Erkenntnisse vorliegen, als erste Näherung, auch in Anlehnung an die DIN 1045-1 [0.1], der oben gewählte Ansatz von $1,0 \cdot d_1$ zu Grunde gelegt. Nach DIN 1045-1 [0.1], in der die Höhe des Wirkungsbereichs der Bewehrung im Zusammenhang mit der Bestimmung der Rissbreiten mit $h_{\text{eff}} = 2,5 \cdot d_1$ angegeben ist, würde sich eigentlich die Annahme des Einflussbereichs oberhalb der Bewehrung auf eine Höhe von $1,5 \cdot d_1$ anbieten. Dies bestätigt die Auswertung in *Tabelle 5.2* jedoch nicht. Außerdem ist zu beachten, dass der Wert in der DIN 1045-1 [0.1] für den Einfluss der Bewehrung in Längsrichtung anzusetzen ist, hier handelt es sich jedoch um einen Einfluss schräg zur Bewehrung, so dass das Maß $1,0 \cdot d_1$ plausibler erscheint als $1,5 \cdot d_1$. Auch dies ist ein Punkt, an dem in Zukunft noch weitere Forschungsarbeit wünschenswert wäre. Bei größerem Abstand von der Bewehrung als $1,0 \cdot d_1$ wird davon ausgegangen, dass diese keinen Einfluss mehr auf die Zugfestigkeit des Betons hat.

Tabelle 5.2: Auswertung der Balkenserien in [2.4] bezüglich der Rissansatzpunkte der Risse aus Zustand II.6

Balken	Seite	Betondeckung $d_1 = (h - d)$ [cm]	Abstand s_v des Rissansatzpunktes [cm]	Verhältnis s_v / d_1	Verhältnis s_v / d_s
4	rechts	5,0	4,3	0,86	1,65
5	rechts	5,0	2,3	0,46	0,88
11/1	rechts	3,0	3,8	1,27	1,46
12/1	links	4,7	5,3	1,13	2,04
13/1	links	4,7	6,5	1,38	2,50
13/1	rechts	4,7	4,8	1,02	1,85
15/1	links	4,8	3,5	0,73	1,35
16/1	rechts	4,7	5,0	1,06	1,92
Mittelwert:				0,99	1,71

In *Tabelle 5.2* sind die Abstände der oberen Rissansatzpunkte vom Bewehrungsschwerpunkt und die sich daraus ergebenden Verhältnisse zum Achsabstand der Bewehrung zum Rand, d_1 , sowie die Verhältnisse zum Stabdurchmesser $d_s = 26$ mm für die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balken dargestellt. Es sind nur Balken mit Rissen, die klar den Zugspannungen im Zustand II.6 zugeordnet werden können, aufgeführt. Da der Einflussbereich der Bewehrung nur vom örtlichen Verbundverhalten zwischen Bewehrung

und Beton abhängt und nicht vom Tragverhalten des Gesamtsystems, wurden, um eine größere Anzahl an Messergebnissen zu erhalten, auch die Balken ausgewertet, die eigentlich nicht dem Biegebereich zuzuordnen sind. Es ergibt sich ein mittlerer Verhältniswert bezogen auf d_1 von ca. 0,99, was mit der oben gewählten Näherung mit dem Ansatz von $1,0 \cdot d_1$ gut korrespondiert.

Der Bezug auf den Wert d_1 , wie er in DIN 1045-1 für den Nachweis der Rissbreiten eingeführt wurde, ist dort nachvollziehbar und sinnvoll, da die Rissbreite direkt durch diesen Wert beeinflusst wird. Im vorliegenden Zusammenhang erscheint dieser Bezug jedoch nicht ganz so zwingend, da beim Tragverhalten im Zustand II.6 die Versteifungswirkung auf der randabgewandten Seite der Bewehrung schräg zu dieser maßgebend ist. Deshalb wird der Einflussbereich der Bewehrung hier alternativ auch auf den Stabdurchmesser der Bewehrung d_s bezogen. Dabei ergibt sich für den Einflussbereich oberhalb der Bewehrung aus *Tabelle 5.2* näherungsweise $1,75 \cdot d_s$.

Im Folgenden werden die maßgeblichen Beziehungen also sowohl abhängig von $d_1 = (h - d)$ - um der Schreibweise der DIN 1045-1 gerecht zu werden - als auch vom Durchmesser der Biegezugbewehrung d_s ausgearbeitet.

Somit wird α_{sv} zu

$$\alpha_{sv} = \frac{d_1}{s_v} \quad \text{für} \quad s_v \leq d_1 \quad (5.149)$$

$$\alpha_{sv} = 1,0 \quad \text{für} \quad s_v > d_1$$

$$\text{bzw.} \quad \alpha_{sv} = \frac{1,75 \cdot d_s}{s_v} \quad \text{für} \quad s_v \leq 1,75 \cdot d_s \quad (5.150).$$

$$\alpha_{sv} = 1,0 \quad \text{für} \quad s_v > 1,75 \cdot d_s$$

Der Beiwert α_b soll das Versteifungsverhalten in Abhängigkeit von der Bewehrungsart erfassen. Ein Beispiel für den Einfluss unterschiedlicher Bewehrungsarten (Durchmesser, Abstand usw.) stellen die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] untersuchten und in *Abschnitt 4.5* wieder gegebenen Platten P 4, P 6 und P 7 dar. Allerdings lassen sich auf Grund fehlender Forschungsarbeiten, die diese Einflüsse genauer untersuchen, ebenfalls keine genauen Angaben über diesen Beiwert machen. Auch hier besteht weiterer Forschungsbedarf. In den in der vorliegenden Analyse durchgeführten Berechnungen wird dieser Beiwert deshalb zunächst vereinfachend zu $\alpha_b = 1,0$ gesetzt. In den allgemeinen Gleichungen wird er allerdings weiterhin als variabler Wert geführt.

Damit wird für $s_v \leq d_1$ aus Glg. (5.147):

$$V_{Rd,ct,w6}(s_v) = \frac{16}{5} \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (5.151).$$

Für $s_v > d_1$ ergibt sich aus Glg. (5.147)

$$V_{Rd,ct,w6}(s_v) = \frac{16}{5} \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot s_v \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (5.152).$$

Hier sieht man, dass für $s_v > d_1$ die zweite Gleichung linear zunimmt und immer größer als die erste ist. Somit wird also die erste Gleichung maßgebend und es folgt:

$$V_{Rd,ct,w6} = 3,2 \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (5.153).$$

Setzt man nun noch vereinfachend $\tan \alpha = 3/8$, folgt für die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6:

$$V_{\text{Rd,ct,w6}} = 1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (5.154).$$

Wie oben beschrieben, könnte diese Gleichung alternativ auf den Stabdurchmesser d_s statt auf d_1 bezogen werden. Unter den selben Annahmen lautet sie dann:

$$V_{\text{Rd,ct,w6}} = 2,6 \cdot b_w \cdot d_s \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (5.155).$$

Auffällig an diesen Gleichungen ist, dass die statische Nutzhöhe, außer indirekt bei der Berechnung von d_1 , nicht eingeht. Das heißt, die Nutzhöhe hat direkt keinen Einfluss auf die Bemessungsquerkraft $V_{\text{Rd,ct,w6}}$. Dies scheint zunächst im Widerspruch zu stehen zu den diesbezüglichen empirischen Erkenntnissen, kann aber durchaus plausibel begründet werden, wenn man bedenkt, dass $V_{\text{Rd,ct,w6}}$ nur den Bemessungswert der aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems darstellt, und der Verlauf der Stegzugstrebe T_{w6} durch die hier angenommenen geometrischen Zusammenhänge im D_e -Bereich vorgegeben ist, so dass T_{w6} und damit auch $V_{\text{Rd,ct,w6}}$ unabhängig von der statischen Nutzhöhe d sind. Wird nun allerdings aus dem Wert dieser Auflagerkraft z. B. auf die aufnehmbare Auflast des Querschnitts zurückgerechnet, ist dies nur möglich über die Stegrissgeometrie, welche nun wieder, unter anderem, direkt von der Querschnittsgeometrie und damit auch von der statischen Nutzhöhe abhängt. Eine einfache, allgemein gültige Gleichung für diese aufnehmbare Bruchlast kann jedoch nicht aufgestellt werden, da sie einerseits die Rissgeometrie und das statische System sowie andererseits die Belastungsform erfassen müsste. Auf die Ausarbeitung verschiedener Abhängigkeiten für verschiedene statische Systeme und Belastungen wird in der vorliegenden Forschungsarbeit jedoch verzichtet, da dies für jeden Einzelfall einfach durchgeführt werden kann.

Als weiterer, wichtiger Aspekt ist zu nennen, dass der Wert d_1 nicht völlig unabhängig von d ist, da zunehmende Bauhöhen meist auch zunehmende Stabdurchmesser mit entsprechenden Betondeckungen sowie oft auch mehrere Bewehrungslagen aufweisen. Dadurch nimmt mit zunehmendem d auch d_1 zu, aber natürlich nicht proportional zu d .

Einen anderen denkbaren Ansatz zur Erfassung der Tragfähigkeit im Zustand II.6 stellt der im *Kapitel 4* beschriebene Zusammenhang zwischen dem Rissansatzpunkt des Risses aus dem Zustand II.6 und der Tiefe des Biegerisses im Zustand II.1 dar. Dort wurde festgestellt, dass das Rissversagen im Zustand II.6 häufig an dem mehr oder weniger stark ausgeprägten Knick im Verlauf des kritischen Stegrisses beim Übergang vom Zustand II.1 zum Zustand II.2 ansetzt. Das heißt, der Abstand des oberen Rissansatzpunkt des Risses aus Zustand II.6 entspricht der Risstiefe des Biegerisses im Zustand II.1. Setzt man nun analog Glg. (5.49)

$$\text{an } t_{r,t}^{\text{II.1}} = k_{t1} \cdot d \quad (5.156),$$

$$\text{folgt: } s_v = t_{r,t}^{\text{II.1}} = k_{t1} \cdot d \quad (5.157).$$

Mit dieser Vorgabe erübrigt sich der Ansatz des oben eingeführten Beiwertes α_{sv} und aus Glg. (5.147) ergibt sich mit $\tan \alpha = 3/8$ und $\alpha_t = \alpha_b$:

$$V_{\text{Rd,ct,w6}} = 1,5 \cdot \alpha_b \cdot k_{t1} \cdot b_w \cdot d \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (5.158).$$

Diese Gleichung erweckt nun auf den ersten Blick den Eindruck, dass die statische Nutzhöhe explizit als Proportionalitätsfaktor enthalten ist. Dabei ist jedoch nach den Ausführungen im *Abschnitt 5.2* zu beachten, dass auch k_t über die Größen ρ und ε_{sm} von d abhängt. So nimmt ρ bei gleich bleibender Bewehrungsmenge umgekehrt proportional zu d ab, ist aber - wie die Glg. (5.48) zeigt - nicht nur linear in k_t enthalten. Somit kann der Ansatz der Glg. (5.158) durchaus im Einklang stehen mit den empirischen Erkenntnissen über die unterproportionale Abhängigkeit aufnehmbarer Querkräfte von der Bauteildicke d .

In den weiteren Betrachtungen wird der hier ausgearbeitete Ansatz zur Bemessung im Zustand II.6 über die Vorgabe der Biegerisstiefe im Zustand II.1 jedoch nicht weiter verwendet. Es sollte an dieser Stelle nur aufgezeigt werden, dass auch auf diesem Weg eine einfache Bemessung möglich ist. Welcher der beiden Wege - Bemessung über die Vorgabe der Biegerisstiefe im Zustand II.1 oder über die Vorgabe der Wirkungszone der Bewehrung mit d_1 - die tatsächlichen Tragmechanismen im Bauteil genauer beschreibt, kann an Hand der vorliegenden Versuchsauswertungen nicht endgültig geklärt werden. Hierzu sind weitere gezielte Versuche in zukünftigen Forschungsvorhaben erforderlich.

Im Folgenden werden nun als Beispiele die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balken 11/1 bis 16/1 bezüglich ihrer Tragfähigkeit im Zustand II.6 nach der hier abgeleiteten Beziehung in Bezug auf d_1 nach Glg. (5.154) untersucht. Um die Ergebnisse jedoch besser mit anderen Ergebnissen vergleichen zu können, wird nicht die Auflagerkraft des Subsystems angegeben, sondern es wird daraus die aufnehmbare Querkraft im Abstand d vom Auflagerrand folgendermaßen berechnet.

Für einen Einfeldträger unter Gleichlast beträgt die Auflagerkraft des Subsystems entsprechend der obigen Definition:

$$V_{Ed,w6} = \left(\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right) \cdot (g + q)_d \quad (5.159).$$

Damit lässt sich die aufnehmbare Gleichlast eines Einfeldträgers im Zustand II.6 aus Glg. (5.154) berechnen zu:

$$(g + q)_{Rd,ct,w6} = \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w}}{\left(\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right)} \quad (5.160).$$

Daraus folgt für die aufnehmbare Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflagerrand im Zustand II.6 $V_{Rd,ct,w6,x=d}$ (mit a = Auflagerbreite):

$$\begin{aligned} V_{Rd,ct,w6,x=d} &= \left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot (g + q)_{Rd,ct,6} \\ &= \left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w}}{\left(\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right)} \end{aligned} \quad (5.161).$$

Bei der Berechnung werden für die geometrischen Größen $s_{r,0}$ und $\ell_{r,w}$ die tatsächlichen Werte gemessen und angesetzt, und der Beiwert α_b wird, wie oben bereits beschrieben, zu 1,0 angenommen. Die Auflagerbreite a beträgt bei den betrachteten Balken 10,0 cm, der Stabdurchmesser d_s 26 mm. Der Tragwiderstand der Balken im Zustand II.6 im Abstand d vom Auflagerrand $V_{R,ct,w6,x=d}$ wird für $f_{ctd,w} = f_{ctk;0,95}$, $f_{ctd,w} = f_{ctm}$ und für $f_{ctd,w} = f_{ctk;0,05}$ ermittelt, wobei näherungsweise angenommen wurde: $f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w$. Die gemessenen Werte, die Ergebnisse und zusätzlich die tatsächliche Bruchquerkraft V_u sind in *Tabelle 5.3* zusammengestellt. Da es sich nach dem im *Abschnitt 4.3* vorgestellten Rechenmodell bei den Balken 11/1 bis 13/1 um gedrungene Balken handelt ($\ell / d < 10$), bei denen die Biegetragwirkung von einem Druckgewölbe mit Zugband überlagert wird, sind für diese Balken

zusätzlich noch die nach Glg. (4.3) mit dem Faktor $[2,5 - 0,15 \cdot (\ell / d)]$ erhöhten Tragwiderstände $V_{R,ct,w6,x=d}(\ell / d)$ angeben.

Eine Besonderheit bezüglich der Ermittlung der Stegrisslänge $\ell_{r,w}$ stellt die linke Seite des Balkens 13/1 dar. Auf den ersten Blick erscheint hier der Stegriss länger zu sein als in *Tabelle 5.3* angegeben. Bei genauerer Betrachtung stellt man jedoch fest, dass der Riss, kurz nachdem er die randparallele Richtung eingenommen hat, einen Versatz zur Balkenachse aufweist. Es wird daher angenommen, dass sich der kritische Stegriss nur bis zu diesem Versatz hin ausgebildet hat. Der anschließende versetzte Teil ist vermutlich erst durch den Bruch der Biegedruckzone als Ausbruch einer Scholle entstanden.

Tabelle 5.3: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2.4] im Zustand II.6

Balken	ℓ / d	$s_{r,0}$ [cm]	$\ell_{r,w}$ [cm]	f_{ck} (= $0,8 \cdot \beta_w$) [MN/m ²]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (ℓ/d) bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (ℓ/d) bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (ℓ/d) bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	V_u Versuch [kN]
11/1 links	5,2	19,0	40,6	33,4	92,1	70,8	49,6	158,8	122,1	85,5	150,6
11/1 rechts	5,2	22,2	42,5	33,4	137,7	105,9	74,1	237,4	182,6	127,8	150,6
12/1 links	7,3	20,2	60,0	32,2	180,9	139,2	97,4	253,7	195,1	136,6	137,1
12/1 rechts	7,3	26,9	47,1	32,2	137,8	106,0	74,2	193,2	148,6	104,0	137,1
13/1 links	9,2	36,8	49,7	32,7	128,7	99,0	69,3	145,1	111,6	78,1	103,1
13/1 rechts	9,2	20,0	46,5	32,7	84,7	65,1	45,6	95,5	73,4	51,4	103,1
14/1 links	11,0	29,3	66,7	31,8	114,2	87,8	61,5				83,9
14/1 rechts	11,0	kein kritischer Stegriss									
15/1 links	14,7	27,9	83,7	33,6	105,5	81,1	56,8				80,0
15/1 rechts	14,7	kein kritischer Stegriss									
16/1 links	18,3	36,2	66,8	33,1	79,8	61,4	43,0				83,8
16/1 rechts	18,3	kein kritischer Stegriss									

Wie aus der *Tabelle 5.3* hervorgeht, sind die tatsächlich erreichten Bruchquerkräfte bei den Balken 11/1, 12/1 und 13/1 oft größer als die rechnerisch ermittelten bei Ansatz der 95%-Fraktile als Betonzugfestigkeit ohne Erhöhung. Berücksichtigt man allerdings den Erhöhungsfaktor von $[2,5 - 0,15 \cdot (\ell / d)]$, analog *Abschnitt 4.3*, liegen die tatsächlich aufgenommenen Querkräfte überwiegend im Bereich zwischen den rechnerisch aufnehmbaren Querkräften bei Ansatz der 5%-Fraktile und der 95%-Fraktile. Dieses Ergebnis erscheint, unter Berücksichtigung der Streuung der Betonzugfestigkeiten und der hier getroffenen Vereinfachungen, durchaus plausibel. Bei den Balken 14/1 und 15/1 liegt der Wert der tatsächlichen Bruchlast aus dem Versuch im Bereich der rechnerisch ermittelten Bruchlast bei Ansatz der mittleren Betonzugfestigkeit. Beim Balken 16/1 dagegen ist die tatsächliche Bruchlast sogar noch etwas größer als die rechnerische Bruchlast bei Ansatz der 95%-Fraktile.

Die Ergebnisse für die Balken 11/1 bis 13/1, bei denen die ermittelten Bruchquerkräfte auf der linken und rechten Seite stark differieren, zeigen auch sehr deutlich, welchen starken Einfluss die Geometrie des Stegrisses auf die Tragfähigkeit im Zustand II.6 hat. Zum Beispiel ist auf der linken Seite des Balkens 13/1 der Stegriss sehr stark ausgeprägt

($\ell_{r,w} = 49,7$ cm) und relativ weit vom Auflager entfernt ($s_{r,0} = 36,8$ cm), so dass sich, da im Zustand II.6 nur die Auflagerkraft des Subsystems maßgebend ist, welches hier durch die Stegrissgeometrie eine geringere Lasteinzugsfläche hat, relativ große Tragfähigkeiten ergeben. Auf der rechten Seite dagegen beginnt der Stegriss näher am Auflager ($s_{r,0} = 20,0$ cm) und ist nicht so stark ausgeprägt ($\ell_{r,w} = 46,5$ cm), so dass sich deutlich geringere Tragfähigkeiten im Zustand II.6 einstellen. Nach den hier ermittelten Tragfähigkeiten müsste der Träger also auf der rechten Seite versagen. Er hat allerdings auf der linken Seite versagt, was nur den Schluss zulässt, dass der Zustand II.6 auf der rechten Trägerseite nicht der für die Tragfähigkeit maßgebende Zustand sein kann, sondern der Zustand II.7.

Die hier in Bezug auf d_1 nach Glg. (5.154) durchgeführten Berechnungen, deren Ergebnisse in *Tabelle 5.3* dargestellt sind, wurden auch in Bezug auf den Stabdurchmesser d_s nach Glg. (5.155) durchgeführt. Hierbei ergaben sich für die Balken 12/1 bis 16/1, welche alle eine statische Nutzhöhe von ca. 27 cm und damit einen Wert d_1 von ca. 5 cm aufweisen, ähnliche Ergebnisse. Beim Balken 11/1, der mit ca. 29 cm statischer Nutzhöhe und damit einem Wert d_1 von nur ca. 3 cm von den anderen Balken abweicht, ergaben sich jedoch deutlich größere Tragwiderstände, die durch die tatsächliche Bruchlast nicht bestätigt wurden. Bei diesem Beispiel scheint die Darstellung und Berechnung in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser d_s also nicht uneingeschränkt geeignet zu sein, das tatsächliche Tragverhalten wirklichkeitsnah zu erfassen. Im Folgenden werden deshalb die Berechnungen in Bezug auf d_1 weiter verfolgt. Der Einfluss unterschiedlicher Bewehrungsarten, den der Bezug auf d_s deutlich machen sollte, muss dann allein über den Verbundbeiwert α_b erfasst werden.

Für eine genauere Überprüfung und Verfeinerung der hier hergeleiteten Berechnungsansätze sind jedoch, wie bereits zu Anfang beschrieben, noch weitere Versuchsreihen in zukünftigen Forschungsvorhaben wünschenswert und erforderlich. Auch für eine hinreichend zuverlässige Vorherbestimmung der geometrischen Größen $s_{r,0}$ und $\ell_{r,w}$, die, wie beschrieben, in großem Maße Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit im Zustand II.6 haben, ist weitere Forschungsarbeit mit zusätzlichen Versuchsreihen mit Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung erforderlich.

Mit den in *Abschnitt 5.6* vorgestellten Näherungen zur Stegrissgeometrie nach Glg. (5.141) und Glg. (5.142),

$$s_{r,0} = d$$

$$\text{und } \ell_{r,w} = 2 \cdot d \quad \text{bzw.} \quad \ell_{r,w} = 0,2 \cdot \ell$$

sowie der Vernachlässigung der Auflagerbreite a , würden sich die hier hergeleiteten Berechnungsansätze bei einem Einfeldträger mit Gleichlast folgendermaßen vereinfachen:

- Bei Ansatz von $\ell_{r,w} = 2 \cdot d$ ergibt sich für die Auflagerkraft des Subsystems nach Glg. (5.159):

$$V_{\text{Ed},w6} = \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{\ell}{d} - 6 \right) \cdot (g + q)_d \quad (5.162).$$

Damit errechnen sich die aufnehmbare Gleichlast nach Glg. (5.160) zu

$$(g + q)_{\text{Rd},\text{ct},w6} = \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd},w}}{\frac{d}{2} \cdot \left(\frac{\ell}{d} - 6 \right)} \quad (5.163)$$

und die aufnehmbare Querkraft im Abstand d vom Auflager nach Glg. (5.161) zu

$$V_{\text{Rd,ct,w6,x=d}} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 3} \cdot 1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (5.164).$$

Glg. (5.162) zeigt sehr schön, dass mit steigendem ℓ / d die Auflagerkraft des Subsystems zunimmt. Also nimmt die aufnehmbare Auflast und somit auch die aufnehmbare Querkraft mit steigendem ℓ / d ab.

- Bei Ansatz von $\ell_{r,w} = 0,2 \cdot \ell$ folgt

$$V_{\text{Ed,w6}} = \frac{d}{2} \cdot \left(0,6 \cdot \frac{\ell}{d} - 2 \right) \cdot (g + q)_d \quad (5.165),$$

$$(g + q)_{\text{Rd,ct,w6}} = \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}}}{\frac{d}{2} \cdot \left(0,6 \cdot \frac{\ell}{d} - 2 \right)} \quad (5.166)$$

und somit

$$V_{\text{Rd,ct,w6,x=d}} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{0,3 \cdot \frac{\ell}{d} - 1} \cdot 1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (5.167).$$

Auch hier zeigt sich wieder die Abnahme der aufnehmbaren Querkraft bei steigender Schlankheit ℓ / d .

Allerdings muss an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen werden, dass diese Vereinfachungen nur eine erste Näherung darstellen können, da, wie schon im *Abschnitt 5.6* beschrieben, die Ansätze für die Stegrissgeometrie noch zu bestätigen und gegebenenfalls zu modifizieren sind.

5.8 Grenztragfähigkeit im Zustand II.7

Im Zustand II.7 bildet sich, wie im *Kapitel 4* beschrieben, ein Sprengwerk mit einer geneigten Druckstrebe vom Endpunkt des kritischen Stegrisses zum Auflager aus (siehe *Bild 5.33*). In den folgenden Berechnungsansätzen wird vorausgesetzt, dass die Bewehrung hinter dem Schnittpunkt mit dieser Druckstrebe über dem Auflager noch ausreichend verankert ist, um die durch die Druckstrebe eingeleitete Horizontalkraftkomponente aufnehmen zu können. Bei Tragwerken, die diese Voraussetzung nicht erfüllen, ist zu erwarten, dass sie bereits im Zustand II.6 endgültig versagen.

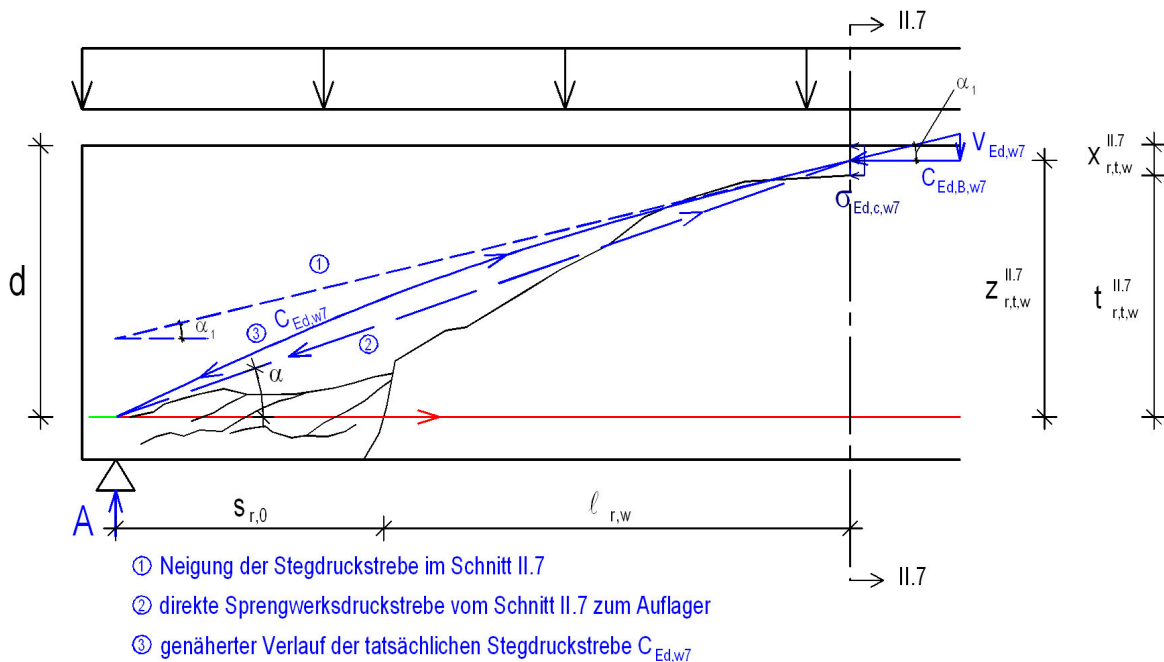


Bild 5.33: Angenähertes Sprengwerk im Zustand II.7

Wie im *Bild 5.33* dargestellt, stellt die Annahme einer reinen Sprengwerksdruckstrebe bei Gleichlast selbstverständlich nur eine Näherung dar, da die über der geneigten Druckstrebe einwirkende Auflast den Verlauf beeinflusst. Im Schnitt II.7 setzt sich die Stegdruckstrebe $C_{Ed,w7}$ aus der Querkraft an dieser Stelle $V_{Ed,w7}$ und der Biegedruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ aus dem Moment an dieser Stelle zusammen. Mit

$$V_{Ed,w7} = (g + q)_d \cdot \left[\frac{l}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right] \quad (5.168)$$

$$\text{und } C_{Ed,B,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{z_{r,t,w}^{II.7}} = \frac{1}{2} \cdot (g + q)_d \cdot (s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot \left[l - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right] \quad (5.169)$$

folgt für ihre Neigung:

$$\tan \alpha_1 = \frac{V_{Ed,w7}}{C_{Ed,B,w7}} = \frac{2 \cdot \left[\frac{l}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right] \cdot z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot \left[l - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right]} \quad (5.170).$$

Durch Umstellung erhält man daraus:

$$\tan \alpha_1 = \frac{\ell - 2 \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w})}{\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w})} \cdot \frac{z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + \ell_{r,w})} \quad (5.171).$$

Bei reinen Sprengwerksdruckstreben vom Schnitt II.7 zum Auflager müsste sich jedoch eine Neigung von

$$\tan \alpha = \frac{z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + \ell_{r,w})} \quad (5.172)$$

einstellen. Da der erste Term in der Glg. (5.171) immer kleiner als 1,0 ist, ist die Stegdruckstrebe im Schnitt II.7 immer flacher geneigt als eine Sprengwerksdruckstrebe zum Auflager. Die Richtungen dieser Streben sind in *Bild 5.33* gestrichelt eingezeichnet. Bedingt durch die Auflast im Bereich des kritischen Stegrisses muss der Verlauf der Stegdruckstrebe also gekrümmt sein und hat im Schnitt II.7 eine Neigung entsprechend Glg. (5.171). Auf die Tragfähigkeit im Zustand II.7 haben die erörterten geometrischen Zusammenhänge jedoch keinen Einfluss, da lediglich die Betondruckspannungen im Schnitt II.7 maßgebend werden, für die an dieser Stelle die geringste Querschnittsfläche für die Lastabtragung zur Verfügung steht. Diese Spannungen können direkt über die randparallel verlaufende Biegedruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ aus dem Moment im Schnitt II.7 berechnet werden.

Bei Annahme einer gleichmäßig verteilten Druckspannung im Schnitt II.7 - dies scheint bei der geringen verbleibenden Druckzonenhöhe $x_{r,t,w}^{II.7}$ oberhalb des kritischen Stegrisses und der in diesem Zustand großen Stauchungen nahe liegend - gilt dann:

$$\sigma_{Ed,c,w7} = \frac{C_{Ed,B,w7}}{b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7}} \quad (5.173).$$

Genau genommen müsste hier die Druckzonbreite, also $b_{f,c}$, eingesetzt werden. Bei den zu Grunde liegenden Rechteckquerschnitten sind jedoch $b_{f,c}$ und b_w gleich groß. Bei profilierten Querschnitten ohne Stegbewehrung, die bislang nicht zulässig sind, muss jedoch davon ausgegangen werden, dass das Tragwerk im (dünneren) Stegbereich versagt. Dafür müssten ggf. entsprechende Zusammenhänge abgeleitet werden.

Nimmt man nun an, dass die resultierende Betondruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ in halber Höhe der Betondruckzone angreift, folgt mit

$$C_{Ed,B,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{z_{r,t,w}^{II.7}} \quad (5.174)$$

mit $M_{Ed,w7}$ = Moment im Schnitt II.7 (s. *Bild 5.33*)

$$\text{und } z_{r,t,w}^{II.7} = d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \quad (5.175):$$

$$\sigma_{Ed,c,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)} \quad (5.176).$$

Durch Umstellung ergibt sich daraus der Bemessungswert des aufnehmbaren Moments im Schnitt II.7 und damit - vorausgesetzt, die dafür erforderliche Biegezugbewehrung ist vorhanden - die Tragfähigkeit im Zustand II.7 zu:

$$M_{Rd,w7} = b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right) \cdot f_{cd} \quad (5.177).$$

Im Weiteren werden wiederum die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balken 11/1 bis 16/1 bezüglich ihrer Tragfähigkeit im Zustand II.7 untersucht. Dazu wird allerdings nicht der Bemessungswert des aufnehmbaren Moments $M_{Rd,w7}$ betrachtet, sondern es wird, wie zuvor, um einen Vergleich mit der Tragfähigkeit im Zustand II.6 zu ermöglichen, wieder die aufnehmbare Querkraft $V_{Rd,w7,x=d}$ im Abstand d vom Auflagerand berechnet.

Bei Einfeldträgern unter Gleichlast gilt:

$$M_{Ed,w7} = A_{Ed} \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w}) - \frac{(g+q)_d \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w})^2}{2} \quad (5.178).$$

$$\text{Mit } A_{Ed} = \frac{(g+q)_d \cdot \ell}{2} \quad (5.179)$$

folgt dann:

$$M_{Ed,w7} = \frac{1}{2} \cdot (g+q)_d \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \cdot [\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w})] \quad (5.180).$$

Eingesetzt in Glg. (5.177) und aufgelöst nach $(g+q)$ ergibt sich die aufnehmbare Gleichlast somit zu:

$$(g+q)_{Rd,w7} = \frac{2 \cdot b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)}{(s_{r,0} + \ell_{r,w}) \cdot [\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w})]} \cdot f_{cd} \quad (5.181).$$

Analog Glg. (5.161) folgt damit für die aufnehmbare Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflagerand im Zustand II.7 $V_{Rd,w7,x=d}$:

$$\begin{aligned} V_{Rd,w7,x=d} &= \left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot (g+q)_{Rd,w7} \\ &= \left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{2 \cdot b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)}{(s_{r,0} + \ell_{r,w}) \cdot [\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w})]} \cdot f_{cd} \end{aligned} \quad (5.182).$$

Wie im vorigen Kapitel werden die geometrischen Werte $s_{r,0}$, $\ell_{r,w}$ und $x_{r,t,w}^{II.7}$ gemessen und die charakteristische Betonfestigkeit wird mit $f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w$ angenommen. Die Werte für $s_{r,0}$, $\ell_{r,w}$ und f_{ck} können *Tabelle 5.3* entnommen werden. Die Auflagerbreite a beträgt wiederum 10,0 cm. In *Tabelle 5.4* sind die gemessenen verbleibenden Druckzonenhöhen oberhalb der kritischen Stegrisse $x_{r,t,w}^{II.7}$, die Ergebnisse nach Glg (5.182) ($V_{R,w7,x=d}$) für $f_{cd} = f_{ck}$ sowie nochmals die Ergebnisse für den Zustand II.6 unter Berücksichtigung der Erhöhung bei den gedrunenen Balken 11/1 bis 13/1 [$V_{R,ct,w6,x=d}(\ell/d)$ bzw. $V_{R,ct,w6,x=d}$] und die tatsächlichen Bruchlasten (V_u) entsprechend *Tabelle 5.3* dargestellt. Eine Erhöhung der Tragfähigkeit bei gedrunenen Balken, wie im Zustand II.6, ist im Zustand II.7 nicht zulässig, da sie die Überlagerung der Biegetragwirkung durch eine Bogentragwirkung erfassen soll. Im Zustand II.7 ist die Biegetragwirkung durch die Rissbildung jedoch völlig unterbunden, so dass nun die gesamte Last über die hier angesetzte Sprengwerkswirkung abgetragen werden muss und somit keine Aufteilung auf unterschiedliche Tragmechanismen mehr möglich ist. Die Bruchseiten der Balken sind in dieser Tabelle durch Hervorhebung mit roter Farbe kenntlich gemacht.

Tabelle 5.4: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2.4] im Zustand II.6 und II.7

Balken	ℓ / d	$x_{r,t,w}^{II.7}$ [cm]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,95}$ mit Erhöhung [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei f_{ctm} mit Erhöhung [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,05}$ mit Erhöhung [kN]	V_u Versuch [kN]	$V_{R,w7,x=d}$ [kN]
11/1 links	5,2	3,3	158,8	122,1	85,5	150,6	87,2
11/1 rechts	5,2	4,3	237,4	182,6	127,8	150,6	115,7
12/1 links	7,3	3,9	253,7	195,1	136,6	137,1	87,9
12/1 rechts	7,3	3,9	193,2	148,6	104,0	137,1	89,7
13/1 links	9,2	3,2	145,1	111,6	78,1	103,1	66,5
13/1 rechts	9,2	4,5	95,5	73,4	51,4	103,1	104,9
14/1 links	11,0	3,3	114,2	87,8	61,5	83,9	64,2
14/1 rechts	11,0						
15/1 links	14,7	2,2	105,5	81,1	56,8	80,0	39,3
15/1 rechts	14,7						
16/1 links	18,3	2,8	79,8	61,4	43,0	83,8	55,3
16/1 rechts	18,3						

Rot: Bruchseite

Wie die *Tabelle 5.4* zeigt, ist die rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.7 überwiegend kleiner als die im Zustand II.6. Dies stellt keinen Widerspruch dar, sondern sagt vielmehr aus, dass bei diesen Balken die Tragfähigkeit im Zustand II.6 maßgebend ist. Nach Versagen des Systems im Zustand II.6 ist somit keine Laststeigerung mehr möglich, sondern es kommt zum sofortigen Versagen der Betondruckzone. Auf der rechten Seite des Balkens 13/1 ist die aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7 dagegen größer als die im Zustand II.6. Dies zeigt, wie bereits im vorigen Kapitel vermutet, dass auf der rechten Seite des Balkens 13/1 nicht der Zustand II.6 der für die Tragfähigkeit maßgebende Zustand ist, sondern dass die Tragfähigkeit des Tragwerks hier durch den Zustand II.7 bestimmt ist. Beim Balken 16/1 jedoch sind sowohl die für den Zustand II.6 ermittelten Tragfähigkeiten, wie auch die für den Zustand II.7 ermittelte Tragfähigkeit kleiner als die tatsächliche Bruchlast, was bedeutet, dass der Träger nach den hier hergeleiteten Berechnungsansätzen bei einer geringeren Laststufe hätte versagen müssen. Da diese Berechnungsansätze jedoch sehr viele Näherungen enthalten, und speziell beim Balken 16/1 die gemessenen geometrischen Größen anhand der vorliegenden Unterlagen nur sehr ungenau ermittelt werden konnten, scheint auch dieses Ergebnis vertretbar, gerade in Hinblick auf eine Bemessung des Tragwerks, bei der die Berechnungsergebnisse auf der sicheren Seite liegen.

Zur Verdeutlichung sind im *Bild 5.34* die in der *Tabelle 5.4* dargestellten Ergebnisse noch einmal grafisch aufgezeigt. Die Höhe der Säulen stellt die Tragfähigkeit dar. In den drei verschiedenen Blautönen sind die rechnerischen Tragfähigkeiten im Zustand II.6 bei Ansatz von $f_{ctk;0,95}$, f_{ctm} bzw. $f_{ctk;0,05}$ als Betonzugfestigkeit dargestellt. Die rote Säule stellt die tatsächliche Bruchtragfähigkeit und die grüne Säule die rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.7 dar. Die Erhöhungen nach *Abschnitt 4.3* für die gedrungenen Balken 11/1 bis 13/1 sind für den Zustand II.6 berücksichtigt.

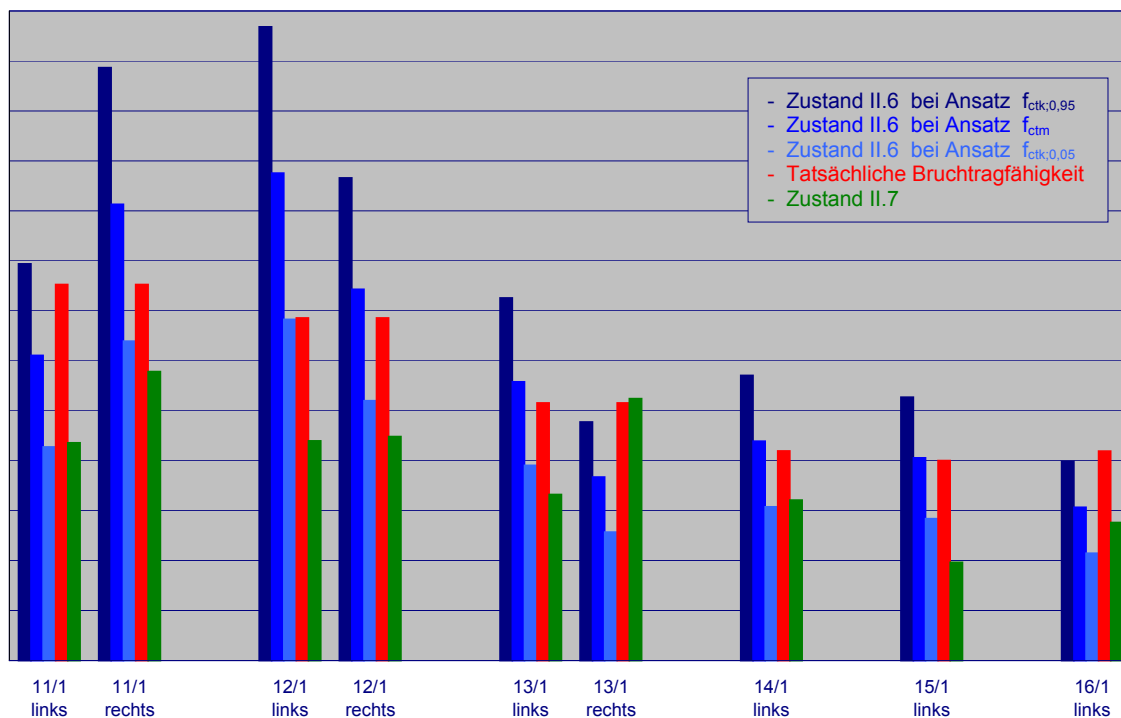


Bild 5.34: Grafische Darstellung der Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6 und II.7 der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2.4] mit Erhöhung für gedrungene Balken

Das *Bild 5.34* zeigt sehr anschaulich die unterschiedlichen Tragfähigkeitsverhältnisse auf. Bei allen Balken ist die rechnerische Tragfähigkeit in Zustand II.7, außer auf der rechten Seite des Balkens 13/1, der ja auf der linken Seite versagt hatte, immer kleiner als die Bruchtragfähigkeit. Es muss also durchweg die blau dargestellte Tragfähigkeit im Zustand II.6 maßgebend gewesen sein. Beim Balken 11/1 sieht man sehr deutlich, dass der Balken auf der linken Seite versagt haben muss. Hier ist die rot dargestellte Bruchtragfähigkeit annähernd genau so groß, wie die dunkelblau dargestellte rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.6 bei Ansatz von $f_{ct,k;0,95}$ als Zugfestigkeit, was zwar eher unwahrscheinlich, aber durchaus möglich ist. Auf der rechten Seite dieses Trägers sind dagegen noch ausreichend Tragreserven vorhanden. Man erkennt auch gut, dass die Bruchtragfähigkeiten auf der rechten Seite des Balkens 12/1 sowie auf den linken Seiten der Balken 13/1, 14/1 und 15/1 in etwa auf der Höhe der Tragfähigkeiten im Zustand II.6 bei Ansatz der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} liegen und hier zum Bruch geführt haben. Dagegen zeigen sich auf der linken Seite des Balkens 12/1, der ja auch auf der anderen Seite versagt hatte, im Zustand II.6 noch ausreichend Tragreserven. Der Balken 16/1 stellt, wie bereits oben beschrieben, einen Sonderfall dar.

Um an dieser Stelle auch noch einmal den Einfluss der Überlagerung eines Druckgewölbes bei den gedrungenen Balken 11/1 bis 13/1 zu zeigen, der im *Bild 5.34* durch die Erhöhung der rechnerischen Tragfähigkeitswerte im Zustand II.6 nach *Abschnitt 4.3* berücksichtigt wurde, ist im *Bild 5.35* die selbe Grafik wie im *Bild 5.34*, allerdings ohne diese Erhöhung dargestellt. Beim Balken 11/1 sieht man, dass die Bruchtragfähigkeiten deutlich größer als die rechnerischen Tragfähigkeiten sind. Auch auf der rechten Seite (Bruchseite) des Balkens 12/1 ist die Bruchtragfähigkeit noch deutlich größer, wenn man einmal die Tragfähigkeit im Zustand II.6 bei Ansatz der 95%-Fraktile, deren Wert eher unwahrscheinlich ist, außer Acht lässt. Beim Balken 13/1, der an der Grenze zum gedrungenen Balken ist, sieht man schon, dass der Unterschied zwischen den Tragfähigkeiten in den *Bildern 5.34* und *5.35* nicht mehr allzu groß ist.

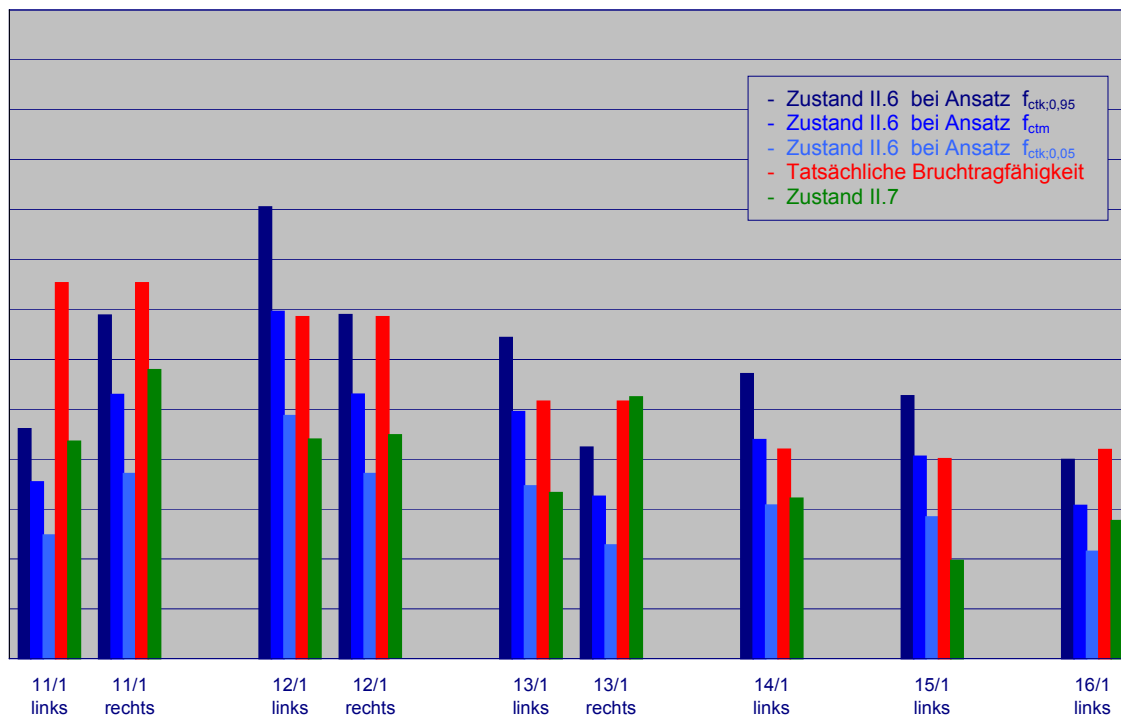


Bild 5.35: Grafische Darstellung der Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6 und II.7 der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2.4] ohne Erhöhung für gedrungene Balken

Wie schon für den Zustand II.6 soll auch an dieser Stelle eine vereinfachte Bemessungsgleichung mit den Näherungen für die Stegrissgeometrie nach Glg. (5.141) bis Glg. (5.143) aus *Abschnitt 5.6* aufgezeigt werden. Mit $x_{r,t,w}^{II.7} = 0,1 \cdot d$ folgt für das aufnehmbare Moment im Schnitt II.7 nach Glg. (5.177):

$$M_{Rd,w7} = 0,095 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (5.183).$$

Mit den weiteren Näherungen für die Stegrissgeometrie und der Vernachlässigung der Auflagerbreite a ergibt sich für einen Einfeldträger mit Gleichlast:

- Bei Ansatz von $\ell_{r,w} = 2 \cdot d$:

$$M_{Ed,w7} = \frac{1}{2} \cdot (g + q)_d \cdot 3 \cdot d^2 \cdot \left[\frac{\ell}{d} - 3 \right] \quad (5.184)$$

und damit

$$V_{Rd,w7,x=d} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{\frac{\ell}{d} - 3} \cdot 0,063 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (5.185).$$

Hier zeigt sich wieder, wie schon im Zustand II.6, dass bei zunehmender Schlankheit ℓ / d das Moment im Schnitt II.7 zunimmt, und damit die aufnehmbare Querkraft abnimmt.

- Bei Ansatz von $\ell_{r,w} = 0,2 \cdot \ell$:

$$M_{Ed,w7} = \frac{1}{2} \cdot (g + q)_d \cdot d^2 \cdot \left(0,2 \cdot \frac{\ell}{d} + 1 \right) \cdot \left(0,8 \cdot \frac{\ell}{d} - 1 \right) \quad (5.186)$$

und weiter

$$V_{Rd,w7,x=d} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{\left(0,2 \cdot \frac{\ell}{d} + 1\right) \cdot \left(0,8 \cdot \frac{\ell}{d} - 1\right)} \cdot 0,19 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (5.187).$$

Wiederum ist die Abnahme der aufnehmbaren Querkraft bei steigendem ℓ / d erkennbar.

Eine andere Möglichkeit zur Vereinfachung der Bemessungsgleichung besteht durch Einführung des Beiwerts

$$k_{x7} = \frac{x_{r,t,w}^{II.7}}{d} \quad (5.188).$$

Damit wird das aufnehmbare Moment im Schnitt II.7 nach Glg. (5.177) zu

$$M_{Rd,w7} = k_{x7} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot k_{x7}\right) \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (5.189).$$

Mit den Näherungen nach den Gln. (5.141) und (5.142) $s_{r,0} = d$ und $\ell_{r,w} = 2 \cdot d$ gilt für Einfeldträger unter Gleichlast:

$$M_{Ed,w7} = 3 \cdot d \cdot V_{Ed,w7,x=1,5 \cdot d} \quad (5.190).$$

Somit folgt:

$$V_{Rd,w7,x=1,5 \cdot d} = \frac{1}{3} \cdot k_{x7} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot k_{x7}\right) \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (5.191).$$

Hier wird nun allerdings die Bemessungsquerkraft im Abstand $1,5 \cdot d$ vom Auflager berechnet. Um die „übliche“ Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflager zu berechnen wären weitere Rechenschritte erforderlich. Andererseits könnte für lange Träger und für Träger die durch Auflagerlasten mehrseitig gelagerter Platten belastet werden auch mit hinreichender Genauigkeit vereinfachend angesetzt werden

$$V_{Rd,w7,x=d} \approx V_{Rd,w7,x=1,5 \cdot d} = \frac{1}{3} \cdot k_{x7} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot k_{x7}\right) \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (5.192).$$

In dieser Gleichung könnte nun über den Beiwert k_{x7} , der als eine Funktion von d definiert werden könnte, die sinkende Querkrafttragfähigkeit mit steigender Nutzhöhe d erfasst werden, wie dies über den empirisch ermittelten Beiwert κ bei der Querkraftbemessung nach DIN 1045-1 [0.1] der Fall ist. Für eine mathematische Bestimmung dieses Beiwertes k_{x7} reichen die vorliegenden Versuchsergebnisse in der Literatur jedoch nicht aus. Hier ist auch wieder weitere Forschungsarbeit mit zusätzlichen Versuchen an Balken mit unterschiedlicher Nutzhöhe in zukünftigen Forschungsvorhaben erforderlich.

Wie bereits im vorigen Kapitel muss jedoch auch hier wieder darauf hingewiesen werden, dass es sich bei diesen einfachen Gleichungen lediglich um eine erste Annäherung handeln kann, da die vereinfachten Ansätze für die Stegrissgeometrie noch zu bestätigen sind.

Als vereinfachte Näherung könnte an dieser Stelle wieder für k_{x7} ein konstanter Wert - z. B. 0,10 - eingesetzt werden und damit die sehr einfache Beziehung angegeben werden:

$$V_{Rd,w7,x=d} \approx 0,032 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (5.193).$$

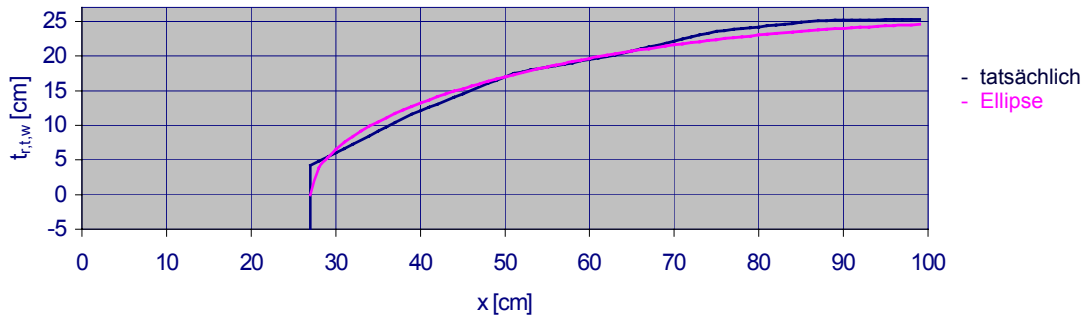


Bild 5.38: Gegenüberstellung des tatsächlichen mit dem angenäherten Rissverlauf beim Balken 15/1 aus [2.4]

Die *Bilder* 5.37 und 5.38 zeigen, dass die Beschreibung des Rissverlaufes durch eine Ellipse eine gute Näherung darstellt.

Die Fläche der verbleibenden Betonquerschnitte oberhalb des kritischen Stegrisses beträgt mit dieser Näherung abhängig von der Stelle x_w

$$A_C(x_w) = b_w \cdot (d - y_w(x_w)) = b_w \cdot \left(d - \sqrt{1 - \frac{(x_w - \ell_{r,w})^2}{\ell_{r,w}^2}} \cdot t_{r,t,w}^{II.7} \right) \quad (5.195)$$

und das Widerstandsmoment

$$W_C(x_w) = \frac{b_w \cdot (d - y_w(x_w))^2}{6} = \frac{1}{6} \cdot b_w \cdot \left(d - \sqrt{1 - \frac{(x_w - \ell_{r,w})^2}{\ell_{r,w}^2}} \cdot t_{r,t,w}^{II.7} \right)^2 \quad (5.196).$$

Das über dem Riss verbleibende Teiltragwerk entspricht einem beidseitig eingespannten Träger mit veränderlichem Querschnitt entsprechend *Bild* 5.39. Einzellasten in diesem Bereich werden nicht berücksichtigt, da es sich hierbei um auflagennahe Lasten handeln würde, auf die später noch gesondert eingegangen wird.

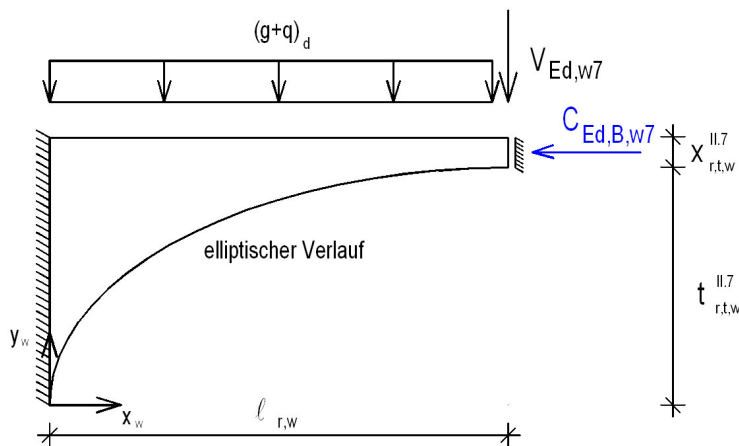


Bild 5.39: Statisches System und Bezeichnungen des verbleibenden Querschnitts oberhalb des kritischen Stegrisses

Verschiedene Vergleichsrechnungen haben ergeben, dass - bei Annahme eines elliptischen Verlaufs des unteren Querschnittsrandes - ca. 20 % des reinen Kragmomentes auf die verschiebliche Einspannung auf der rechten Seite des im *Bild 5.39* dargestellten statischen Systems einwirken. Für das Moment an der Stelle x_w folgt damit:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Ed},x}(x_w) &= \frac{(\ell_{r,w} - x_w)^2}{2} \cdot (g + q)_d + (\ell_{r,w} - x_w) \cdot V_{\text{Ed},w7} - \\
 &\quad - 0,2 \cdot \left[\frac{\ell_{r,w}^2}{2} \cdot (g + q)_d + \ell_{r,w} \cdot V_{\text{Ed},w7} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left[(\ell_{r,w} - x_w)^2 - 0,2 \cdot \ell_{r,w}^2 \right] \cdot (g + q)_d + \left[(\ell_{r,w} - x_w) - 0,2 \cdot \ell_{r,w} \right] \cdot V_{\text{Ed},w7} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left[(\ell_{r,w} - x_w)^2 - 0,2 \cdot \ell_{r,w}^2 \right] \cdot (g + q)_d + (0,8 \cdot \ell_{r,w} - x_w) \cdot V_{\text{Ed},w7}
 \end{aligned} \tag{5.197}$$

Die Druckkraft $C_{\text{Ed},B,w7}$ berechnet sich analog Glg. (5.174) zu

$$C_{\text{Ed},B,w7} = \frac{M_{\text{Ed},w7}}{z_{r,t,w}^{\text{II.7}}} \tag{5.198}$$

wiederum mit $M_{\text{Ed},w7}$ = Moment im Schnitt II.7

$$\text{und} \quad z_{r,t,w}^{\text{II.7}} = d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{\text{II.7}} = \frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{\text{II.7}}) \tag{5.199}.$$

Für die Betonzugspannung folgt damit, unter der Annahme, dass die Momente $M_{\text{Ed},x}$ und $M_{\text{Ed},w7}$ gleiches Vorzeichen haben:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{Ed},ct,w7}(x_w) &= \frac{M_{\text{Ed},x}(x_w)}{W_C(x_w)} - \frac{C_{\text{Ed},B,w7}}{A_C(x_w)} \\
 &= \frac{M_{\text{Ed},x}(x_w)}{W_C(x_w)} - \frac{M_{\text{Ed},w7}}{\frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{\text{II.7}}) \cdot A_C(x_w)}
 \end{aligned} \tag{5.200}$$

Im Bereich des Momentennullpunkts, der aus dem statischen System des beidseitig eingespannten Trägers herrührt, werden die Zugspannungen selbstverständlich überdrückt, so dass hier die minimalen Betondruckspannungen für die Bemessung maßgebend werden. Da hier in der Regel jedoch weit größere aufnehmbare Bemessungslasten erreicht werden, wird dieser Fall nicht weiter ausgeführt. Bei den noch folgenden beispielhaften Berechnungen wurden diese Einflüsse jedoch berücksichtigt.

Das Aufstellen einer allgemein gültigen Bemessungsgleichung ist an dieser Stelle allerdings nicht möglich, da der Zusammenhang zwischen $(g + q)_d$, $V_{\text{Ed},w7}$ und $M_{\text{Ed},w7}$ nur über die Vorgabe weiterer Randbedingungen - statisches System, Belastungsart usw. - erfassbar ist. Auf die Ausarbeitung solcher spezieller Formeln wird in der vorliegenden Forschungsarbeit jedoch verzichtet, da die Lösung für den Einzelfall einfach durchzuführen ist.

Im Folgenden wird nur die Bemessungsformel für den Einfeldträger unter Gleichlast aufgestellt. Nach Glg. (5.180) gilt für einen Einfeldträger unter Gleichlast im Schnitt II.7:

$$M_{\text{Ed},w7} = \frac{1}{2} \cdot (g + q)_d \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \cdot \left[\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right].$$

$$\text{Weiterhin gilt mit} \quad V_{\text{Ed},w7} = \left[\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right] \cdot (g + q)_d \tag{5.201}:$$

$$M_{\text{Ed},x}(x_w) = \left[\frac{1}{2} \cdot \left[(\ell_{r,w} - x_w)^2 - 0,2 \cdot \ell_{r,w}^2 \right] + (0,8 \cdot \ell_{r,w} - x_w) \cdot \left[\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right] \right] \cdot (g + q)_d \quad (5.202).$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird der Faktor

$$m_x(x_w) = \frac{1}{2} \cdot \left[(\ell_{r,w} - x_w)^2 - 0,2 \cdot \ell_{r,w}^2 \right] + (0,8 \cdot \ell_{r,w} - x_w) \cdot \left[\frac{\ell}{2} - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right] \quad (5.203)$$

eingeführt, womit sich für das Moment $M_{\text{Ed},x}(x_w)$ ergibt:

$$M_{\text{Ed},x}(x_w) = m_x(x_w) \cdot (g + q)_d \quad (5.204).$$

Durch die weitere Einführung von

$$m_{w7} = \frac{1}{2} \cdot (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \cdot \left[\ell - (s_{r,0} + \ell_{r,w}) \right] \quad (5.205)$$

folgt für das Moment $M_{\text{Ed},w7}$ nach Glg. (5.180)

$$M_{\text{Ed},w7} = m_{w7} \cdot (g + q)_d \quad (5.206).$$

Damit lässt sich die maximale Betonzugspannung für einen Einfeldträger unter Gleichlast im Schnitt x_w nach Glg. (5.200) folgendermaßen ausdrücken:

$$\sigma_{\text{Ed},ct,w7}(x_w) = \left[\frac{m_x(x_w)}{W_C(x_w)} - \frac{m_{w7}}{\frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{II,7}) \cdot A_C(x_w)} \right] \cdot (g + q)_d \quad (5.207).$$

Durch Umstellung errechnet sich daraus die aufnehmbare Auflast im Schnitt x_w zu:

$$(g + q)_{\text{Rd},ct,w7}(x_w) = \frac{1}{\left[\frac{m_x(x_w)}{W_C(x_w)} - \frac{m_{w7}}{\frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{II,7}) \cdot A_C(x_w)} \right]} \cdot f_{\text{ctd},w} \quad (5.208).$$

Wie oben wird, um einen Vergleich zu ermöglichen, daraus wieder die aufnehmbare Querkraft im Abstand d vom Auflagerrand $V_{\text{Rd},ct,w7,x=d}$ analog Glg. (5.161) berechnet:

$$\begin{aligned} V_{\text{Rd},ct,w7,x=d}(x_w) &= \left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot (g + q)_{\text{Rd},ct,w7} \\ &= \frac{\left(\frac{\ell}{2} - d - \frac{a}{2} \right)}{\left[\frac{m_x(x_w)}{W_C(x_w)} - \frac{m_{w7}}{\frac{1}{2} \cdot (d + t_{r,t,w}^{II,7}) \cdot A_C(x_w)} \right]} \cdot f_{\text{ctd},w} \end{aligned} \quad (5.209).$$

Im *Bild 5.40* ist eine Art Einflusslinie für die aufnehmbare Querkraft im Abstand d vom Auflagerrand $V_{\text{R},ct,w7,x=d}$, entsprechend der Tragfähigkeit an der jeweiligen Stelle x_w , für die linke Seite des Balkens 14/1 aus [2.4] grafisch dargestellt. Hierbei wurde $f_{\text{ctd},w} = f_{\text{ctm}}$ angesetzt. Zusätzlich ist auch der durch eine Ellipse angenäherte Rissverlauf und der Verlauf der Betondruckstrebe eingezeichnet. Die Eingangswerte $s_{r,0}$, $\ell_{r,w}$, $x_{r,t,w}^{II,7}$ und f_{ck} können den *Tabellen 5.3* und *5.4* entnommen werden.

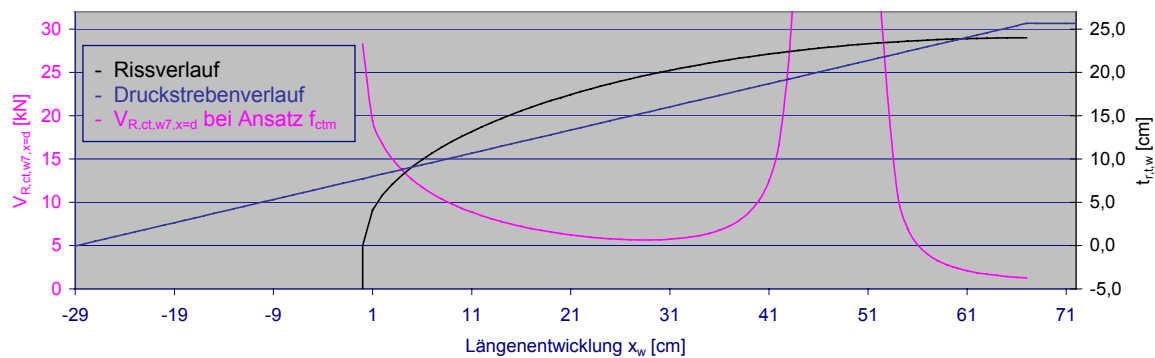


Bild 5.40: Aufnehmbare Querkraft, angenäherter Rissverlauf und Betondruckstrebe beim Balken 14/1 aus [2.4]

Wie aus dem *Bild 5.40* hervorgeht, wird der Verlauf der aufnehmbaren Querkraft im Abstand d vom Auflager $V_{R,ct,w7,x=d}$ im Bereich der Risswurzel minimal, was bedeutet, dass der erste Riss an der Oberseite des Querschnitts aus der Exzentrizität der Druckstrebe in etwa an dieser Stelle auftreten müsste. In diesem Bereich entstehen jedoch, wegen der geringen Druckzonenhöhe, sehr große Druckspannungen, so dass hier vermutlich nicht mehr von einem rein linearelastischen Materialverhalten ausgegangen werden kann. Dies könnte der Grund dafür sein, dass in den dokumentierten Versuchsbalken an dieser Stelle keine vertikalen Risse an der Balkenoberseite zu beobachten sind. Allerdings stellt die Beanspruchung aus der Exzentrizität der Druckstrebe eine zusätzliche Beanspruchung für die bereits stark beanspruchte Druckzone in diesem Bereich dar und trägt somit sicherlich zum Versagen der Druckzone an dieser Stelle bei.

Ein weiteres Minimum der Funktion liegt ungefähr in der Mitte des kritischen Stegrisses vor, bei etwa $x_w = 28$ cm. Somit müsste, lässt man den Bereich der Risswurzel, ab ca. $x_w = 55$ cm, außer Acht, an dieser Stelle der erste Riss an der Oberseite des Querschnitts entstehen. Und tatsächlich ist beim Balken 14/1 aus [2.4] bei ca. $x_w = 29$ cm ein solcher Riss entstanden. Auch auf der rechten Seite des Balkens 13/1 aus [2.4] lässt sich Ähnliches feststellen. Hier müsste der Riss rechnerisch bei $x_w = 21$ cm entstehen, im Versuch lag er bei ca. $x_w = 23$ cm. Allerdings zeigen die Versuchsergebnisse auch Abweichungen von der hier hergeleiteten Formel. Beim Balken 12/1 und auf der linken Seite des Balkens 13/1 weichen die rechnerischen Ergebnisse von denjenigen im Versuch ab. Hier ist jedoch zu bedenken, dass, wie schon oben beschrieben, die Risse, die an den Versuchsbalken vorhanden sind, nicht zwingend aus der Exzentrizität der Druckstrebe herrühren müssen, sondern eventuell erst während bzw. nach dem eigentlichen Bruchvorgang entstanden sind. Hierfür spricht, dass die zwei oberen Risse auf der linken Seite des Balkens 13/1 und vermutlich auch die entsprechenden Risse beim Balken 12/1 offenbar nicht von der Oberkante des Trägers ausgehen, sondern sich vom kritischen Stegriss aus nach oben entwickelt haben. Um jedoch noch genauere Kenntnisse über diese Bruchvorgänge zu erlangen, wären auch für diese Fragestellung weitere Versuchsreihen mit Trägern ohne Stegbewehrung wünschenswert.

6. RECHENMODELLE FÜR DIE STEGBEANSPRUCHUNGEN AN ENDAUFLAGERN

6.1 Direkte Lagerung

Bereits bei der qualitativen Betrachtung der verschiedenen Systeme im Zustand II wurde im *Abschnitt 4.2* festgestellt, dass sich der kritische Stegriss, der in Biegebereichen zuerst in der Nähe von Endauflagern entstehen kann, bei Tragwerken ohne Stegbewehrung stets direkt im Übergangsbereich zum D_e -Bereich einstellt. Das *Bild 6.1* zeigt noch einmal die Spannungssituation im D_e -Bereich, nachdem sich ein kritischer Stegriss in voller Länge entwickelt hat, also der Zustand II.6 erreicht wurde.

Genau genommen ist im Zustand II.6 bereits der gesamte Bereich vom Auflager bis zum Ende des kritischen Stegrisses als D_e -Bereich zu bezeichnen, da kein Spannungszustand nach der Biegetheorie mehr vorhanden ist.

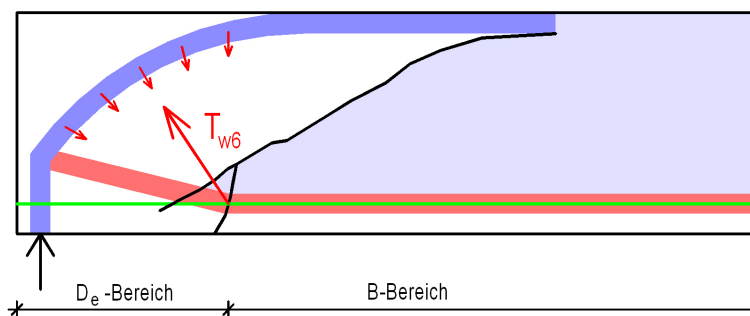


Bild 6.1: Ursprünglicher D_e -Bereich

Ein Rechenmodell für diesen Zustand II.6 wurde bereits im vorhergehenden Kapitel vorgestellt. Es betrifft zwar ausschließlich den D_e -Bereich, wurde aber im Sinne einer logischen Gesamtabfolge im Zusammenhang mit den übrigen Rechenmodellen für die B-Bereiche vorgestellt.

Nach dem Versagen der Stegzugstrebe T_{w6} kann sich noch ein Zustand II.7 einstellen. Auch dieser Zustand betrifft in jedem Fall den D_e -Bereich, da er durch eine zum Auflagerpunkt gerichtete Druckstrebe C_{w7} gekennzeichnet ist. Allerdings handelt es sich hierbei nicht um eine für den D_e -Bereich maßgebende Beanspruchung. Die geneigte Druckstrebe C_{w7} verursacht stets einen Druck- und / oder Biegebruch in der durch den kritischen Stegriss stark eingeschnürten Druckzone des an den ursprünglichen D_e -Bereich anschließenden B-Bereichs.

Auch im Zustand II.7 erstreckt sich der D_e -Bereich über die gesamte Länge vom Auflager bis zum Ende des kritischen Stegrisses.

Somit erfassen die für die B-Bereiche vorgestellten Rechenmodelle auch die Situation der D_e -Bereiche, und es sind für den Fall der direkten Lagerung keine weiteren Rechenmodelle erforderlich.

6.2 Indirekte Lagerung

Für die Situation indirekt gelagerter Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung liegen leider keine dokumentierten Versuche vor. Im *Kapitel 4* konnte jedoch gezeigt werden, dass die im *Kapitel 3* für den Zustand I durchgeführten theoretischen Überlegungen durch Versuche mit Stegbewehrung als zutreffend bestätigt werden.

Bezüglich der Situation im Zustand I wurde im *Kapitel 3* aufgezeigt, dass hier von einem Spannungszustand ausgegangen werden kann, der sich nach der Biegetheorie bis zur Auflagerachse einstellt. Danach beträgt die maximale Schubspannung in der Auflagerachse nach Glg. (2.7) $\max \tau = 3 \cdot V / (2 \cdot b_w \cdot h)$. Die zugehörige, maximale Hauptzugspannung erreicht somit den Wert:

$$\max \sigma_1 = \frac{\max \tau}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,75 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{V}{b_w \cdot h} \quad (6.1).$$

Durch Gleichsetzen dieser maximalen Hauptzugspannung mit der Betonzugfestigkeit kann aus dieser Gleichung die Querkraft bestimmt werden, die im Zustand I aufgenommen werden kann:

$$V_{Rd,ct,ind,e} = 0,94 \cdot b_w \cdot h \cdot f_{ctd} \quad (6.2).$$

Diese Bestimmungsgleichung kann in zulässiger Näherung durch folgende Beziehung ersetzt werden:

$$V_{Rd,ct,ind,e} = b_w \cdot d \cdot f_{ctd} \quad (6.3).$$

Wertet man diese Bestimmungsgleichung beispielhaft für die Versuchsbalken 1 bis 17/2 aus [2.4] aus, so erhält man einen Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit für eine (fiktive) indirekte Lagerung, die nur für die kürzesten Versuchsbalken kleiner ist als die in den Versuchen jeweils erreichte Bruchquerkraft. Dieses Einzelergebnis deutet darauf hin, dass indirekte, frei drehbare Endlager bei Tragwerken ohne Stegbewehrung i. A. nicht maßgebend werden.

Die Größenordnung des durch die Glg. (6.3) definierten Grenzwerts der Auflagerkraft, bei dem am Auflager durch Rissbildung der Zustand II erreicht wird, kann ganz anschaulich durch folgende Betrachtung aufgezeigt werden. An der Stelle $x = d$ vom Auflager entfernt beträgt das Biegemoment bei Vernachlässigung der Belastung im Bereich $0 < x \leq d$

$$M(x = d) = V \cdot d \quad (6.4).$$

Das Widerstandsmoment beträgt für einen Rechteckquerschnitt

$$W = b_w \cdot h^2 / 6 \quad (6.5).$$

Errechnet man daraus die maximale Biegezugspannung und ersetzt h durch $d / 0,9$, so erhält man näherungsweise die Riss auslösende Auflagerkraft zu

$$V_{Rd,ct,r} \approx b_w \cdot d \cdot f_{ctd} / 5 \quad (6.6).$$

Die Gegenüberstellung von Glg. (6.6) mit Glg. (6.3) zeigt sehr deutlich, dass die Rissbildung am Beginn des D_e -Bereichs sehr viel früher (Last-Faktor 5!) einsetzt als unmittelbar an der indirekten Lagerung.

Sollte die Auflagerkraft nun doch größer werden als der mit Glg. (6.2) bestimmte Wert, wird sich rechtwinklig zu $\max \sigma_1$ ein Riss einstellen. Da diese maximale Hauptzugspannung in der Balkenachse entsteht und unter 45° schräg nach unten vom Auflager in Richtung Balken gerichtet ist, ist zu erwarten, dass sich der Riss an dieser Stelle unter 45° geneigt

schräg nach oben gerichtet einstellt, wie dies im *Bild 6.2* dargestellt ist und wie er in den Versuchsbalken (mit Stegbewehrung) gemäß *Bild 4.26* tatsächlich aufgetreten ist.

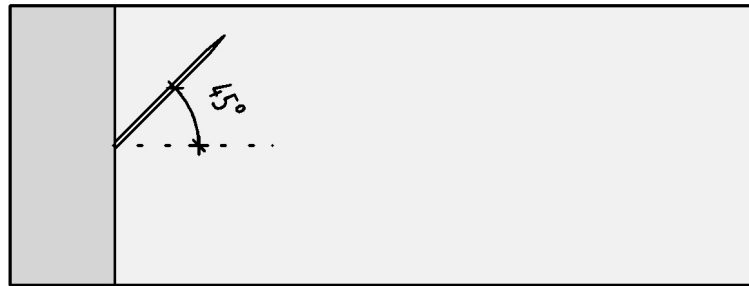


Bild 6.2: Theoretisch zu erwartendes Rissbild bei indirekten Endauflagern

Dieser Riss dürfte zur Folge haben, dass in der oberen Hälfte des Balkens keine Lastanteile mehr in das indirekte Lager fließen können, da die hierfür erforderlichen schrägen Hauptzugspannungen auf Grund des Risses nicht mehr zur Verfügung stehen.

Wenn demnach die Lastübertragung nur noch in der unteren Hälfte des Balkenquerschnitts möglich ist, erscheint es nahe liegend, dass sich - wie im *Bild 6.3* darstellt - ein ähnlicher Spannungszustand einstellt wie bei der direkten Lagerung.

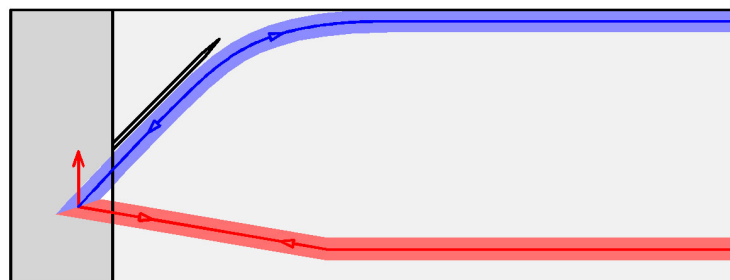


Bild 6.3: Theoretisch zu erwartender Kraftverlauf bei indirekten Endauflagern nach der Rissbildung gemäß *Bild 6.2*

Eine FE-Berechnung auf linear-elastischer Grundlage, bei der ein entsprechender Riss als schmale Öffnung simuliert wurde, bestätigt dieses Modell. Wie die Darstellung der Hauptspannungen im *Bild 6.4* bestätigt, führen unterhalb des schrägen Risses geneigte Druckspannungen und geneigte Zugspannungen die Lasten in das indirekte Auflager. Die Hauptspannungen weisen darüber hinaus auch eine Lastabtragung durch geneigte Druckspannungen über dem Riss aus. Diese werden sich in Stahlbetontragwerken aber wahrscheinlich nicht ausbilden können, da die dafür erforderliche Umlenkung der Druckspannungen vom randparallelen Druckgurt in die geneigte Richtung Zugspannungen erforderlich sind, die den der Risswurzel vor gelagerten Bereich kreuzen müssten. Es ist aber anzunehmen, dass diese Bruchprozesszone zu nachgiebig ist, um tatsächlich derartige Umlenkkräfte aktivieren zu können.

Damit bestätigt die FE-Berechnung voll und ganz das im *Bild 6.3* dargestellte Tragmodell.

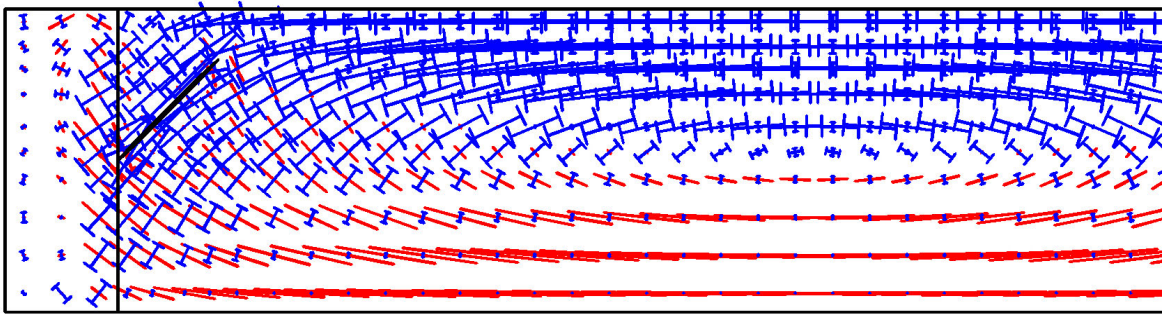


Bild 6.4: Hauptspannungen bei indirektem Endauflager mit Schrägriss

Unter diesen Voraussetzungen wären für die Bemessung des Tragwerks wiederum die selben Rechenmodelle maßgebend, die für die B-Bereiche entwickelt wurden. Voraussetzung ist natürlich, dass das Last aufnehmende Tragwerk die unten angreifenden Lasten, die Zug erzeugen, aufnehmen kann.

7. RECHENMODELLE FÜR INNEN ANGREIFENDE EINZELLASTEN

7.1 Direkte Lasteinleitung

Bei der Einleitung von Einzellasten stellen sich, wie in *Abschnitt 4.4* qualitativ beschrieben, gegenüber den in den *Abschnitten 5.3 ff* hergeleiteten Berechnungsgrundlagen etwas andere Belastungszustände ein. Im Folgenden werden nun für die maßgebenden Risszustände Rechenmodelle für innen angreifende Einzellasten vorgestellt. Untersucht wird zunächst der Zustand II.1D_i, der Zustand II.1B_i wird vernachlässigt. Entsprechend den Angaben in *Abschnitt 4.4* wird für diesen Fall ungünstig davon ausgegangen, dass die gesamte eingeleitete Auflast ausschließlich über die Druckstreben unter dem Winkel von 45° zu einem Kreuzungspunkt zwischen Biegezugbewehrung und einem Biegeriss abgetragen und von dort aus über eine schräge Zugstrebe wieder hoch gehängt wird. Analog zum *Abschnitt 5.3* wird angenommen, dass die schräge Stegzugstrebe durch den Mittelpunkt des über dem Biegeriss verbleibenden Betonquerschnitts verläuft und die über die Einwirkungsbreite x_w verteilten Stegzugspannungen einen parabolischen Verlauf annehmen. Die hier geschilderten Vorgaben sowie die geometrischen Bezeichnungen sind im *Bild 7.1* grafisch dargestellt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die hier vorgestellten Berechnungsansätze nur für den näheren Lasteinleitungsbereich gelten. In größerer Entfernung von diesem Bereich kann man davon ausgehen, dass sich die gleichen Verhältnisse wie in dem im *Kapitel 5* behandelten Biegebereich einstellen, und somit dann auch die dort aufgeführten Beziehungen gelten.

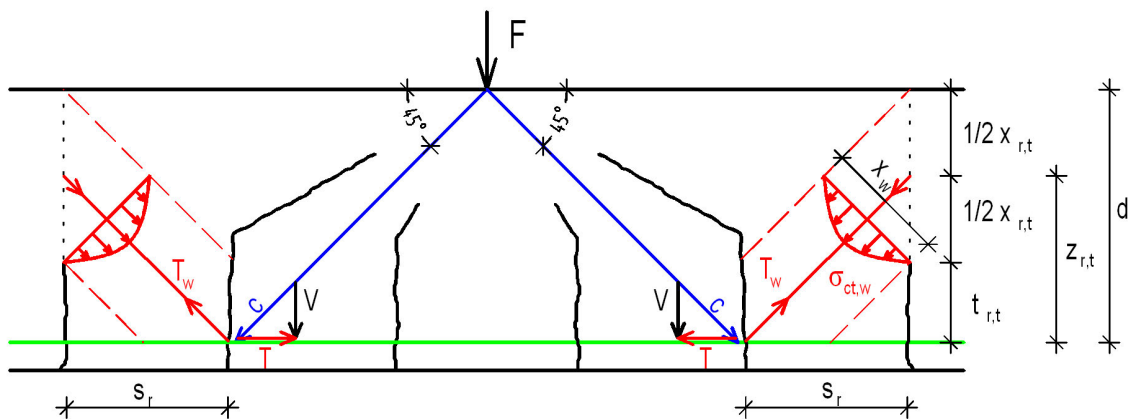


Bild 7.1: Kräfteverlauf und Geometrie im Zustand II.1D_i

Bezüglich der geometrischen Zusammenhänge besteht kein Unterschied zwischen dem hier behandelten **Zustand II.1D_i** und dem in *Abschnitt 5.3* dargestellten Zustand II.1, nur die Größe der Stegzugstrebe ist im Zustand II.1D_i anders als im Zustand II.1. Und zwar muss hier die gesamte Querkraft nach oben gehängt werden, wo hingegen im Zustand II.1 nur die Hälfte der Querkraft hochgehängt werden muss, da die andere Hälfte über die Stegdruckstrebe abgetragen wird. Damit gilt im Zustand II.1D_i analog zur Glg. (5.116):

$$T_w = V \cdot \sqrt{1 + \frac{s_r^2}{z_{r,t}^2}} \quad (7.1).$$

Da sonst, wie beschrieben, keine Unterschiede zwischen den zwei Zuständen bestehen, gilt für die Tragfähigkeit im Zustand II.1D_i, analog zur Glg. (5.124),

$$V_{Rd,ct,w,i} = \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot x_{r,t} \cdot \frac{s_r \cdot z_{r,t}}{s_r^2 + z_{r,t}^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (7.2).$$

Hier unterscheiden sich die Tragfähigkeiten im Zustand II.1 bei Gleichlasten und bei Einleitung einer Einzellast, und zwar um den Faktor 2,0. Um diesen Unterschied zu erfassen und eine einheitliche Gleichung für das meistens gleichzeitige Einwirken von Gleich- und Einzelasten zu erhalten, wird der Faktor

$$\alpha_E = \frac{V_{\text{Einzellast}}}{V_{\text{Einzellast}} + V_{\text{Gleichlast}}} \quad (7.3)$$

eingeführt. Damit lässt sich eine einheitliche Bestimmung der Bemessungsquerkraft in Folge von Gleich- und Einzellasten aus den Gleichungen (5.124) und (7.2) folgendermaßen darstellen:

$$V_{Rd,ct,w,i} = (2 - \alpha_E) \cdot \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot x_{r,t} \cdot \frac{s_r \cdot z_{r,t}}{s_r^2 + z_{r,t}^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (7.4).$$

Diese Beziehung gilt selbstverständlich nur, wenn die Gleichlast und die Einzellast gleich gerichtet sind. Sollten sie gegensätzlich gerichtet sein, wie dies zum Beispiel bei einem Zwischenaufleger eines Durchlaufträgers oder bei einem durch eine Einzellast belasteten elastisch gebetteten Balken der Fall sein kann, ergibt sich ein anderer Zusammenhang. Ein solches Beispiel ist exemplarisch im *Bild 7.2* dargestellt.

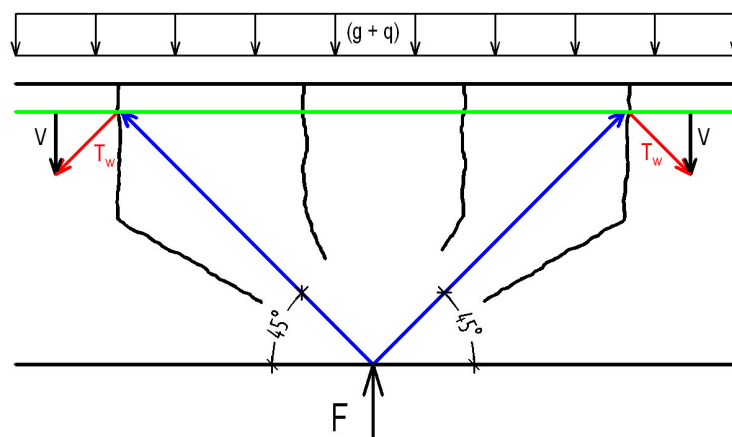


Bild 7.2: Kräfteverlauf bei gegensätzlicher Gleich- und Einzellast

Aus dem *Bild 7.2* geht hervor, dass über die Stegzugstrebe T_w einfach die ganze an dieser Stelle ($x = d$) vorhandene Querkraft V hochgehängt werden muss. Das heißt, hier ist wieder die Glg. (7.2) maßgebend.

Die dem Zustand II.1D_i folgenden Zustände II.2_i bis II.5_i werden hier nicht näher betrachtet, da, wie bereits bei den Untersuchungen zum Biegebereich im *Kapitel 5* dargestellt, in diesen Zuständen nicht mit einer maßgeblichen Tragfähigkeitssteigerung zu rechnen ist.

Im **Zustand II.6_i** ist dann wieder, wie schon im Biegebereich, eine Tragfähigkeitssteigerung zu erwarten. Prinzipiell entspricht der Zustand II.6_i dem im *Abschnitt 5.7* behandelten Zustand II.6. Es besteht lediglich der Unterschied, dass die Biegezugstrebe nicht nach oben zum Dreiachtelpunkt schwenkt, da bei der hier betrachteten Einleitung von Einzellasten der kritische Stegriss nicht in der Nähe eines Endauflagers entsteht. (Einzellasten in der Nähe von Endauflägern werden gesondert untersucht.) Somit ergeben sich etwas andere geometrische Zusammenhänge. Im *Bild 7.3* sind die Geometrie und die maßgebenden Kräfte dargestellt. Es gelten die selben Annahmen wie im *Abschnitt 5.7*.

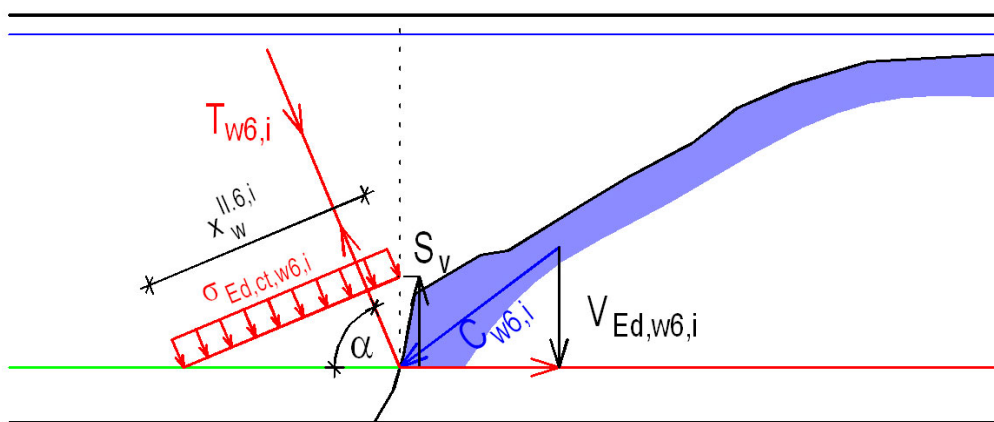


Bild 7.3: Geometrie, Kräfte und Spannungen im Zustand II.6_i

Aus der Geometrie ergibt sich:

$$x_w^{\text{II.6,i}}(s_v) = \frac{s_v}{\cos \alpha} \quad (7.5),$$

$$T_{w6,i} = \frac{V_{\text{Ed,w6,i}}}{\sin \alpha} \quad (7.6)$$

und damit

$$\sigma_{\text{Ed,ct,w6,i}} = \frac{V_{\text{Ed,w6,i}}}{b_w \cdot s_v \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{V_{\text{Ed,w6,i}}}{b_w \cdot s_v \cdot \tan \alpha} \quad (7.7).$$

Die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems berechnet sich somit zu:

$$V_{\text{Rd,ct,w6,i}}(s_v) = b_w \cdot s_v \cdot \tan \alpha \cdot \alpha_t \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (7.8).$$

Bei Ansatz des Verbundbeiwertes α_t analog *Abschnitt 5.7* folgt dann:

$$V_{\text{Rd,ct,w6,i}} = b_w \cdot d_1 \cdot \tan \alpha \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (7.9).$$

Über den Neigungswinkel α der Stegzugstrebe $T_{w6,i}$ lassen sich leider keine genauen Angaben machen, da nur sehr wenige dokumentierte Versuche zum Zustand II.6_i vorliegen. Hier ist in Zukunft sicherlich noch weitere Forschungsarbeit zu leisten. Aus den wenigen vorliegenden Versuchsergebnissen, zum Beispiel aus [2.4] und [2.7], lässt sich im Mittel ein Wert von $\alpha = 65^\circ$ ablesen. In Beispielen, die anderen D-Bereichen bzw. B-Bereichen

zuzuordnen sind, beträgt dieser Winkel allerdings häufig eher etwa 60° . Da hier physikalisch gesehen gleichartige Zustände vorliegen, könnte es sich hierbei um eine Streuung um den Neigungswinkel von $63,4^\circ$, was einer Neigung von $\tan \alpha = 2 : 1$ entspricht, handeln. Da sich diese Vermutung jedoch auf Grund der geringen Anzahl an Versuchsergebnissen zum jetzigen Zeitpunkt nicht eindeutig bestätigen lässt und der $\tan \alpha$, der linear in die Bemessungsgleichung eingeht, von $\tan \alpha = 1,73$ bei $\alpha = 60^\circ$ bis $\tan \alpha = 2,15$ bei $\alpha = 65^\circ$ sehr stark zunimmt, wird im Folgenden auf der sicheren Seite liegend $\tan \alpha = 1,75$ angesetzt. Damit wird die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems zu:

$$V_{\text{Rd,ct,w6,i}} = 1,75 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (7.10).$$

Bei gleichzeitiger Einwirkung von Gleich- und Einzellasten ändert sich hier, anders als im Zustand II.1D_i, an der Gleichung nichts, da $V_{\text{Rd,ct,w6,i}}$ lediglich die Auflagerkraft des Subsystems darstellt, welche nur die Belastung dieses Systems wiedergibt, unabhängig von der Belastungsart.

Auf die Ausarbeitung der Formel in Bezug auf den Bewehrungsdurchmesser bzw. über die Vorgabe der Biegerisstiefe im Zustand II.1 wie in *Abschnitt 5.7* wird an dieser Stelle verzichtet.

Nach dem Versagen des Systems im Zustand II.6_i stellt sich auch bei innen angreifenden Einzellasten ein **Zustand II.7_i** ein. Da die Tragfähigkeit in diesem Zustand allein durch das Moment am Ende des kritischen Stegrisses sowie die Geometrie des Stegrisses bestimmt wird, ist sie unabhängig von der Art der Belastung, so dass für Einzellasten die gleichen Beziehungen gelten, wie diejenigen, die in *Abschnitt 5.8* hergeleitet wurden. Der Bemessungswert des aufnehmbaren Momentes im Schnitt II.7, das heißt im Bereich der Stegrisswurzel, nach Glg. (5.177) gilt somit auch hier und ist:

$$M_{\text{Rd,w7,i}} = b_w \cdot x_{\text{r,t,w}}^{\text{II.7}} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{\text{r,t,w}}^{\text{II.7}} \right) \cdot f_{\text{cd}} \quad (7.11).$$

Wie schon im Zustand II.6_i ist die Tragfähigkeit im Zustand II.7_i unabhängig von der Belastungsart, so dass die Glg. (7.11) auch bei gleichzeitiger Einwirkung von Gleich- und Einzellasten gilt.

Auch für das zum Teil auftretende Versagen durch den Biegebruch der ursprünglichen Druckzone auf Grund der Exzentrizität der Druckstrebe gelten bei Einzellasten die bereits in *Abschnitt 5.8* hergeleiteten Zusammenhänge. Auf die Ausformulierung der entsprechenden Beziehungen wird deshalb an dieser Stelle verzichtet.

Eine erste Überprüfung der hier vorgestellten Bemessungsgrößen an Hand expliziter Beispiele ist leider nur sehr bedingt möglich, da den Verfassern keine entsprechenden Versuchsergebnisse bekannt sind. Die Balken 9/1 und 10/1 aus [2.4] würden zwar die geometrischen Voraussetzungen für die Anwendung dieser Bemessungsgrößen erfüllen, sie haben jedoch bereits vor Erreichen des Zustandes II.1D_i auf Biegung versagt. Ihre ermittelte Tragfähigkeit lässt somit keine Rückschlüsse auf die Stegtragfähigkeit unter der Einwirkung der Einzellast zu, da die Einleitung der Last bei beiden Balken noch über mehrere Druckstreben möglich war. Auch an dieser Stelle muss demnach wieder auf zukünftige Forschungsvorhaben verwiesen werden.

7.2 Indirekte Lasteinleitung

Die Untersuchungen für den Zustand I haben zunächst ergeben, dass bei der indirekten Einleitung einer Einzellast nach den *Bildern* 3.34 und 3.35 im Bereich der Biegezugzone unter 45° geneigte Hauptzugspannungen entstehen, deren Maximum am gezogenen Rand auftritt. Die Analyse von Rissbildern zeigte jedoch, dass entsprechende geneigte Risse in der Zugzone im Anschnitt der Lasteinleitung nicht auftreten. Dies dürfte in der Tatsache begründet sein, dass der längs bewehrte Biegezuggurt diese Lastanteile aufnimmt und weiter leitet.

In Anlehnung an die im *Abschnitt* 4.4 wiedergegebenen Rissbilder wird gemäß der Darstellung im *Bild* 7.4 unterstellt, dass die indirekt eingeleitete Kraft F die resultierenden Druck- und Zugstreben $C_{w,ind}$ und $T_{w,ind}$ erzeugt, je nach statischem System auch nicht symmetrisch, was durch die Darstellung der Querkräfte V rechts und links der Kräfteinleitungsstelle angedeutet sein soll. Für die Übertragung der Zugstreben $T_{w,ind}$ steht die unter 45° geneigte Rissfläche zur Verfügung, die über die Höhe $d/2$ reicht.

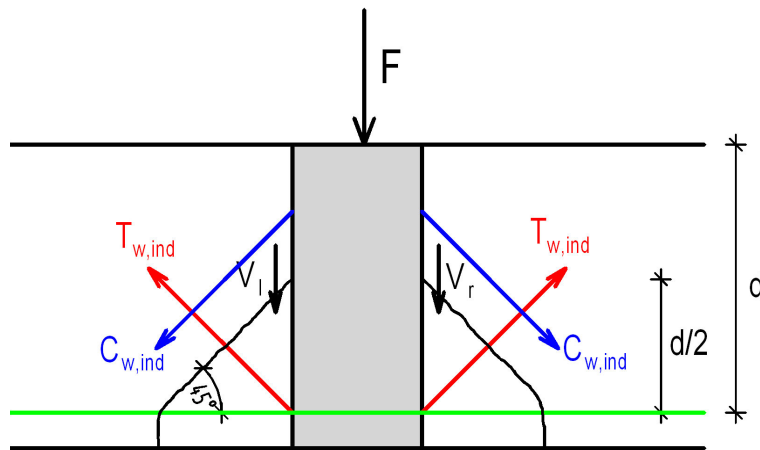


Bild 7.4: Kräfte in Folge der indirekten Lasteinleitung

Damit gilt:
$$T_{w,ind} = 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot V \quad (7.12).$$

Daraus ergeben sich in der zu erwartenden, unter 45° geneigten Rissfläche gleichmäßig verteilte Zugspannungen in Höhe von

$$\sigma_{ct} = \frac{T_{w,ind}}{0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot b_w \cdot d} = \frac{V}{b_w \cdot d} \quad (7.13).$$

Setzt man diese Zugspannungen mit der Bemessungszugfestigkeit des Betons gleich, kann aus dieser Gleichung die Querkraft bestimmt werden, bei der der geneigte Riss zu erwarten ist:

$$V_{Rd,ct,ind,i} = b_w \cdot d \cdot f_{ctd} \quad (7.14).$$

Obwohl dieser Bestimmungsgleichung ein völlig anderer Spannungszustand zu Grunde liegt als bei der indirekten Lasteinleitung an frei drehbaren Endauflagern, erhält man jeweils praktisch die gleiche Belastung, die zur - gleichfalls unterschiedlichen - Rissbildung führt.

In beiden Fällen dürfte mit dieser Rissbildung die endgültige Tragfähigkeit noch nicht erschöpft sein. Im Falle der vorliegenden indirekten Lasteinleitung im Inneren des Tragwerks entsteht in Folge der Rissbildung zunächst eine Situation, die dem Zustand II.6 entspricht, wobei allerdings die zu übertragende Last hier nur halb so groß ist als im Zustand II.6, da ja die halbe Querkraft über eine Druckstrebe weiter geleitet wird, vgl. *Bild 7.4*. Mit der Übertragung der Last durch den Verbundzuggurt über den entstandenen Riss sind allerdings Verformungen verbunden, die dazu führen könnten, dass sich dieser Traganteil der weiteren Lastaufnahme entzieht und die Lasten im Wesentlichen nur noch über die in *Bild 7.4* dargestellten Druckstreben eingeleitet werden. Unter dieser Voraussetzung entsteht ein gleichartiges Tragmodell wie bei den bereits behandelten, auf der Druckzonenoberfläche direkt eingeleiteten Einzellasten. Demnach würden sich im Folgenden wieder die Zustände II.1_i bis II.7_i einstellen.

Eine abschließende Beurteilung dieser Situation ist nur mit Hilfe entsprechender Bauteilversuche möglich.

7.3 Einzellasten in der Nähe von Endauflagern (D_{e1} -Bereiche)

Entsprechend der Definition von D_{e1} -Bereichen im *Abschnitt 4.5* werden als Einzellasten in der Nähe von Endauflagern solche Auflasten bezeichnet, die in einem Abstand $a \leq 2 \cdot d$ angreifen. Dabei kann noch unterschieden werden zwischen Lasten im Abstand $a \leq d$ und Lasten im Abstand $d < a \leq 2 \cdot d$. Bei letzteren wurde im *Abschnitt 4.5* an Hand der Versuchsbalken 2 und 3 aus [2.4] gefolgert, dass bei derart belasteten Balken die Druckzone in Folge von kombinierter Biege- und Sprengwerksbeanspruchung versagt. Selbstverständlich sind zur Bestätigung dieser Feststellung weitere Versuchsserien in zukünftigen Forschungsvorhaben erforderlich. Es wird also davon ausgegangen, dass die Tragfähigkeit solcher Balken alleine durch die Biegetragfähigkeit (für die Sprengwerksbeanspruchung) - allerdings mit einer durch die Rissbildung möglicher Weise verringerten Druckzonenhöhe - bestimmt ist. Beim Balken 2 wurde annähernd die rechnerische Biegetragfähigkeit erreicht, beim Balken 3 dagegen nur noch ca. 70 % davon. Dieses Ergebnis lässt sich gut durch die Rissbilder der beiden Balken bestätigen: Beim Balken 2 reichen die Stegrisse nicht so weit in den Querschnitt hinein, so dass sich hier eine relativ hohe Druckzone ausbilden konnte. Beim Balken 3 dagegen erreichten die Stegrisse fast den oberen Querschnittsrand, so dass die Druckzone stark eingeschnürt wurde. Zur Ausarbeitung entsprechender Zusammenhänge zwischen Balkengeometrie, Belastung und Stegrissbildung reichen die vorliegenden Forschungsergebnisse jedoch nicht aus, weshalb in der vorliegenden Forschungsarbeit auf die Herleitung einer entsprechenden Bemessungsgleichung für Balken mit einer Einzellast im Abstand $d < a \leq 2 \cdot d$ verzichtet wird.

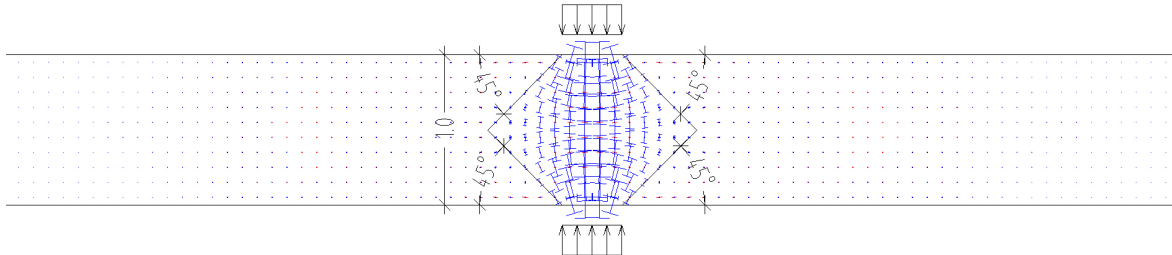
Bei Balken mit Lasten im Abstand $a \leq d$ spielt dagegen nach den Ausführungen im *Abschnitt 4.5* die Biegetragfähigkeit nur eine untergeordnete Rolle. Hier wurde aus den Rissverläufen gefolgert, dass sich bei so geringen Lastabständen eine direkte Druckstrebe zum Auflager ausbildet und der Balken auf Grund von Krafteinleitungs- und von Spaltzugspannungen dieser Druckstrebe versagt, also im Zustand II.1D. Um die Größe solcher Zugspannungen rechnerisch erfassen zu können, muss jedoch zuvor der Verlauf der Spannungen in der Druckstrebe näher untersucht werden.

Dazu werden zunächst drei FE-Berechnungen durchgeführt, bei denen die Einzellast jeweils symmetrisch durch den Querschnitt geleitet wird. Um Spannungsspitzen zu vermeiden, ist in den Berechnungen einheitlich eine kurze Streckenlast von 100 kN/m auf 0,40 m Länge anstelle einer Einzellast angesetzt. Die Breite der Querschnitte wird zu 0,30 m angenommen. Es werden drei Querschnitte berechnet, einmal mit einer Höhe von 1,0 m, einmal mit einer Höhe von 2,0 m und einmal mit einer Höhe von 3,0 m. Die sich ergebenden Hauptspannungsverläufe im Bereich der Last sind in den *Bildern 7.5.a bis 7.5.c* dargestellt. Zusätzlich sind auch die 45°-Linien, ausgehend vom Lastrand, eingezeichnet. Aus diesen Bildern lässt sich gut die Lastausbreitung unter 45°, unabhängig von der Querschnittshöhe, ablesen, und es sind auch die rot dargestellten Spaltzugkräfte (Hauptzugspannungen rechtwinklig zu den Hauptdruckspannungen) zu erkennen. Es wird also im Folgenden eine Lastausbreitung unter 45° ausgehend von den Rändern der Lasteinleitung angesetzt.

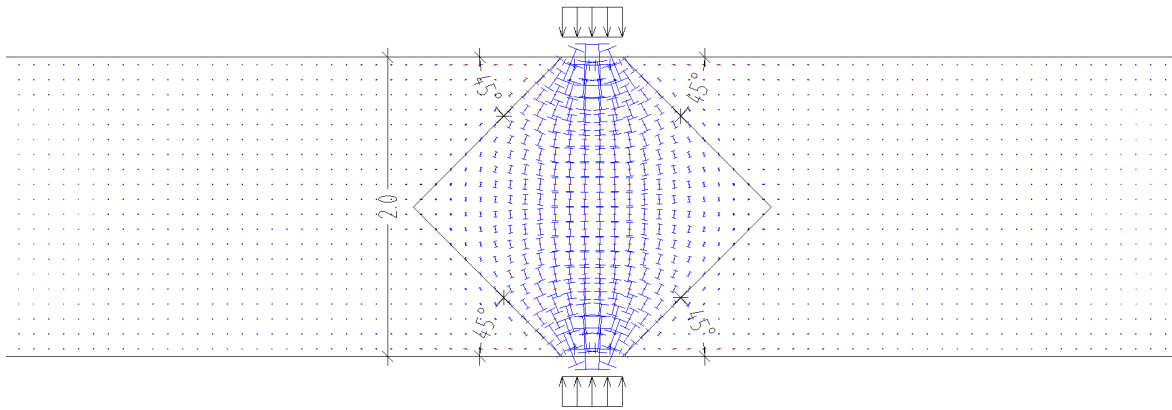
Bei einem Versatz der Last zum Auflager würde sich dann die im *Bild 7.6* rot dargestellte Geometrie des Ausbreitungskegels einstellen. Da die Berechnung der maximalen Breite dieses Ausbreitungskegels, die für die Ermittlung der Spannungswerte erforderlich ist, bei dieser Geometrie mathematisch jedoch sehr aufwendig ist, wird näherungsweise und vereinfachend die grün dargestellte Geometrie angenommen.

Bei dieser vereinfachten Geometrie ergibt sich unter der Annahme, dass a_L und a_F ungefähr gleich groß sind, die maximale Breite des Ausbreitungskegels näherungsweise zu:

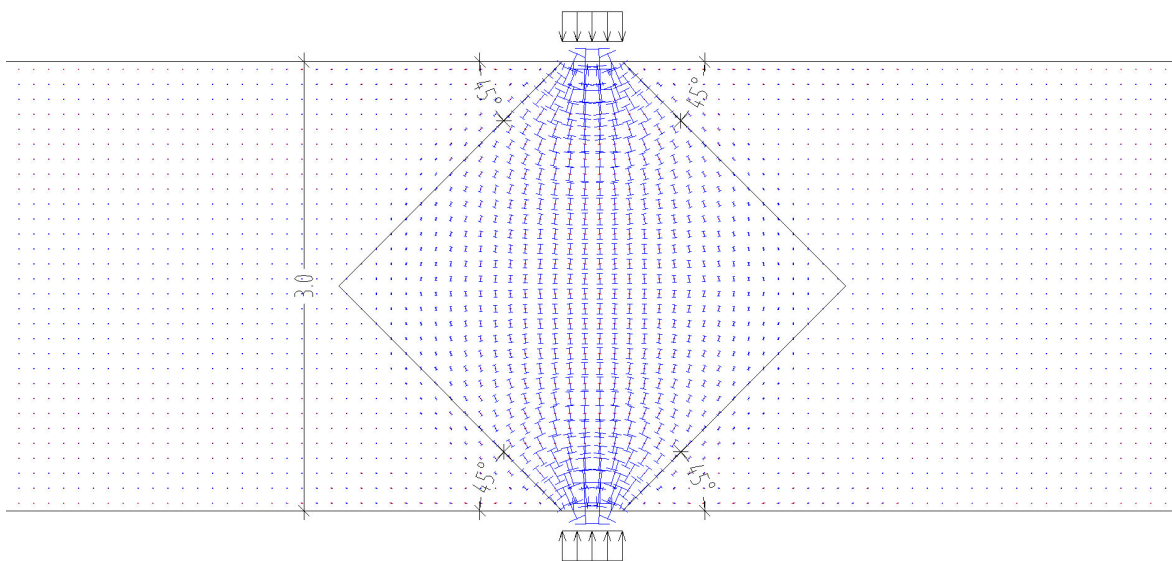
$$x_{\text{Spalt}}^* = \sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \cdot \sin \alpha \quad (7.15).$$



a) Balkenhöhe 1,0 m

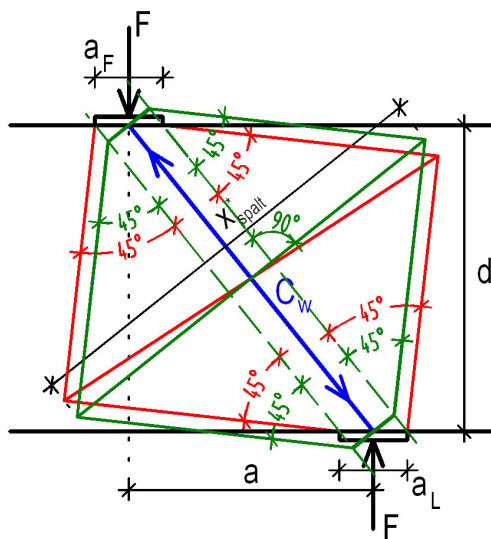


b) Balkenhöhe 2,0 m



c) Balkenhöhe 3,0 m

Bild 7.5: Hauptspannungsverläufe bei unterschiedlichen Balkenhöhen



rot: tatsächliche Lastausbreitung

grün: vereinfachte Näherung der Lastausbreitung

Bild 7.6: Lastausbreitung bei auflagnahen Lasten

Dabei bedeuten, entsprechend *Bild 7.6*:

- d: Statische Nutzhöhe
- a: Abstand der Last vom Auflager
- a_F : Breite der Last
- a_L : Auflagerbreite
- α : Winkel der Druckstrebe zur Balkenachse.

Um diese Gleichung noch weiter zu vereinfachen, wird der $\sin \alpha$ vernachlässigt und es folgt:

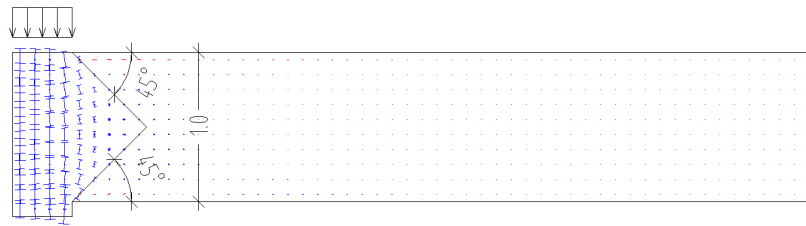
$$x_{\text{Spalt}} = \sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (7.16).$$

Die hier getroffene Vereinfachung ist auf Grund der Einschränkung auf $a \leq d$ - also $\sin \alpha > 0.7$ - und den in der Regel deutlich kleineren Abmessungen a_L und a_F gegenüber d durchaus vertretbar. Allerdings gilt die Glg. (7.16) nur, wenn sich die Last auch entsprechend ausbreiten kann. Bei Balken, die nicht über das Auflager oder die Lasteinleitungsfläche hinausgehen, das heißt, bei denen die Lastausbreitung nur in eine Richtung möglich ist, ist ein Ansatz nach Glg. (7.16) für $a < d$ nicht zutreffend. Allerdings kann in solchen Fällen auch von einer Lastausbreitung unter 45° , wenn auch nur einseitig, ausgegangen werden, wie die *Bilder 7.7.a bis 7.7.c* belegen. In den *Bildern 7.7.a bis 7.7.c* sind die Hauptspannungsverläufe aus drei FE-Berechnungen analog zu den obigen Berechnungen mit der Last direkt über dem Endauflager dargestellt.

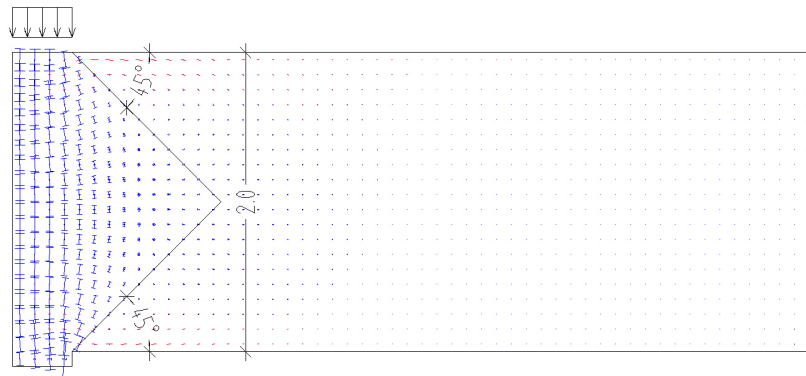
Hier gilt dann:

$$\text{- für } a = 0 \quad x_{\text{Spalt}} = 0,5 \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (7.17)$$

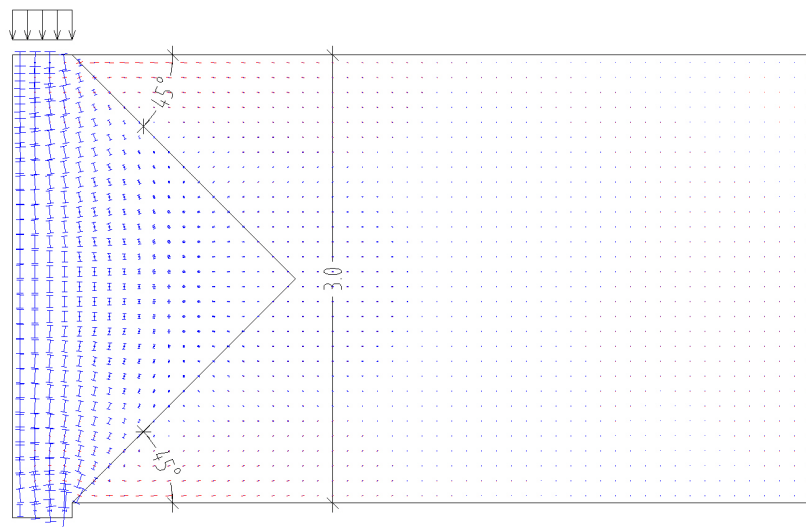
$$\text{- für } a = d \quad x_{\text{Spalt}} = \sqrt{2} \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (7.18).$$



a) Balkenhöhe 1,0 m



b) Balkenhöhe 2,0 m



c) Balkenhöhe 3,0 m

Bild 7.7: Hauptspannungsverteilung bei einseitiger Lastausbreitung und unterschiedlichen Balkenhöhen

Unter Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Breite der Lastausbreitung und dem Lastabstand a lässt sich diese Breite bei einseitiger Ausbreitung $x_{\text{Spalt,eins}}$ damit folgendermaßen ausdrücken:

$$x_{\text{Spalt,eins}} = 0,91 \cdot a + 0,5 \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (7.19).$$

Auf die Erfassung der möglichen Lastausbreitung bei teilweisem Überstand wird, da diese Situation im üblichen Stahlbetonbau selten vorkommt und man bei Ansatz der Breite bei einseitiger Ausbreitung nach Glg. (7.19) auf der sicheren Seite liegt, verzichtet.

Die Stegdruckstrebe C_w lässt sich mit den Bezeichnungen nach *Bild 7.6* folgendermaßen berechnen:

$$C_w = \frac{\sqrt{d^2 + a^2}}{d} \cdot F \quad (7.20).$$

Dabei ist zu beachten, dass die Kraft F hier denjenigen Teil der Auflast darstellt, der über diese Druckstrebe zum Auflager geleitet wird, also die Querkraft in Richtung zum Auflager.

In den *Bildern 7.8.a bis 7.8.c* sind die Hauptspannungen in der Nulllinie der Querschnitte im Einflussbereich der Last für die drei FE-Modelle entsprechend den *Bildern 7.5.a bis 7.5.c* zahlenmäßig ausgewertet und grafisch dargestellt. Dabei stellt die vertikale Achse bei $x = 0$ die Mittelachse der Lasteinleitung dar. Die rötlich gezeichnete Kurve gibt die Hauptzugspannungen rechtwinklig zur Lasteinleitung σ_1 wieder, die blaue Linie die Hauptdruckspannungen σ_2 in Lastrichtung.

In den *Bildern 7.8.a bis 7.8.c* erkennt man, dass mit zunehmender Querschnittshöhe, das heißt mit zunehmender Lasteinflussbreite, die Spitzenwerte der Hauptspannungen stark abnehmen. Um diese Abnahme noch deutlicher zu machen, sind im *Bild 7.9* die Kurven der Spaltzugkräfte σ_1 nochmals gemeinsam in einem Diagramm dargestellt.

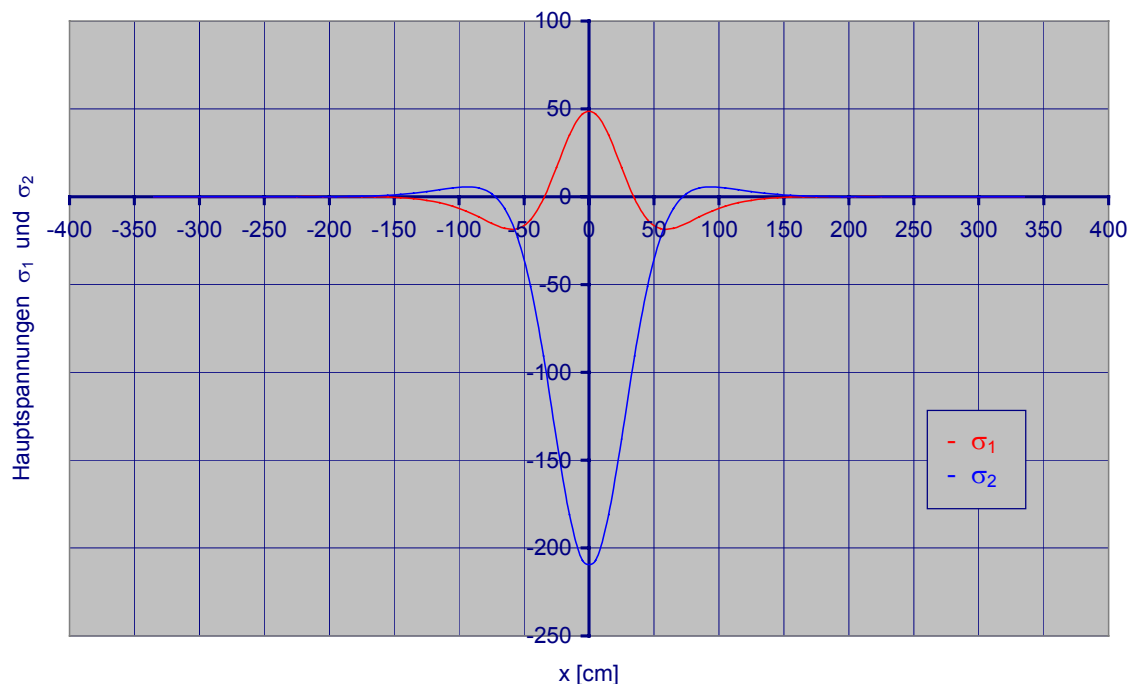


Bild 7.8.a: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 1,0 m

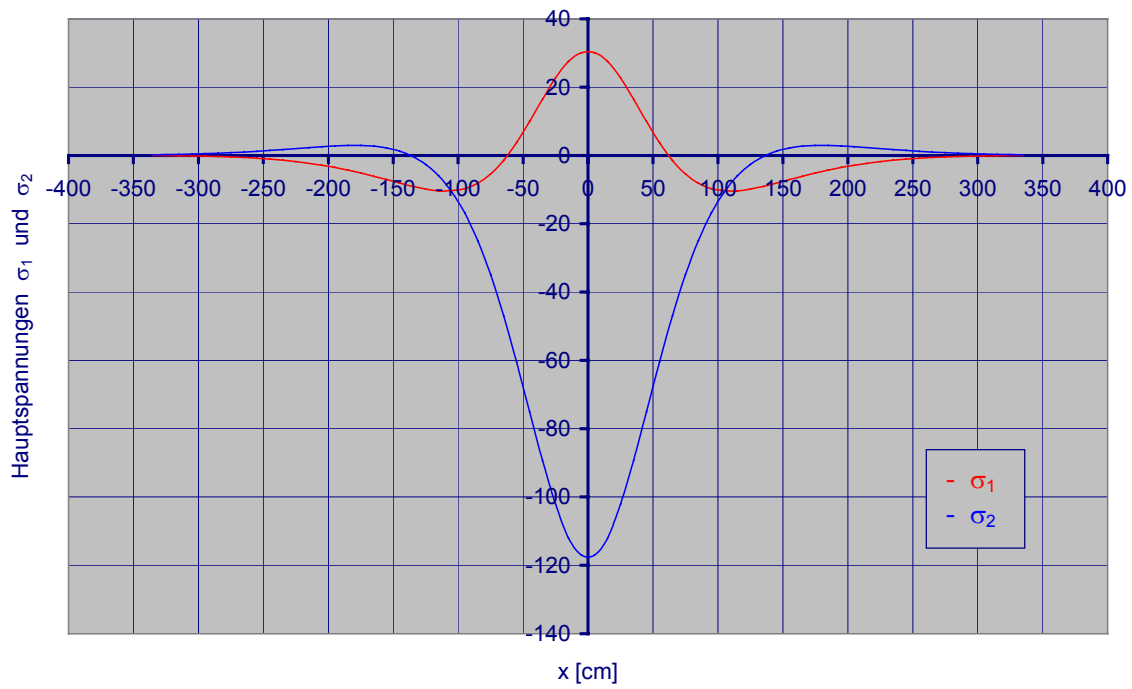


Bild 7.8.b: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 2,0 m

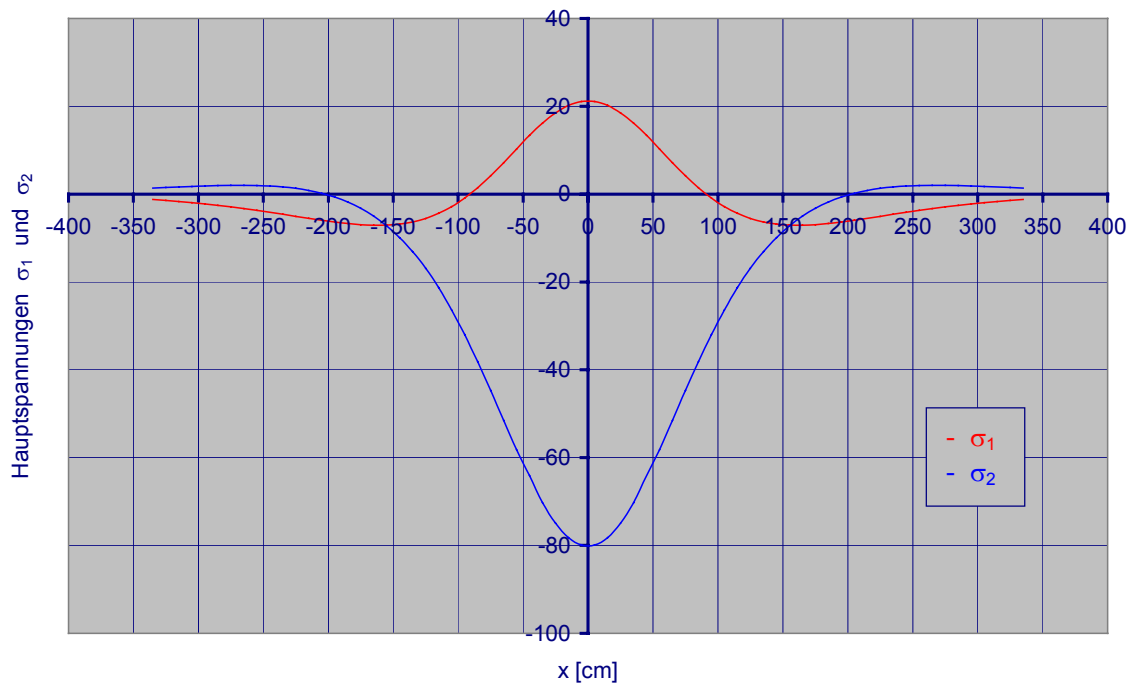


Bild 7.8.c: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 3,0 m

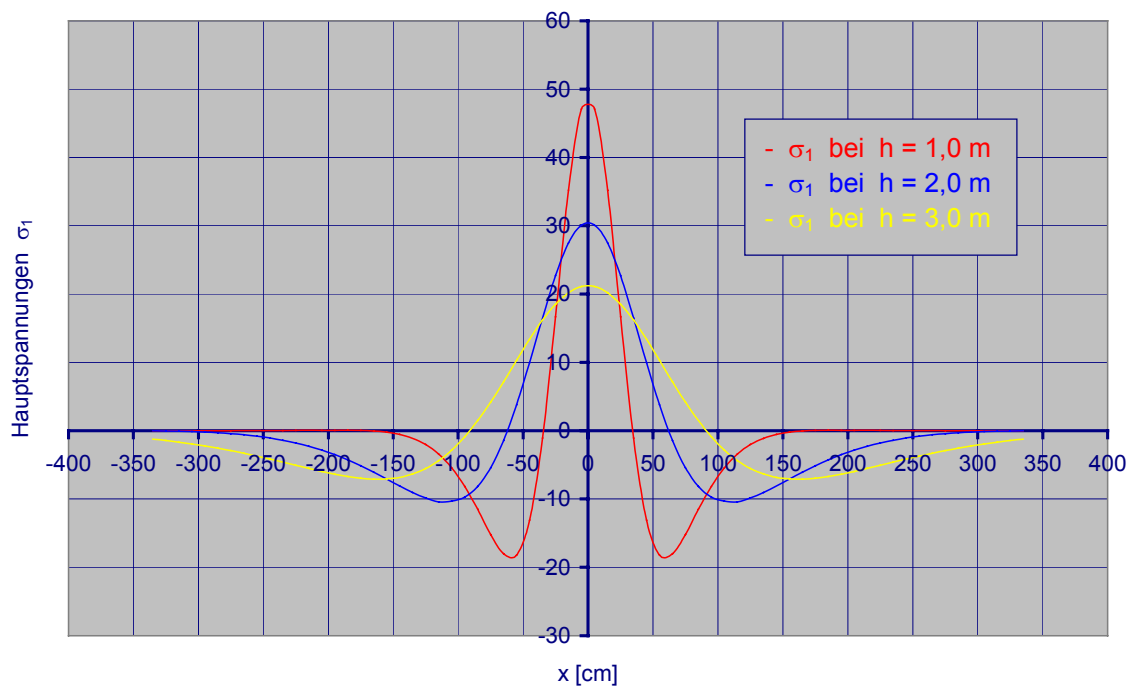


Bild 7.9: Hauptspannungen σ_1 in der Nulllinie

In *Tabelle 7.1* sind nun noch die Zahlenwerte der maximalen Hauptspannungen aus den FE-Berechnungen und ihr Verhältnis zueinander dargestellt. Man sieht, dass das Verhältnis von σ_1 / σ_2 , das der Querdehnzahl μ entspricht, hier mit ca. 0,25 im Mittel größer ist als der im Betonbau üblicherweise angenommene Wert von 0,2. Im Folgenden wird aber, um mit den Vorgaben der DIN 1045-1 [0.1] konform zu bleiben, abweichend von diesem Rechenergebnis, die Querdehnzahl zu $\mu = 0,2$ angenommen.

Tabelle 7.1: Maximale Hauptspannungen und ihr Verhältnis

Balkenhöhe	max σ_1	max σ_2	max $\sigma_1 / \max \sigma_2$
1,0	47,1	-207,0	0,23
2,0	30,1	-117,0	0,26
3,0	21,1	-79,9	0,26

Mit diesen Rechenergebnissen und der in den *Bildern 7.8.a bis 7.8.c* und *Bild 7.9* dargestellten Geometrie der Spannungsverläufe lässt sich, da hier $a = 0$ und somit $C_w = F$ ist, für die Ermittlung der maximalen Spaltzugspannung $\max \sigma_1$ folgende Bestimmungsgleichung entwickeln:

$$\max \sigma_1 = 2,5 \cdot \frac{\mu \cdot F}{b_w \cdot x_{\text{Spalt}}} \tag{7.21}$$

Durch Einsetzen der Glg. (7.16) wird daraus, da hier ja eine Lastausbreitung in beide Richtungen möglich ist:

$$\max \sigma_1 = 2,5 \cdot \frac{\mu \cdot F}{b_w \cdot \left(\sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \right)} \quad (7.22).$$

Die Ergebnisse aus dieser Gleichung für die drei obigen FE-Berechnungen sind in *Tabelle 7.2* den tatsächlichen Rechenergebnissen aus diesen Berechnungen, die schon in *Tabelle 7.1* abgebildet sind, gegenübergestellt. Die Querdehnzahl wird, wie oben beschrieben, zu $\mu = 0,2$ angenommen. Die Kraft F berechnet sich zu $100 \text{ kN/m} \cdot 0,4 \text{ m} = 40 \text{ kN}$ und die Breite b_w ist $0,3 \text{ m}$. Der Lastabstand a ist in diesen Fällen 0 , die statische Nutzhöhe d variiert und die Breite der Last a_F ist gleich der Auflagerbreite a_L und beträgt $0,4 \text{ m}$.

Tabelle 7.2: Vergleich der Berechnungsergebnisse nach Glg. (7.22) und den tatsächlichen Rechenergebnissen aus den FE-Berechnungen

Balkenhöhe	max σ_1 aus Glg. (7.22)	max σ_1 aus FE-Berechnung	Glg. (7.22) / FE
1,0	47,6	47,1	1,01
2,0	27,8	30,1	0,92
3,0	19,6	21,1	0,93

Die Ergebnisse zeigen, dass die angenäherte Glg. (7.22) die tatsächlichen Werte für eine mit Sicherheitsfaktoren behaftete Bemessung im Stahlbetonbau ausreichend genau abbildet. Gibt man nun die Bemessungszugfestigkeit des Betons vor und setzt die allgemeine Stegdruckstrebe C_w nach Glg. (7.20) für die Last F ein (das heißt, für die Querkraft aus der Einzellast), kann man die Bemessungsquerkraft in Folge einer Einzellast im Abstand $a \leq d$ bei **voller Lastausbreitung** nach folgender Gleichung bestimmen:

$$\begin{aligned} V_{\text{Rd,ct,e1}} &= \frac{b_w \cdot d \cdot \left(\sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \right)}{2,5 \cdot \mu \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \cdot f_{\text{ctd}} \\ &= \frac{b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right)}{2,5 \cdot \mu} \cdot f_{\text{ctd}} \\ &= \frac{0,4}{\mu} \cdot b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right) \cdot f_{\text{ctd}} \end{aligned} \quad (7.23).$$

Mit $\mu = 0,2$ nach DIN 1045-1 [0.1] wird daraus:

$$V_{\text{Rd,ct,e1}} = 2 \cdot b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right) \cdot f_{\text{ctd}} \quad (7.24).$$

Bei einseitig **beschränkter Lastausbreitung** folgt aus Glg. (7.21) mit Glg. (7.19) und Glg. (7.20) ebenfalls unter der Annahme $\mu = 0,2$ nach DIN 1045-1 [0.1]:

$$V_{Rd,ct,e1,eins} = b_w \cdot d \cdot \frac{1,82 \cdot a + d + a_L + a_F}{\sqrt{d^2 + a^2}} \cdot f_{ctd} \quad (7.25).$$

Um einen Vergleich mit einem realen Stahlbetonbalken zu haben, wird im Folgenden der Balken 1 aus [2.4], bei dem die Last in einem Abstand $a = d = 0,27$ m angreift, und der über das Auflager hinaus steht, untersucht. Die Balkenbreite ist 0,19 m und die Lagerbreite entspricht der Lastbreite mit $a_L = a_F = 0,13$ m. Setzt man nun als Bemessungszugfestigkeit die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} an, die beim Balken 1 etwa $2,82$ MN/m² beträgt, ergibt sich für die aufnehmbare Querkraft $V_{R,ct,e1}$ nach Glg. (7.24) ca. 388 kN. Die tatsächliche Bruchlast im Versuch betrug ca. 396 kN. Das heißt, die rechnerische Bruchlast nach Glg. (7.24) weicht beim Balken 1 aus [2.4] nur um ca. 2 % von der tatsächlichen Bruchlast ab. Selbstverständlich ist auch hier wieder anzumerken, dass es sich bei diesem Vergleich nur um eine erste Überprüfung der aufgestellten Bemessungsgleichung handeln kann. Um fundiertere Ergebnisse zu erhalten, sind auch an dieser Stelle wieder weitere Versuchsreihen dringend zu empfehlen.

Auf die Ausarbeitung von Bemessungsgleichungen bei gleichzeitiger Wirkung von Gleich- und Einzellasten wird hier verzichtet, da den Verfassern keine Forschungsarbeiten bekannt sind, die diese Lastkombination untersuchen, und anhand derer auf die Tragwirkung eines Stahlbetontragwerks ohne Stegbewehrung unter dieser Lastkombination geschlossen werden könnte.

7.4 Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern (D_{e-i} -Bereiche)

Gemäß den Betrachtungen in *Abschnitt 4.5* stehen Einzellasten, die in einem Abstand $2 < a/d \leq 6$ vom Auflager - also im D_{e-i} -Bereich - angreifen, in direkter Wechselwirkung mit diesem Auflager, und zwar dahin gehend, dass ca. 25 % dieser Lasten direkt über eine Druckstrebe zum Auflager geleitet werden. Im Übrigen stellt sich die gleiche Tragwirkung wie bei der im *Abschnitt 7.1* behandelten direkten Lastenleitung ein, lediglich mit dem Unterschied, dass der kritische Stegriss, wenn er den Wirkungsbereich der direkten Druckstrebe von der Einzellast zum Auflager erreicht, die Richtung wechselt und dem Verlauf dieser Druckstrebe folgt. Dies ist exemplarisch im *Bild 7.10* dargestellt. Dieser Richtungswechsel resultiert aus der Überlagerung der Stegzugspannungen mit den Druck- und vor allem den Spaltzugspannungen der direkten Druckstrebe. Bei den Berechnungen zur Stegtragfähigkeit wird dieser geknickte Rissverlauf jedoch nicht weiter berücksichtigt, da zwar die Risslänge größer wird, aber die mitwirkende Breite x_w für die Zugstrebe T_w unverändert bleibt, wie im *Bild 7.10* ersichtlich wird.

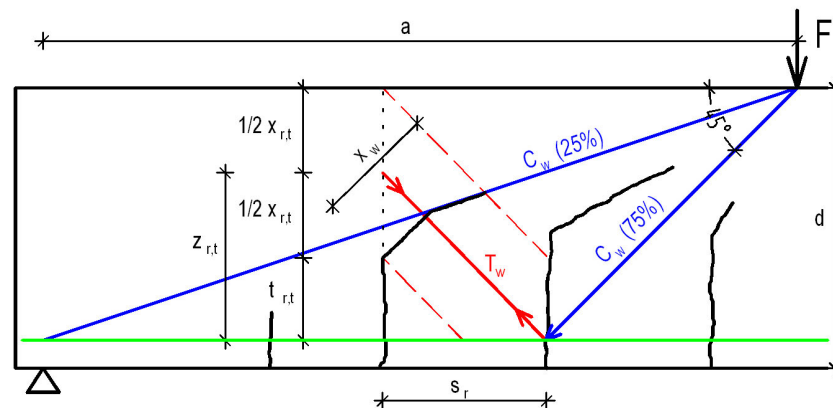


Bild 7.10: Kraftfluss und Rissentwicklung im D_{e-i} -Bereich

Somit ergibt sich für die Stegzugstrebe analog *Abschnitt 7.1*, Glg. (7.1), unter der Annahme, dass nur 75 % der Last über den Steg abgetragen werden,

$$T_w = 0,75 \cdot V \cdot \sqrt{1 + \frac{s_r^2}{z_{r,t}^2}} \quad (7.26).$$

Damit berechnet sich die aufnehmbare Querkraft im **Zustand II.1D_{e-i}** entsprechend Glg. (7.2) zu:

$$V_{Rd,ct,w,e-i} = \frac{8}{9} \cdot b_w \cdot x_{r,t} \cdot \frac{s_r \cdot z_{r,t}}{s_r^2 + z_{r,t}^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (7.27).$$

Bei gleichzeitiger Einwirkung von Gleich- und Einzellasten kann auch hier eine einheitliche Gleichung aufgestellt werden. Mit dem Faktor α_E nach Glg. (7.3) kann diese Gleichung, analog Glg. (7.4), folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$V_{Rd,ct,w1,e-i} = (2 - 0,67 \cdot \alpha_E) \cdot \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot x_{r,t} \cdot \frac{s_r \cdot z_{r,t}}{s_r^2 + z_{r,t}^2} \cdot f_{ctd,w} \quad (7.28).$$

Zur ersten Überprüfung der hergeleiteten Zusammenhänge für den Zustand II.1_{e-i} werden nachfolgend die rechte Seite des Balkens 5 sowie die linke Seite des Balkens 7/1 aus [2.4] untersucht, da hier der aus der Stegzugstrebe im Zustand II.1_{e-i} resultierende Riss jeweils sehr gut abzulesen und auch die Laststufe, die zu diesem Riss geführt hat, angegeben ist. Die Balken haben die Abmessungen $b_w / h / d = 19 / 32 / 27$ cm. Der Rissabstand s_r sowie die Höhe des über dem Biegeriss verbleibenden Betonquerschnitts $x_{r,t}$ werden gemessen und als Bemessungsbetonzugfestigkeit $f_{ctd,w}$ wird die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} , die für die Balken ca. $2,9 \text{ MN/m}^2$ beträgt, angesetzt. Das Eigengewicht der Träger wird näherungsweise vernachlässigt, so dass vereinfachend mit Glg. (7.27) gerechnet werden kann. In den *Bildern* 7.11 und 7.12 sind die maßgebenden Ausschnitte der Balken 5 und 7/1 mit den unter 45° geneigten Druckstreben sowie den Zugstreben im Zustand II.1_{e-i} und den direkten Druckstreben zum Auflager dargestellt.

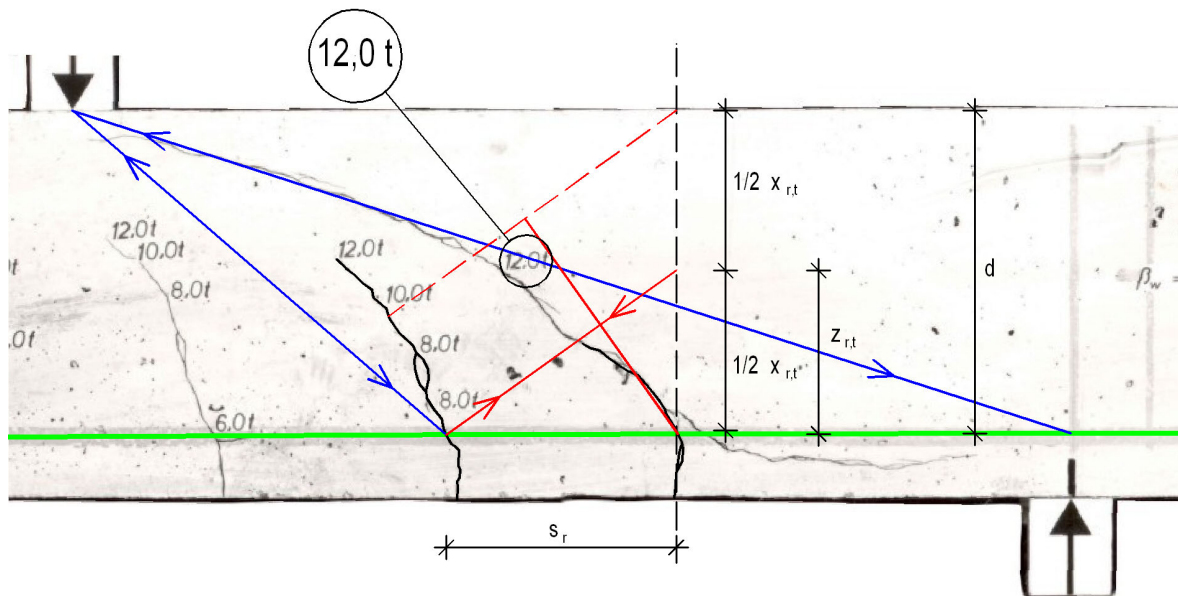


Bild 7.11: Ausschnitt der rechten Seite des Balkens 5 aus [2.4]

Für den Balken 5 ergibt sich etwa:

$$s_r = 18 \text{ cm},$$

$$x_{r,t} = 26 \text{ cm}$$

und damit $z_{r,t} = 14 \text{ cm}$.

Somit berechnet sich die aufnehmbare Querkraft im Zustand II.1_{e-i} nach Glg. (7.27) zu:

$$V_{Rd,ct,w,e-i} = 61,7 \quad \text{kN}$$

und würde somit einer Laststufe 12,3 t entsprechen. Wie aus *Bild* 7.11 ersichtlich wird, ist am oberen Ende des zum Zustand II.1_{e-i} gehörenden Risses die Laststufe 12,0 t angegeben, was ganz gut der errechneten Laststufe von 12,3 t entspricht.

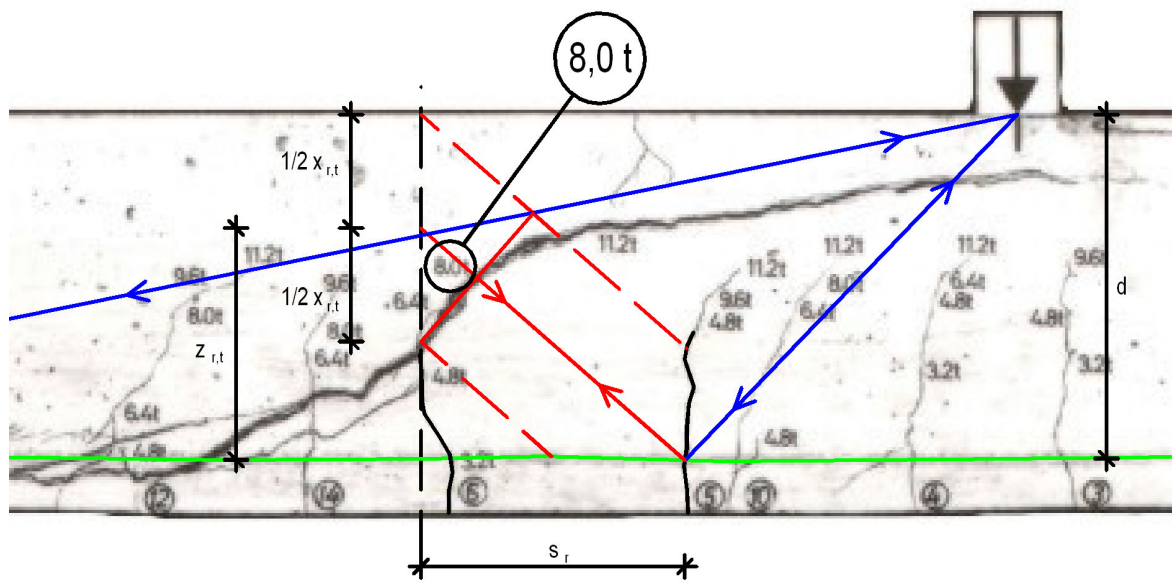


Bild 7.12: Ausschnitt der linken Seite des Balkens 7/1 aus [2.4]

Für den Balken 7/1 ergibt sich entsprechend:

$$s_r = 20 \text{ cm},$$

$$x_{r,t} = 18 \text{ cm}$$

und somit $z_{r,t} = 18 \text{ cm}$.

Daraus berechnet sich die aufnehmbare Querkraft, wiederum aus Glg. (7.27), zu:

$$V_{R,ct,w,e-i} = 43,8 \text{ kN}.$$

Diese würde einer Laststufe 8,8 t entsprechen, und tatsächlich, wie aus Bild 7.12 abgelesen werden kann, ist in der Mitte des zum Zustand II.1_{e-i} gehörigen Stegrisses die Laststufe 8,0 t angegeben.

Die hier geführte Untersuchung kann also als erste, gute Bestätigung der oben vorgestellten Bemessungsansätze gesehen werden. Für fundierte Erkenntnisse sind selbstverständlich weitere Versuchsauswertungen an unterschiedlichen Versuchsbalken ohne Stegbewehrung erforderlich.

Für die Tragfähigkeit im **Zustand II.6_{e-i}** ergeben sich, wie bereits oben beschrieben, ebenfalls die gleichen Zusammenhänge wie bei der direkten Einleitung von Einzellasten. Die Neigung der Stegzugstrebe wurde im *Abschnitt 4.5* für den D_{e-i}-Bereich zu ca. 60° bestimmt. Bei ausschließlicher Belastung mit einer Einzellast kann die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems damit entsprechend Glg. (7.10) berechnet werden, wobei hier wiederum nur etwa 75% der Einzellast zu berücksichtigen sind, was heißt, dass der Wert nach Glg. (7.10) mit dem Faktor 1,33 erhöht werden kann. Somit folgt näherungsweise:

$$V_{Rd,ct,w6,e-i} = 2,3 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (7.29).$$

Bei der Berechnung der vorhandenen Auflagerkraft des Subsystems muss dabei die komplette Querkraft aus der Einzellast berücksichtigt werden. Da zusätzlich bei einer Belastung mit einer Einzellast der Querkraftverlauf konstant ist, entspricht die aufnehmbare Auflagerkraft

des Subsystems nach Glg. (7.29) in diesem Fall auch der aufnehmbaren Querkraft des Tragwerks im Zustand II.6_{e-i}.

Bei gleichzeitiger Einwirkung von Gleich- und Einzellasten ist diese Erhöhung nicht zulässig, das heißt, der Wert nach Glg. (7.29) ist wieder durch den Faktor 1,33 zu teilen. Hierbei ist dann allerdings zu beachten, dass bei der Berechnung der Auflagerkraft des Subsystems nur 75 % der Einzellast berücksichtigt werden müssen.

Der **Zustand II.7_{e-i}** ist identisch mit dem Zustand II.7_i, da in diesen Zuständen jeweils die volle Einzellast über die direkte Druckstrebe zum Auflager abgetragen wird. Die Abminderung auf 75 % der Last im D_{e-i}-Bereich ist hier also nicht mehr zulässig und es ergibt sich für das aufnehmbare Moment im Schnitt II.7, analog zur Glg. (7.11),

$$M_{Rd,w7,e-i} = b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right) \cdot f_{cd} \quad (7.30).$$

Auch hier gilt wieder, dass die Tragfähigkeit im Zustand II.7_{e-i} unabhängig von der Belastungsart ist und somit die Glg. (7.30) auch bei gleichzeitiger Einwirkung von Gleich- und Einzellast gilt.

Wie im *Abschnitt 4.5* erläutert, besteht hier ebenfalls wieder die Möglichkeit, dass das Tragwerk auf Grund der Exzentrizität der Druckstrebe durch Biegebruch der ursprünglichen Druckzone versagen kann. Es gelten dabei jedoch die gleichen Zusammenhänge, wie sie bereits im *Abschnitt 5.8* hergeleitet wurden, so dass sich die Ausarbeitung entsprechender Formeln erübrigt.

Um eine erste Einschätzung der hergeleiteten Beziehungen zu den tatsächlichen Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6_{e-i} und II.7_{e-i} zu erhalten, werden im Folgenden wiederum die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Balken 4 bis 8/1 ausgewertet, die alle dem D_{e-i}-Bereich zuzuordnen sind. Der Querschnitt ist bei allen Balken gleich, die Querschnittshöhe beträgt $h = 32$ cm und die Breite $b_w = 19$ cm. Die statischen Nutzhöhen d , die Lastabstände a und die gemessenen, über den kritischen Stegrissen verbleibenden Druckzonenhöhen im Zustand II.7_{e-i}, $x_{r,t,w}^{II.7}$, sind in *Tabelle 7.3* wiedergegeben. Der Beiwert α_b zur Berechnung der Tragfähigkeit im Zustand II.6_{e-i} nach Glg. (7.29) wird, wie schon im *Kapitel 5*, mit $\alpha_b = 1,0$ angenommen. Das Eigengewicht der Träger wird auch hier näherungsweise vernachlässigt, das heißt, es wird von einer reinen Belastung mit einer Einzellast ausgegangen. Somit entspricht die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6_{e-i}, $V_{Rd,ct,w6,e-i}$, nach Glg. (7.29) auch der aufnehmbaren Querkraft des Tragwerks. Die Querkrafttragfähigkeit im Zustand II.7_{e-i} kann aus dem aufnehmbaren Moment im Schnitt II.7 nach Glg. (7.30) ermittelt werden. Bei den hier untersuchten Trägern mit Einzellasten entspricht der Schnitt II.7 näherungsweise immer der Stelle der Lasteinleitung, so dass die aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7_{e-i}, $V_{Rd,w7,e-i}$, auf Grund des konstanten Querkraftverlaufs folgendermaßen berechnet werden kann:

$$V_{Rd,w7,e-i} = \frac{M_{Rd,w7,e-i}}{a} = \frac{1}{a} \cdot b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right) \cdot f_{cd} \quad (7.31).$$

Tabelle 7.3: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken 4 bis 8/1 aus [2.4] im Zustand II.6_{e-i} und II.7_{e-i}

Balken	a / d	d [m]	a [m]	$x_{r,t,w}$ II.7 [cm]	f_{ck} (= $0,8 \cdot \beta_w$) [MN/m ²]	$V_{R,ct,w6,e-i}$ bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,e-i}$ bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,e-i}$ bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	$V_{R,w7,e-i}$ [kN]	V_u Versuch [kN]
4 links	2,5	0,27	0,67	5,8	28,4	79,3	61,0	42,7	112,6	83,2
4 rechts	2,5	0,27	0,67	8,6	28,4	79,3	61,0	42,7	157,2	88,7
5 links	3,0	0,27	0,81	2,1	28,4	79,3	61,0	42,7	36,3	61,5
5 rechts	3,0	0,27	0,81	2,1	28,4	79,3	61,0	42,7	36,3	78,0
6 links	4,1	0,27	1,10	4,0	28,4	79,3	61,0	42,7	49,1	62,0
6 rechts	4,1	0,27	1,10	5,0	28,4	79,3	61,0	42,7	60,1	69,5
7/1 links	4,9	0,28	1,35	4,6	29,8	68,8	52,9	37,0	49,2	63,5
7/1 rechts	kein kritischer Stegriss									
8/1 links	5,8	0,28	1,62	4,2	29,8	68,8	52,9	37,0	37,7	67,0
8/1 rechts	kein kritischer Stegriss									

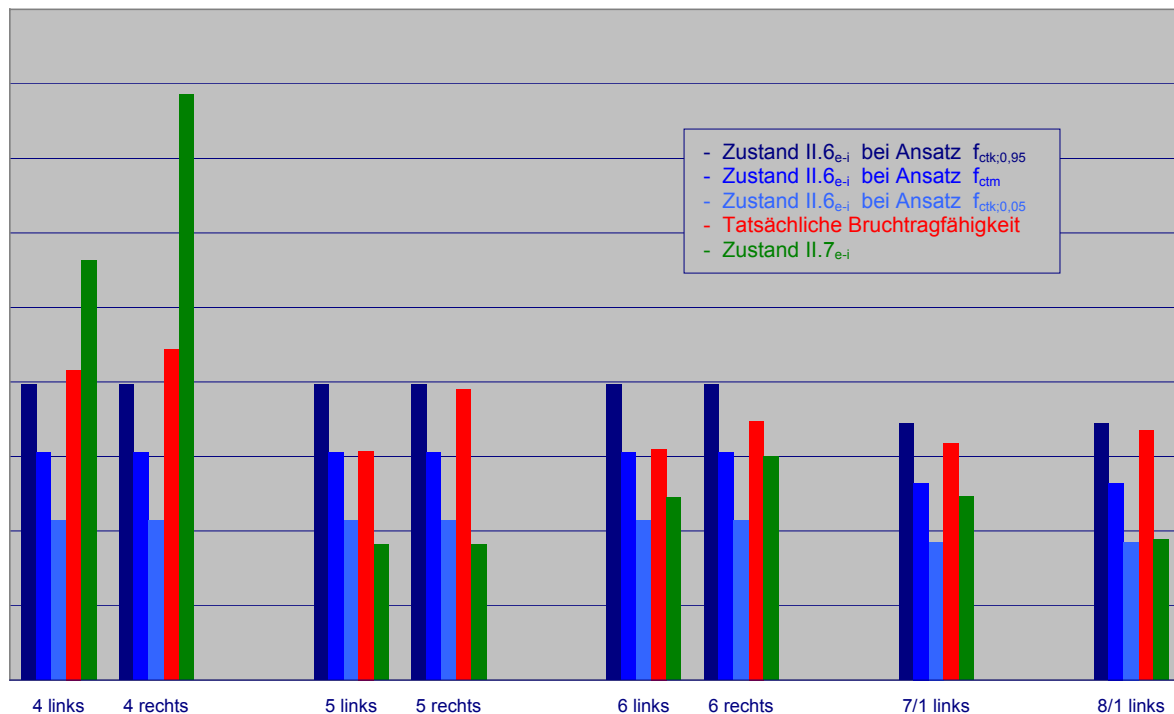


Bild 7.13: Grafische Darstellung der Tragfähigkeiten im Zustand II.6_{e-i} und II.7_{e-i} der Balken 4 bis 8/1 aus [2.4]

7.5 Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten (D_{i-0} -Bereiche)

Das qualitative Tragverhalten bei einem Lastangriff in der Nähe eines Momentennullpunkts wurde in *Abschnitt 4.6* erläutert. Die Zustände II.1_{i-0} bis II.5_{i-0} werden quantitativ an dieser Stelle nicht weiter untersucht, da die Stegtragfähigkeit eines Tragwerks auch hier wieder durch die Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6_{i-0} und II.7_{i-0} bestimmt wird. Dabei entspricht der **Zustand II.6_{i-0}** in seiner Tragwirkung genau dem Zustand II.6_i einer innen angreifenden Einzellast. Somit gilt, analog Glg. (7.9)

$$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz} = b_w \cdot d_1 \cdot \tan \alpha \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (7.32),$$

wobei $V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$ bei reiner Einzelbelastung der Querkraft zwischen Last und Stütze entspricht. In *Abschnitt 4.6* wurde anhand der wenigen vorliegenden Versuchsergebnisse der Winkel α wiederum zu etwa $\alpha = 60^\circ$ abgeschätzt. Damit folgt auch hier näherungsweise

$$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz} = 1,75 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (7.33).$$

Zum Vergleich der so berechneten Tragfähigkeiten mit tatsächlichen Versuchsergebnissen werden hier die von *Leonhardt, Walther* und *Dilger* in [2.7] vorgestellten Balken HV 0 bis HV 3 untersucht. Die Querschnittsabmessungen dieser Balken betragen $b_w = 19$ cm, $h = 32$ cm und $d = 27$ cm. Der Beiwert α_b wird wiederum mit 1,0 angenommen und das Eigengewicht der Träger wird vernachlässigt. Die rechnerisch aufnehmbaren Querkräfte an der Mittelunterstützung im Zustand II.6_{i-0}, $V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$, sind in *Tabelle 7.4*, wie schon in den vorangegangenen Abschnitten, für $f_{ctk;0,95}$, f_{ctm} und $f_{ctk;0,05}$ als Bemessungsbetonzugfestigkeit dargestellt. Die in den Versuchen erreichten Bruchquerkräfte an der Mittelstützung berechnen sich bei einem symmetrischen Zweifeldträger mit symmetrischer Belastung durch Einzellasten in den Feldmitten zu

$$V_{u,Stütz} = 0,6875 \cdot F_u \quad (7.34),$$

wobei F_u für die Einzellast in Feldmitte steht. Die so ermittelten Bruchquerkräfte sind ebenfalls in *Tabelle 7.4* aufgeführt.

Tabelle 7.4: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken HV 0 bis HV 3 aus [2.7] im Zustand II.6_{i-0}

Balken	$f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w$ [MN/m ²]	$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$ bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$ bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$ bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	$V_{u,Stütz}$ Versuch [kN]
HV 0	30,5	63,3	48,7	34,1	89,4
HV 1	30,1	62,7	48,2	33,8	77,3
HV 2	27,0	58,3	44,8	31,4	77,0
HV 3	25,9	56,8	43,7	30,6	94,2

Wie aus *Tabelle 7.4* hervorgeht, sind die rechnerischen Tragfähigkeiten im Zustand II.6_{i-0} durchweg kleiner als die tatsächlichen Bruchquerkräfte. Es muss also für alle Träger der

Zustand II.7_{i-0} für die Tragfähigkeit maßgebend gewesen sein. Im Zustand II.7_{i-0} stellt sich, wie im *Abschnitt 4.6* beschrieben, ein Strebenfachwerk mit einer direkten Druckstrebe zum Auflager ein, welches in *Bild 7.15* nochmals abgebildet ist.

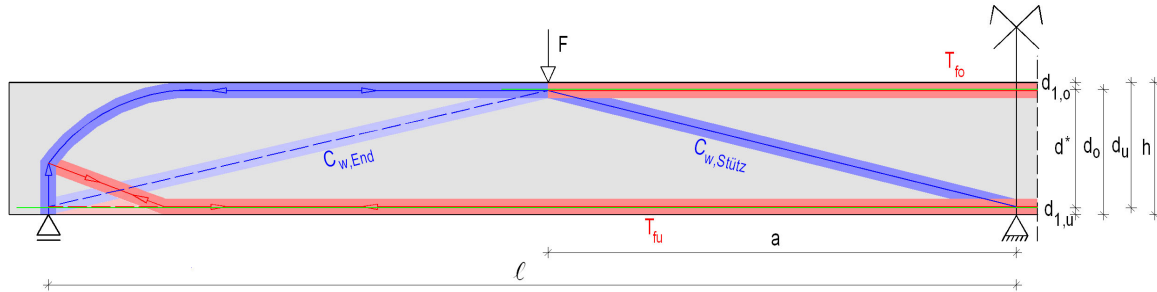


Bild 7.15: Strebenfachwerk im Zustand II.7_{i-0}

Wie aus *Bild 7.15* ersichtlich wird, kann sich dieses Fachwerkssystem nur einstellen, wenn die Zugstreben T_{fo} und T_{fu} aufgenommen werden können, was heißt, dass eine entsprechende Bewehrung vorhanden und hinter dem Auflager beziehungsweise unter der Lasteinleitung ausreichend verankert sein muss. Beim Balken HV 0 aus [2.7] ist dies nicht der Fall, so dass sich bei diesem Balken kein Zustand II.7_{i-0} nach der hier vorgestellten Theorie einstellen konnte. Die Tragfähigkeit im Zustand II.6_{i-0} muss also bei diesem Balken erheblich größer sein, als nach Glg. (7.33) berechnet wurde. Erste Lösungsansätze sind zwar in *Abschnitt 4.6* qualitativ beschrieben, für eine quantitative Untersuchung fehlen jedoch weitere aussagekräftige Versuchsergebnisse mit ähnlich bewehrten Balken zu weiteren Parameterstudien, so dass auch hier wieder auf zukünftige Forschungsarbeiten verwiesen werden muss.

Können die Zugstreben jedoch aufgenommen werden, stellt sich im **Zustand II.7_{i-0}** das im *Bild 7.15* dargestellte Fachwerk ein. Die Tragfähigkeit des Tragwerks wird dann von der Tragfähigkeit der Zugstrebe oben, der Tragfähigkeit der Zugstrebe unten oder der Tragfähigkeit der Druckstrebe bestimmt. Auf Grund der Rissbildung ergibt sich die Tragfähigkeit der oberen Zugstrebe zu

$$T_{Rd,fo,i-0} = A_{so} \cdot f_{yd} \quad (7.35).$$

Aus der Geometrie und dem Kräftegleichgewicht an der Lasteinleitungsstelle, wobei vereinfachend für den Lastabtrag zum Endauflager nur die direkte Druckstrebe angesetzt wird, folgt mit den Bezeichnungen gemäß *Bild 7.15*:

$$T_{fo} = C_{w,Stütz,h} - C_{w,End,h} \quad (7.36),$$

mit
$$C_{w,Stütz,h} = \frac{a}{d^*} \cdot V_{Stütz} \quad (7.37)$$

und
$$C_{w,End,h} = \frac{\ell - a}{d^*} \cdot (F - V_{Stütz}) \quad (7.38).$$

Durch Einführung des Faktors
$$\beta_{i-0} = \frac{V_{Stütz}}{F} \quad (7.39)$$

folgt dann:
$$T_{fo} = \frac{1}{d^*} \cdot \frac{1}{\beta_{i-0}} \cdot [a - \ell \cdot (1 - \beta_{i-0})] \cdot V_{Stütz} \quad (7.40)$$

und damit

$$V_{Rd,Asu,w7,i-0,Stütz} = \frac{d^* \cdot \beta_{i-0}}{[a - \ell \cdot (1 - \beta_{i-0})]} \cdot A_{so} \cdot f_{yd} \quad (7.41).$$

Für die Zugstrebe unten folgt:

$$T_{fu} = C_{w,End,h} \quad (7.42).$$

Mit Glg. (7.38) und Glg. (7.39) kann die aufnehmbare Querkraft an der Mittelunterstützung in Abhängigkeit von der unteren Bewehrung dann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$V_{Rd,Asu,w7,i-0,Stütz} = \frac{\beta_{i-0}}{1 - \beta_{i-0}} \cdot \frac{d^*}{\ell - a} \cdot A_{su} \cdot f_{yd} \quad (7.43).$$

Die Tragfähigkeit aus der Betondruckstrebe kann wie folgt berechnet werden:

$$C_{Rd,w7,i-0} = A_{c,w7,i-0} \cdot f_{cd} \quad (7.44)$$

und damit

$$V_{Rd,c,w7,i-0,Stütz} = \frac{d^*}{\sqrt{(d^*)^2 + a^2}} \cdot A_{c,w7,i-0} \cdot f_{cd} \quad (7.45).$$

Die Bestimmung der Wirkungsfläche der Betondruckstrebe gestaltet sich dabei etwas schwieriger, da nur sehr wenige Versuchsergebnisse zu Parameterstudien vorliegen. Die im Folgenden vorgeschlagenen Lösungsansätze können deshalb nur als erste Annäherung an einen Rechenwert für die Druckstrebenfläche angesehen werden, der in zukünftigen Forschungsvorhaben noch näher überprüft und gegebenenfalls verifiziert werden sollte. Aus den in [2.7] dokumentierten Versuchsergebnissen lässt sich ablesen, dass die kritischen schrägen Stegrisse nicht ganz bis zum Schwerpunkt der Bewehrung reichen, so dass in erster Näherung für die verbleibende Betonhöhe vorgeschlagen wird:

$$h_{c,Rest} = \alpha_{c,i-0} \cdot d_1 \quad (7.46),$$

wobei der Beiwert $\alpha_{c,i-0}$ anhand zukünftiger Versuchsserien noch näher zu bestimmen sein und vermutlich zwischen 1,0 und 2,5 liegen wird. Die schräge Fläche für die Stegdruckstrebe ergibt sich dann zu

$$A_{c,w7,i-0}^{1. \text{ Näherung}} = \frac{\sqrt{(d^*)^2 + a^2}}{a} \cdot \alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_1 \quad (7.47).$$

Weiterhin ist bei den Balken HV 1 bis HV 3 aus [2.7] erkennbar, dass die Bruchzone der Balken anscheinend immer im Bereich der Längsbewehrung begonnen hat. Es scheint deshalb sinnvoll, die durchgehende Längsbewehrung durch Berechnung einer ideellen Querschnittsfläche zu berücksichtigen und es folgt in zweiter Näherung:

$$A_{c,w7,i-0}^{2. \text{ Näherung}} = \frac{\sqrt{(d^*)^2 + a^2}}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_1 + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_s \right] \quad (7.48).$$

Andererseits ist auch bekannt, dass Bewehrung in einer Druckzone die dort vorhandenen Spaltzugspannungen, die in der Regel zum Versagen der Druckzone führen, verstärkt und damit die Tragfähigkeit vermindert. Deshalb wird ein Faktor $\alpha_{s,i-0}$ eingeführt, über den dieser Einfluss berücksichtigt werden soll und der mit dem Abminderungsbeiwert für die Druckstrebenfestigkeit α_c bei der Querkraftbemessung nach DIN 1045-1 [0.1], Abschnitt

10.3.4, verglichen werden kann. Da die Bewehrung die Druckstrebe hier jedoch sehr flach kreuzt und den Verfassern keine Forschungsarbeiten bekannt sind, die den Einfluss so flach kreuzender Bewehrung auf die Tragfähigkeit untersuchen, kann an dieser Stelle keine Aussage über die Größe dieses Beiwertes gemacht werden. Es ist zu erwarten, dass er zwischen dem Wert der DIN 1045-1 von 0,75 und dem Wert 1,0 liegt. In der allgemeinen Schreibweise lautet die Gleichung für die Betondruckstrebenfläche dann:

$$A_{c,w7,i-0} = \frac{\sqrt{(d^*)^2 + a^2}}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_1 + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_s \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \quad (7.49).$$

Für die Querkrafttragfähigkeit aus der Stegduckstrebe nach Glg. (7.45) folgt damit:

$$V_{Rd,c,w7,i-0,Stütz} = \frac{d^*}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_1 + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_s \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \cdot f_{cd} \quad (7.50).$$

Da das Tragwerk sowohl oben unter der Last als auch unten über der Mittelunterstützung versagen kann, muss die Stegtragfähigkeit sowohl für die obere wie auch für die untere Bewehrung berechnet werden, das heißt:

$$V_{Rd,co,w7,i-0,Stütz} = \frac{d^*}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_{1,o} + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_{so} \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \cdot f_{cd} \quad (7.51)$$

bzw.
$$V_{Rd,cu,w7,i-0,Stütz} = \frac{d^*}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_{1,u} + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_{su} \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \cdot f_{cd} \quad (7.52).$$

Die Stegtragfähigkeit bei Einwirkung einer Einzellast in der Nähe eines Momentennullpunkts im Zustand II.7_{i-0} wird also durch das Minimum aus den vier Gleichungen (7.41), (7.43), (7.51) und (7.52) bestimmt. Zusammenfassend gilt also:

$$V_{Rd,w7,i-0,Stütz} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^* \cdot \beta_{i-0}}{[a - \ell \cdot (1 - \beta_{i-0})]} \cdot A_{so} \cdot f_{yd} \\ \frac{\beta_{i-0}}{1 - \beta_{i-0}} \cdot \frac{d^*}{\ell - a} \cdot A_{su} \cdot f_{yd} \\ \frac{d^*}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_{1,o} + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_{so} \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \cdot f_{cd} \\ \frac{d^*}{a} \cdot \left[\alpha_{c,i-0} \cdot b_w \cdot d_{1,u} + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \cdot A_{su} \right] \cdot \alpha_{s,i-0} \cdot f_{cd} \end{array} \right\} \quad (7.53).$$

Die auf diese Weise rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten werden im Folgenden wieder mit den tatsächlichen Bruchlasten der Balken HV 1 bis HV 3 aus [2.7] verglichen. Der Balken HV 0 wird dabei nicht mehr untersucht, da sich, wie bereits oben beschrieben, auf Grund der nicht durchgehenden Bewehrung bei diesem Balken keine Zugbänder und damit kein Zustand II.7_{i-0} einstellen konnte. Die Balkenhöhe h beträgt bei allen Balken h = 32,0 cm und die Breite b_w = 19,0 cm. Die Stützweite ist ℓ = 2,50 m und der Lastabstand a = 1,25 m. Für symmetrische Zweifeldträger mit symmetrischer Belastung durch

Einzellasten in den Feldmitten ergibt sich der Faktor β_{i-0} zu 0,6875. Als Bewehrung wurden bei allen Balken Stäbe mit einem Durchmesser von $d_s = 16$ mm eingebaut, für die in [2.7] folgende Werte angegeben sind: Querschnittsfläche je Stab $A_s = 1,98$ cm², Zugfestigkeit $f_{tk} = 539$ N/mm² und E-Modul $E_s = 196.000$ MN/m². Dabei laufen beim Balken HV 1 oben und unten je 2, beim Balken HV 2 oben 2 und unten 5 und beim Balken HV 3 oben und unten jeweils 5 Stäbe durch. Der Schwerpunktsabstand der Bewehrung vom Querschnittsrand wird bei der zweilagigen Bewehrung mit den 5 Stäben mit 5,0 cm angegeben, woraus sich für die einlagige Bewehrung mit 2 Stäben ein Abstand von etwa 3,5 cm ergibt. Als Bemessungsstahlfestigkeit f_{yd} wird die Zugfestigkeit f_{tk} und als aufnehmbare Betondruckfestigkeit f_{cd} wieder die charakteristische Festigkeit $f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w$ angesetzt. Der E-Modul des Betons E_{cm} berechnet sich nach DIN 1045-1 [0.1] näherungsweise zu $E_{cm} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$.

Die Beiwerte zur Bestimmung der Druckstrebenfläche $\alpha_{c,i-0}$ und $\alpha_{s,i-0}$ werden hier zu $\alpha_{c,i-0} = 2,0$ und $\alpha_{s,i-0} = 0,85$ angenommen. Diese Ansätze stellen selbstverständlich keine fundierten Erkenntnisse dar, da, wie bereits beschrieben, ausreichende Versuchsreihen und Forschungsarbeiten, die nähere Erkenntnisse über diese Werte zuließen, fehlen. In *Tabelle 7.5* sind die Ergebnisse nach den Gleichungen (7.41), (7.43), (7.51) und (7.52) sowie die tatsächlichen Bruchquerkräfte angegeben, und es zeigt sich, dass bei den hier gewählten Ansätzen das tatsächliche Tragverhalten rechnerisch recht gut wiedergegeben werden kann. Da es sich hier jedoch nur um drei Versuchsbalken handelt, kann dieses Ergebnis keines Falls verallgemeinert werden. Hierzu sind abermals weitere Forschungsarbeiten mit Versuchsreihen an Stahlbetonbalken ohne Stegbewehrung erforderlich.

Tabelle 7.5: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken HV 1 bis HV 3 aus [2.7] im Zustand II.7_{i-0}

Balken	d* [cm]	d _o [cm]	d _u [cm]	V _{R,As_o,w7,i-0,Stütz} [kN]	V _{R,As_u,w7,i-0,Stütz} [kN]	V _{R,co,w7,i-0,Stütz} [kN]	V _{R,cu,w7,i-0,Stütz} [kN]	V _{u,Stütz} Versuch [kN]
HV 1	25,0	28,5	28,5	78,3	93,9	78,4	78,4	77,3
HV 2	23,5	28,5	27,0	73,6	220,7	66,4	104,5	77,0
HV 3	22,0	27,0	27,0	172,2	206,6	94,3	94,3	94,2

Nach den in *Tabelle 7.5* dargestellten Ergebnissen sind beim Balken HV 1 die Tragfähigkeiten aus der oberen Zugstrebe $V_{R,As_o,w7,i-0,Stütz}$, der Druckstrebe oben $V_{R,co,w7,i-0,Stütz}$ und der Druckstrebe unten $V_{R,cu,w7,i-0,Stütz}$ alle in etwa gleich der Bruchtragfähigkeit $V_{u,Stütz}$. Die Tragfähigkeit aus der unteren Zugstrebe $V_{R,As_u,w7,i-0,Stütz}$, ist dagegen erheblich größer, da die Zugkraft unten auf Grund des statischen Systems kleiner ist als oben. Das heißt also, dass der Bruch des Balkens HV 1 entweder durch das Versagen der oberen Zugstrebe oder der Druckstrebe bedingt ist und tatsächlich lässt sich aus dem in [2.7] dokumentierten und im *Abschnitt 4.6* dargestellten Rissbild ableiten, dass der Balken durch einen Bruch der Druckstrebe direkt neben dem Mittelaufleger versagt hat. Der Balken HV 2 müsste nach den Rechenergebnissen in *Tabelle 7.5* schon vor Erreichen der tatsächlichen Bruchlast in der Druckstrebe oben versagt haben. Hier scheint also die Tragfähigkeit der Druckzone rechnerisch etwas unterschätzt zu werden, was auf Grund der hier getroffenen Näherungen und dem doch sehr inhomogenen Baustoff Stahlbeton durchaus möglich ist und im Hinblick auf eine Bemessung auch durchaus vertretbar erscheint. Tendenziell erfassen die Ergebnisse jedoch auch hier wieder den tatsächlichen Bruchmechanismus, da das Rissbild,

welches ebenfalls im *Abschnitt 4.6* mehrfach dargestellt ist, deutlich ein Versagen der Druckzone im oberen Bereich wiedergibt. Beim Balken HV 3 erreicht die errechnete Querkrafttragfähigkeit aus der Druckstrebe dann wieder sehr genau die wirkliche Bruchtragfähigkeit, und tatsächlich lässt sich aus dem Rissbild ein Versagen der Druckstrebe im oberen Bereich ablesen.

Zur Verdeutlichung sind die in *Tabelle 7.5* dargestellten Ergebnisse im *Bild 7.16* nochmals grafisch dargestellt. Dabei sind die Tragfähigkeiten aus den Zugstreben, das heißt, aus den durchlaufenden Bewehrungen oben und unten, grün und die Tragfähigkeiten aus der Druckstrebe oben und unten blau gezeichnet. Die Bruchtragfähigkeiten sind wieder in Rot dargestellt.

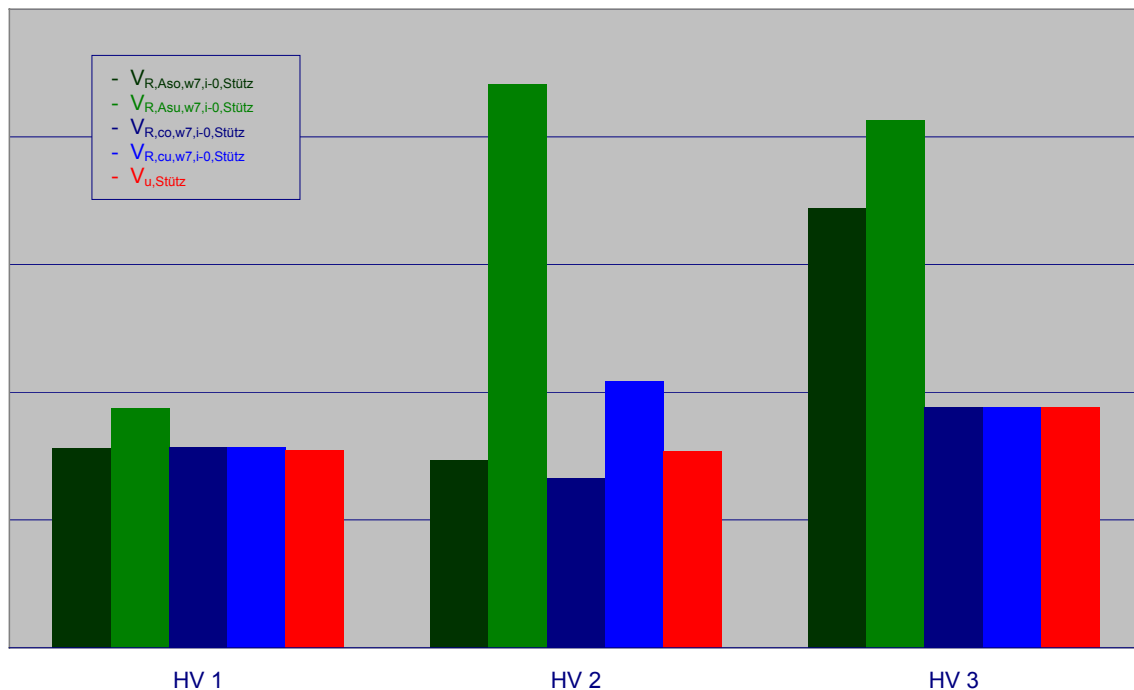


Bild 7.16: Grafische Darstellung der Tragfähigkeiten im Zustand II.7.i-0 der Balken HV 1 bis HV 3 aus [2.7]

Die Grafik zeigt noch einmal sehr schön, wie gut die tatsächlichen Bruchquerkräfte durch die hier vorgeschlagenen Rechenmodelle erfasst werden können. Es muss jedoch nochmals darauf hingewiesen werden, dass die hier getroffenen Annahmen für die Beiwerte $\alpha_{c,i-0}$ und $\alpha_{s,i-0}$ zu $\alpha_{c,i-0} = 2,0$ und $\alpha_{s,i-0} = 0,85$ keine fundierten Erkenntnisse darstellen, sondern nur an Hand der vorliegenden Versuchsauswertungen zu den Balken HV 0 bis HV 3 in [2.7] abgeleitet wurden und somit eine Verallgemeinerung nur durch weitere Forschungsarbeit in zukünftigen Forschungsvorhaben mit entsprechenden Versuchsreihen möglich sein wird.

8. RECHENMODELLE FÜR DIE STEGBEANSPRUCHUNGEN BEI MOMENTENNULLPUNKTEN

Bei der Betrachtung der Bereiche mit Momentennullpunkten im Zustand I wurde bereits festgestellt, dass dort Spannungszustände nach der Biegetheorie zu erwarten sind. Momentennullpunkte ohne Wechselwirkung mit Einzellasten können daher als frei drehbare, indirekte Lager betrachtet werden.

Für die Tragfähigkeit dieser Bereiche gelten somit die im *Abschnitt 6.2* abgeleiteten Zusammenhänge, so dass in Anlehnung an Glg. (6.3) die Grenztragfähigkeit von Systemen ohne Stegbewehrung im Bereich der Momentennullpunkte direkt angegeben werden kann:

$$V_{\text{Rd,ct,0}} = b_w \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} \quad (8.1).$$

Während die aus dieser Bestimmungsgleichung zu erwartende Rissbildung bei indirekt gelagerten Versuchsbalken tatsächlich erkennbar ist - vgl. *Bild 4.26* - ist dies sinngemäß für Momentennullpunkte nicht der Fall. Dies ist allerdings nicht sehr überraschend, da bereits im *Abschnitt 6.2* darauf hingewiesen wurde, dass die mit Glg. (6.3) - und dementsprechend mit Glg. (8.1) - bestimmte Tragfähigkeit größer ist als im jeweils anschließenden Biegebereich, wo die Stegtragfähigkeit durch die bereits bei erheblich geringerer Belastung entstehenden Biegerisse bestimmt wird. Diese Folgerung wird bezüglich der im *Abschnitt 4.7* gezeigten Beispiele voll und ganz bestätigt.

Die im *Abschnitt 4.7* durchgeführte Analyse von Rissbildern zeigte, dass die Rissbildung in der Nähe der Momentennullpunkte dazu führt, dass sich gemäß *Bild 4.97* eine etwa unter 30° geneigte Druckstrebe einstellt. Da keine Versuche bekannt sind mit Versuchsbalken ohne Stegbewehrung und Momentennullpunkten ohne Wechselwirkung mit Einzellasten (D_i - σ -Bereiche), kann nicht sicher davon ausgegangen werden, dass sich diese flach geneigten Druckstreben auch in diesen Fällen einstellen. Es kann jedoch überprüft werden, in welcher Größe Zugspannungen auftreten, wenn die flach geneigte Druckstrebe aus den randparallelen Druckgurten umgelenkt wird. Nimmt man nach den Angaben im *Bild 4.98* die Neigung der Druckstrebe mit $1:2$ an, so ergibt sich die resultierende Umlenkraft jeweils zu

$$U = V / \cos 13,3^\circ = 1,027 \cdot V \quad (8.2).$$

Unterstellt man aus der Anschauung, dass sich die Umlenkraft jeweils etwa gleichmäßig auf eine Länge erstreckt, die h entspricht, ergeben sich aus Glg. (8.2) Zugspannungen der Größe

$$\sigma_{\text{ct}} = 1,027 \cdot V / b_w \cdot h \quad (8.3).$$

Setzt man diese Zugspannungen mit der Bemessungszugfestigkeit des Betons gleich, kann aus dieser Beziehung eine Bemessungsquerkraft bestimmt werden, die zum Versagen im Bereich der Umlenkspannungen führt:

$$V_{\text{Rd,ct,0}} = 0,97 \cdot b_w \cdot h \cdot f_{\text{ctd}} \quad (8.4).$$

Es entsteht nahezu der gleiche Bemessungswert wie nach Glg. (8.1). Somit sind die Umlenkkräfte für die flach geneigte Druckstrebe durch den Momentennullpunkt gleichfalls nicht maßgebend für die Tragfähigkeit des Gesamtsystems.

Ähnlich wie Glg. (6.2) kann auch Glg. (8.4) ersetzt werden durch

$$V_{\text{Rd,ct,0}} = b_w \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} \quad (8.5).$$

9. VERGLEICH MIT ANDEREN FORSCHUNGSARBEITEN

Da bei der vorliegenden Stahlbetonanalyse für Bauteile ohne Stegbewehrung sehr häufig auf Versuchsergebnisse zurück gegriffen wurde, die *Leonhardt* mit verschiedenen Mitarbeitern erarbeitet hatte, erscheint es nahe liegend, beim Vergleich der vorliegenden Erkenntnisse mit anderen Forschungsarbeiten in einem ersten Schritt eine Gegenüberstellung mit den Ergebnissen von *Leonhardt* zu versuchen.

Dieses Unterfangen wird sehr erleichtert durch die Tatsache, dass *Leonhardt* seine Erkenntnisse über die Stegbeanspruchung - dieser Begriff wurde von ihm bereits gelegentlich verwendet - nach seiner Emeritierung in [3.1] zusammen fasste. Besonders auffallend an der Arbeit von *Leonhardt* ist die Ambivalenz bezüglich der Schubspannungen. Auf der einen Seite war es ihm ein besonderes Anliegen, stets darauf hinzuweisen, dass Schubspannungen eine Rechenhilfsgröße darstellen und keine Beanspruchung (vgl. beispielsweise [2.4] und [3.1]), auf der anderen Seite konnte er sich nicht von der seit Jahrzehnten bestehenden Gepflogenheit lösen, Bemessungsregeln mit Hilfe von Schubspannungen zu formulieren.

So wurden viele von den in der vorliegenden Analyse behandelten Fragen von *Leonhardt* bereits qualitativ angesprochen, auf Grund seiner pragmatischen Ausrichtung auf normierte Regeln und die bereits angesprochene Bindung an die Formulierung in Schubspannungen jedoch nicht weiter vertieft. Ein besonders anschauliches Beispiel für diese Vorgehensweise findet man in [3.1] in dem Abschnitt über die Tragwirkung von Balken oder Platten ohne Schubbewehrung.

Dort ist bereits die Rede von der - nach hier gewählter Bezeichnung - im Zustand II.7 stark verkleinerten Druckzone, die zum Versagen führt. Im nächsten Schritt werden aber nicht die dabei entstehenden Druckspannungen erörtert, sondern es werden vielmehr „Schubbruchspannungen beobachtet“ und mit der Zugfestigkeit des Betons verglichen.

Auch die in Biegebereichen im Zustand II.7 möglichen Zugspannungen an der Oberseite der Druckgurte in Auflagernähe wurden von *Leonhardt* als „wichtiges Versuchsergebnis“ aufgeführt und in [3.1] am Beispiel eines Plattenbalkens mit Stegbewehrung vorgestellt. Sie wurden allerdings nur als Indiz für eine zum Auflager geneigte Druckstrebe herangezogen und sonst nicht weiter verfolgt.

Ausführlich wurde von *Leonhardt* dokumentiert, dass Tragwerke mit kleiner Schlankheit höhere Tragfähigkeiten bezüglich der Querkräfte aufweisen als solche mit größerer Schlankheit. Dies beschränkte sich jedoch auf empirisch festgestellte Zusammenhänge. Physikalische Zusammenhänge, die in der vorliegenden Analyse mit Betrachtungen des Minimums der Formänderungsarbeit aufgezeigt werden konnten, wurden nicht dargelegt. Die im Zustand II.7_{e-i} verbleibende Tragwirkung durch ein Sprengwerk wird zwar angesprochen, aber nicht dem zu Grunde liegenden Einzelfall zugeordnet.

Auch die fächerförmige Lasteinleitung im Bereich von Innenstützen wurde von *Leonhardt* in [3.1] ausführlich dokumentiert, ohne daraus konkrete Folgerungen für das Tragverhalten in diesem Bereich zu ziehen. Er stellte weiterhin auch fest, dass sich (nach den hier gewählten Bezeichnungen) im D_{i-0} -Bereich im Laufe der Belastungsgeschichte die Neigungen der Druckstreben ändern.

Im Zeitraum seiner Untersuchungen war das Bewusstsein über die unterschiedliche Tragwirkung in Biegebereichen gegenüber den D-Bereichen noch gering entwickelt. Man kannte zwar beispielsweise eigene Bemessungsregeln für Konsolen, die maßgeblichen Unterschiede zwischen B- und D-Bereichen wurden aber erst später von *Schlaich* und *Schäfer* [1.1]

so konsequent herausgearbeitet, dass sie erst in den letzten zwanzig Jahren fester Bestandteil der Stahlbetonpraxis und -forschung wurden.

Unter dieser Perspektive ist auch die Zielsetzung von *Leonhardt*, möglichst für alle auftretenden Einzelfälle eine einzige Bemessungsgröße zu entwickeln, leicht nachvollziehbar. Heute verfügen wir über die Kenntnis, dass Biegebereiche und die verschiedenen D-Bereiche unterschiedliche Beanspruchungen aufweisen. Also ist es nahe liegend, diese Unterschiede nun auch für die Stegbeanspruchung heraus zu arbeiten. Insofern könnte man die vorliegende Arbeit vielleicht in gewissen Teilaspekten als Fortführung der Forschungen von *Leonhardt* ansehen, da hier Erkenntnisse, die teilweise bereits von *Leonhardt* qualitativ angesprochen wurden, mit physikalisch begründeten Modellen belegt werden.

Versucht man, sich ein Bild zu machen über den aktuellen Stand der Wissenschaft bezüglich der Stegbeanspruchungen, so erscheint es (aus deutscher Sicht) nahe liegend, sich hierzu der Literaturquelle [5.1] zu bedienen. Dort findet man den Hinweis, dass die Modelle für Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung von reinen Bogen-Zugband-Modellen mit Last abtragenden Druckbögen über das dreiteilige Querkraftmodell von *Specht* und *Scholz* [9.1] bis hin zu Kamm- bzw. Zahnmodellen reichen mit dem ergänzenden Hinweis, dass das derzeit neueste Modell dieser Art von *Reineck* [4.2] entwickelt wurde.

Reine Bogen-Zugband-Modelle wurden bereits von *Leonhardt* in [3.1] als überholte Vorstellung dargelegt. Sie müssen wohl nicht mehr als aktueller Stand der Wissenschaft betrachtet werden. Der Einfluss von Bogen-Zugband-Modellen als den Biegebereichen bei gedungenen Querschnitten überlagerte Systeme wird in der vorliegenden Analyse erfasst.

Das von *Specht* und *Scholz* in [9.1] vorgestellte dreiteilige Querkraftmodell bezieht sich ausschließlich auf frei drehbar gelagerte Einfeldträger mit Gleichlasten. Es unterstellt im mittleren Tragwerksbereich die Wirkung eines Druckgewölbes mit Zugband und berücksichtigt den D_e -Bereich durch ein Fachwerksystem mit geneigten Druckgurten. Als Verbindung dieser beiden Bereiche wird ein parallelgurtiges Fachwerk verwendet. Dieses Modell unterscheidet sich von den sonstigen bekannten Modellen vor Allem durch das im mittleren Bereich zu Grunde gelegte Bogen-Zugband-Modell. Dies bietet die Möglichkeit, im mittleren Bereich auf die sonst durchgehend übliche Stegbewehrung zu verzichten. Mit diesem Modell können standsichere, wirtschaftliche Konstruktionen bemessen werden. Es unterscheidet sich von der vorliegenden Analyse grundsätzlich dadurch, dass es zumindest teilweise nicht im Einklang steht mit den in den Tragwerken entstehenden Rissbildern.

Unter Kamm- bzw. Zahnmodellen versteht man Systeme, die die Rissbildung in der Zugzone der Stahlbetontragwerke berücksichtigen. Ein typisches Zahnmodell wurde von *Leonhardt* unter Bezugnahme auf *Fenwick* und *Pauley* [9.2] sowie *Taylor* [9.3] in [3.1] vorgestellt, vgl. *Bild 9.1*.

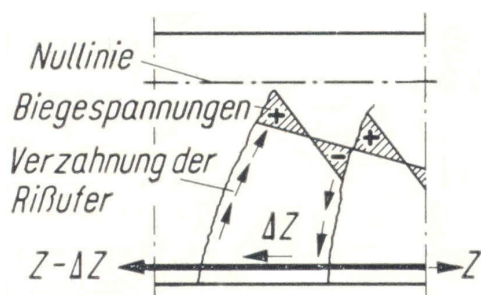


Bild 9.1: Zahnmodell aus [3.1]

Nahezu untrennbar mit dem Begriff des Zahnmodells ist der Begriff der Rissreibung verbunden, die in den Rissen entstehen soll, weil sich die groben Körner des Betons nicht gegeneinander verschieben lassen. Laut *Leonhardt* lässt diese Kornverzahnung nach, wenn sich die Risse bei weiterer Belastung etwas öffnen. Dadurch wächst die Biegespannung an der oberen Einspannstelle der Betonzähne und „plötzlich entsteht dann im Bereich der auflagernahen Betonzähne ein flacher Schubriss“. Nach den hier gewählten Begriffen wäre demnach die Rissreibung nur im Zustand II.1

wirksam. Da in diesem Zustand die endgültige Tragfähigkeit bei Weitem noch nicht erreicht

wird, ist aus dieser Schilderung zu folgern, dass die Rissreibung als Zwischenepisode der Belastungsgeschichte für die Tragfähigkeit der Stahlbetonkonstruktionen ohne jegliche Bedeutung wäre.

Diese Folgerung, der ja auch die vorliegende Analyse widerspricht, steht deutlich im Widerspruch zu einigen Arbeiten, die der Rissreibung eine bedeutende Rolle für die Tragfähigkeit der Stege zuschreiben. Zu diesen Arbeiten zählt auch die Dissertation von *Reineck* [9.4], deren wesentliche Ergebnisse in [9.5] und [4.2] zusammengefasst wurden.

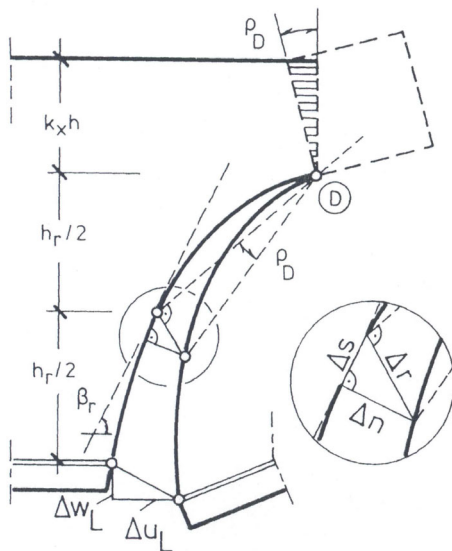


Bild 9.2: Rissuferverschiebungen gemäß [9.5]

Reineck geht von Reibung erzeugenden Rissuferverschiebungen in Folge einer Rotation der Zähne um den Punkt der Risswurzel gemäß neben stehender Zeichnung aus. Die Rotation mit dem Drehwinkel ρ_D ergibt sich, wie dargestellt, aus der Druckzonenkrümmung. Dieser Vorstellung stehen folgende Überlegungen entgegen:

Nach den vorliegenden Analysen stellt das nebenstehende Rissbild die Situation im Zustand II.2 dar. Im Zustand II.1 gab es nur einen geraden Rissabschnitt, der näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand verläuft. Die Anteile des Biegemoments, die bereits im Zustand I sowie im Zustand II.1 entstanden sind, können jedoch für die dargestellte Rotation keinen Beitrag leisten, da sie sich schon vorher einstellen.

Somit ergibt sich die angenommene Rotation lediglich aus der Zunahme des Biegemoments im Zustand II.2 und ist damit sehr viel kleiner als angenommen; zu Beginn des Zustands II.2 ist sie Null.

Macht man sich bewusst, dass die Stegzugspannungen erheblich kleiner sind als die Biegezugspannungen, wie die entsprechenden Gegenüberstellungen im *Abschnitt 3.9* deutlich belegen, so kommt man zu der Anschauung, dass die Rissöffnungsmaße in der Regel stets größer sein dürften als gegenseitige Rissuferverschiebungen.

Verschiedene aktuelle Autoren (beispielsweise in [4.1], [9.6], [9.7]) stehen der teilweise angenommenen Bedeutung der Rissreibung mit einiger Skepsis gegenüber. In [4.1] wird von *Zink* angezweifelt, dass die Rissverzahnung in Konstruktionen ohne Stegbewehrung wesentlich aktiviert werden kann. Vor diesem Hintergrund entwickelt er ein Tragmodell, in dem im Grenzfall die Querkraft-Traganteile der Zugzone vernachlässigbar klein sind und nur Traganteile der Druckzone berücksichtigt werden.

In [9.6] wird von Versuchsreihen an der Universität Leipzig und der RWTH Aachen an Stahl- und Spannbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung berichtet, die „zeigen, dass der Einfluss der Rissreibung bei der Bestimmung der Tragfähigkeit bisher teilweise überschätzt wurde.“ Und: „Die Analyse des Rissöffnungsverhaltens zeigte, dass bei Trägern ohne bzw. mit geringer Bügelbewehrung im Bruchzustand vernachlässigbar geringe Rissreibungskräfte aktiviert werden. Das Fachwerkmodell mit Rissreibung scheint daher nicht auf alle Querkraftversuche anwendbar zu sein.“

Entsprechend findet sich auch in [9.7] der Hinweis, wonach „die Auswertung der Rissöffnungspfade zeigt, dass nur im unteren Beanspruchungsbereich eine Kraftübertragung über die Rissufer nachweisbar ist und der Effekt im Bruchzustand an Bedeutung verliert“.

Übereinstimmend mit der mehrheitlich in der Fachliteratur vertretenen Auffassung kommt auch der Projektleiter der vorliegenden Analyse zu dem Schluss, dass Rissreibungskräfte in den niedrigen Belastungsstufen auftreten können, wenn auch nicht durchgehend über die gesamte Risslänge, wie vereinzelt angenommen wird. Diese Rissreibungs- bzw. Kornverzahnungskräfte beeinflussen allerdings nicht die Grenztragfähigkeit der Konstruktionen.

In der vorliegenden Analyse wird jedoch auch aufgezeigt, dass geneigte Druckstreben im Belastungsbereich kurz vor dem endgültigen Versagen, nämlich im Zustand II.6, bereits vorhandene Risse überbrücken. Dieser Zusammenhang, der bislang in der Fachliteratur noch nicht aufgezeigt worden war, beeinflusst das maßgebliche Tragverhalten ganz entscheidend.

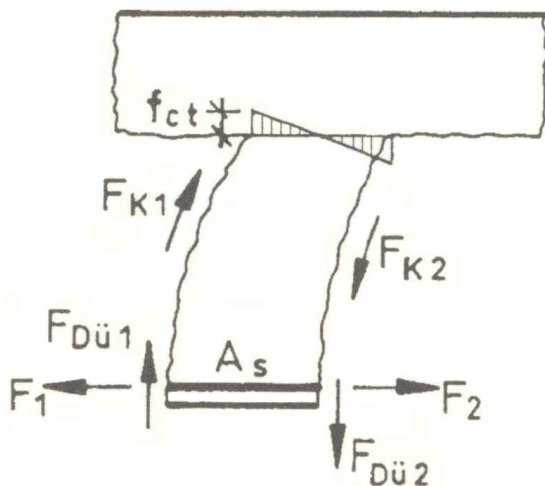


Bild 9.3: Am Betonzahn angreifende Kräfte gemäß [5.1]

Längsbewehrung übertragen“; in einem zugehörigen Beispiel „wird in der Zugzone nun ungefähr 70 % der Querkraft abgetragen“. Im vorliegenden *Abschnitt 2.3* wurde ausführlich begründet, dass die Querkraft *in Biegebereichen* aus Gleichgewichtsgründen zwingend je zur Hälfte dem Druck- und Zuggurt zugeordnet werden muss. Diese Bedingung wird von den meisten bekannten Modellen missachtet.

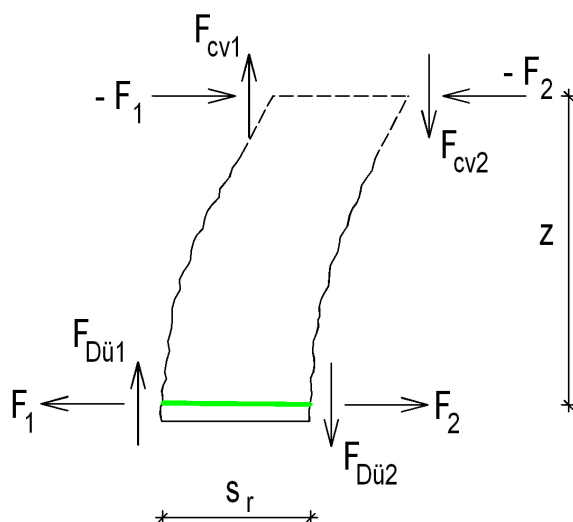


Bild 9.4: Modifizierte angreifende Kräfte am Betonzahn

Es muss noch angemerkt werden, dass die meisten bislang vorgestellten Modelle von der Vorstellung geprägt sind, Querschnitte müssten in der Lage sein, Querkräfte übertragen zu können. Hierzu ist auf den vorliegenden *Abschnitt 2.2* zu verweisen. Entsprechend der unvollständigen Vorstellung über die erforderliche Querkraftübertragung ohne Berücksichtigung der gleichzeitig einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingung zwischen Druck- und Zuggurt werden auch Modelle vorgestellt, bei denen die Querkraft nicht anteilig je zur Hälfte dem Druck- und Zuggurt zugeordnet wird. So wird in einem Fall die Querkraftübertragung vollständig der Druckzone zugeordnet, in einem anderen Fall wird die Querkraft „im wesentlichen in der gerissenen Zugzone über Rissreibung und Dübelwirkung der

Längsbewehrung übertragen“; in einem zugehörigen Beispiel „wird in der Zugzone nun ungefähr 70 % der Querkraft abgetragen“. Im vorliegenden *Abschnitt 2.3* wurde ausführlich begründet, dass die Querkraft *in Biegebereichen* aus Gleichgewichtsgründen zwingend je zur Hälfte dem Druck- und Zuggurt zugeordnet werden muss. Diese Bedingung wird von den meisten bekannten Modellen missachtet.

Sieht man von der Frage nach der Bedeutung der Rissreibung ab, so können die in der vorliegenden Analyse vorgeschlagenen Modelle für den Zustand II.1 als modifizierte Zahnmodelle betrachtet werden.

Nach *Bild 9.3* als Ausgangssituation werden nun die in [5.1] dargestellten, am Betonzahn angreifenden Kräfte verwendet, wobei aus den oben dargelegten Gründen auf den Ansatz der Kornverzahnungskräfte verzichtet wird. Allerdings hat die Frage, ob Rissreibung zu erwarten ist oder nicht, auf das Ergebnis der Tragfähigkeit keinen Einfluss - nicht einmal in der noch geringen Belastungsstufe des Zustands II.1. Geht man nämlich von der Wirkung der Kornverzahnungskräfte in diesem Zustand aus, so handelt es sich um Kräfte, die lediglich die so genannte Dübel-

wirkung der Biegezugbewehrung unterstützt. F_{K1} und $F_{Dü1}$ bzw. F_{K2} und $F_{Dü2}$ müssen jeweils gemeinsam die Größe von $V / 2$ erreichen. Die Berücksichtigung der Kornverzahnungskräfte führt also nur zu einer Verringerung der Dübelwirkung der Biegezugbewehrung. Wie die vorliegende Analyse jedoch belegt, ist diese Dübelwirkung in der Belastungsstufe des Zustands II.1 nicht maßgebend für die weitere Rissentwicklung, da diese immer an der Wurzel der Biegerisse ansetzt.

Modifiziert man nun die im *Bild 9.3* dargestellten, am Betonzahn angreifenden Kräfte in der Weise, dass - wie begründet - auf den Ansatz der Kornverzahnungskräfte verzichtet wird und die dargestellte Einspannung der Zähne in den Druckgurt durch den Ansatz der hier wirksamen Kräfte ersetzt wird, kommt man zu den im *Bild 9.4* dargestellten Beanspruchungen der Betonzähne.

Die in der Zugzone wirkenden Kräfte könnten gemäß *Bild 2.8* durch die resultierende Kraft ΔT_B ersetzt werden und sinngemäß könnte in der Druckzone ΔC_B angesetzt werden. Insbesondere kann aber auf Grund der Gleichgewichtsbedingung gesetzt werden:

$$F_{Dü1} = F_{Dü2} = F_{CV1} = F_{CV2} = V / 2 \tag{9.1}$$

Dies bedeutet, dass an beiden Enden des Zahns ein Moment der Größe $V / (2 \cdot s_r)$ wirkt.

Versucht man nun näherungsweise, einen solchen Betonzahn mit seinen Beanspruchungen mit einem System nach der Biegetheorie abzubilden (die geometrischen Voraussetzungen der Biegetheorie werden allerdings von den Betonzähnen meistens nicht erfüllt), so kommt man über das System gemäß *Bild 9.5 a)* zu dem gleichwertigen System gemäß *Bild 9.5 b)*. Für beide Systeme erhält man den im *Bild 9.5 c)* dargestellten Momentenverlauf.

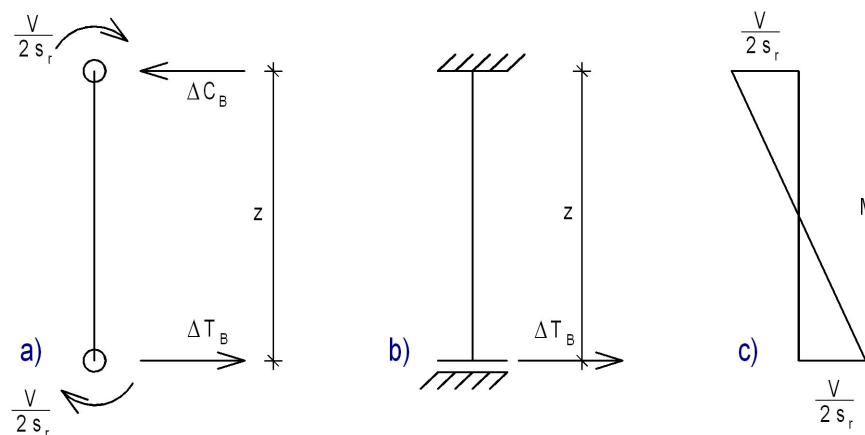


Bild 9.5: Näherungssysteme für das Zahnmodell mit zugehöriger Momentenbeanspruchung

Dieses Momentenbild besagt aber nichts anderes, als dass sich vom unteren rechten Eckpunkt des Zahns zum oberen linken Eckpunkt eine Zugstrebe sowie vom unteren linken Eckpunkt des Zahns zum oberen rechten Eckpunkt eine Druckstrebe einstellt, wie dies schon im *Bild 2.9* dargestellt wurde und beispielhaft als Ergebnis einer - linearelastischen - FE-Berechnung qualitativ im *Bild 5.17* anschaulich erkennbar wird.

Im *Bild 9.6* sind aus diesem Berechnungsbeispiel noch einmal die Hauptspannungen für ein einzelnes Rissfeld dargestellt. Die sich kreuzenden Zug- und Druckstreben sind gut zu erkennen. Bei genauerer Betrachtung kann allerdings auch abgelesen werden, dass die Gurtdifferenzkräfte ΔT_B und ΔC_B nahe liegender Weise nicht konzentriert im Bereich der Risse eingeleitet werden, sondern über die Rissfeldbreite verteilt. Vor allem im beweh-

rungsnahen Bereich treten auch im Beton der Rissfelder große Längszugspannungen auf. Diese beiden Einflüsse führen dazu, dass die diagonal verlaufende Druckstrebe weniger stark ausgeprägt in Erscheinung tritt als die Zugstrebe.

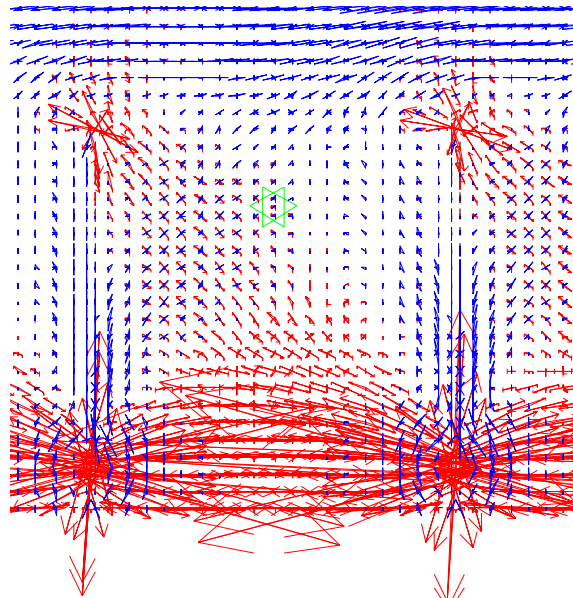


Bild 9.6: Hauptspannungsverlauf in einem Rissfeld

Den bislang in der Literatur diskutierten Tragwirkungen der zwischen den Biegerissen vorhandenen Betonzähne, wie sie erst jüngst wieder von *Muttoni* in [9.8] wiedergegeben wurden, vgl. *Bilder 9.7 a) bis c)*, kann also in logischer Konsequenz des bekannten Zahnmodells und in hinreichender Übereinstimmung mit den vorliegenden Analysen von Rissbildern sowie beispielhaften FE-Berechnungen die im *Bild 9.7 d)* dargestellte Tragwirkung gegenüber gestellt werden.

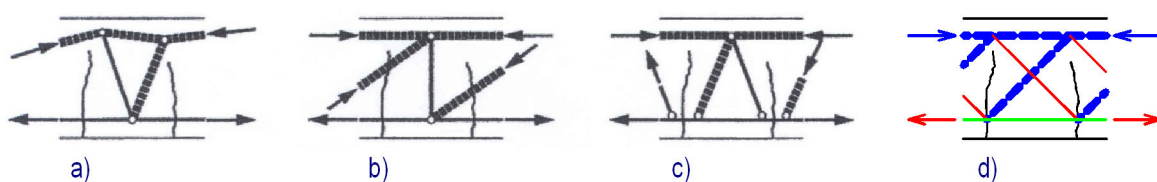


Bild 9.7: Mögliche und begründete Tragwirkungen für das Zahnmodell

Auch das *Bild 9.7 d)* verdeutlicht einmal mehr, dass die Übertragung vertikaler Kraftkomponenten durch den Zuggurt im Bereich der Biegerisse für das Tragverhalten der Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung im Zustand II von ausschlaggebender Bedeutung ist. Dementsprechend haben sich schon eine ganze Reihe von Forschern mit diesem Thema befasst, u. a. auch *Mörsch* [9.9].

Von den zahlreichen Forschungsergebnissen zu diesem Thema dürfte der aus Versuchen abgeleitete Ansatz von *Baumann* und *Rüsch* [9.10] von besonderem Interesse sein. Sie kamen zu dem plausiblen Ergebnis, dass die vom Zuggurt in einem Biegeriss übertragbare Querkraftkomponente von der Nettobreite der Konstruktion zwischen den Bewehrungsstäben, dem Stabdurchmesser und der Betonfestigkeit abhängt.

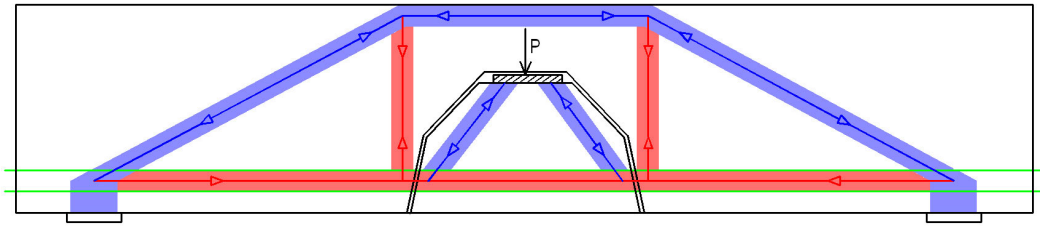


Bild 9.10: Tragsystem der Versuchsbalken von Baumann und Rüschi nach [9.10]

Es wäre aber auch denkbar, dass trotz der deaktivierten Kornverzahnung geneigte Risse (in Folge der Stegzugstrebe T_{w6}) und damit ein anderes Tragverhalten entstehen könnte, als die Versuche von Baumann und Rüschi aufweisen. Dies wurde jedoch durch die geometrischen Verhältnisse der Versuchsbalken ausgeschlossen, da - wie das Bild 9.10 anschaulich belegt - die Lasten über ein reines Sprengwerk abgetragen wurden. Es konnten daher, wie die Rissbilder bestätigen, versuchsbedingt neben den künstlich geschaffenen Rissen nur vertikale Zugstreben wirksam werden.

Somit erscheinen die Ansätze von Baumann und Rüschi nur bedingt geeignet für die Beschreibung der Tragwirkung ungestörter Tragkonstruktionen. Weitere Versuche sind unumgänglich, um die tatsächlichen Verhältnisse mit geeigneten Modellen zuverlässig beschreiben zu können.

Im Übrigen scheint ein weiterer Punkt der von Baumann und Rüschi vorgestellten Versuchsergebnisse beachtenswert: Aus der Tabelle II/2 in [9.10] geht hervor, dass bei den Versuchen u. a. auch die seitliche Betondeckung der Biegezugbewehrung variiert wurde, ohne dass dies in den Versuchsauswertungen kommentiert wurde. Die Ergebnisse zeigen durchweg eine bessere Tragfähigkeit, wenn die seitliche Betondeckung größer ist als der Stabdurchmesser gegenüber denjenigen Versuchen, bei denen dies nicht der Fall ist.

Dieser Zusammenhang stützt die These, dass für die Tragfähigkeit des Zuggurts bezüglich angreifender Querkkräfte das Tragverhalten des Verbundquerschnitts *Beton-Stahl* ausschlaggebend ist. Sobald in Folge einer geringeren seitlichen Betondeckung der mögliche Verbundquerschnitt nicht vollständig vorhanden ist, sinkt die Tragfähigkeit deutlich ab.

Diese Überlegung wird auch gestützt von den im Bild 4.71 dargestellten Bruchbildern von Platten aus [2.4], die deutlich belegen, dass die Tragwirkung von Bewehrungsstäben mit geringer seitlicher Ummantelung geringer ist als bei solchen mit uneingeschränktem Verbundquerschnitt.

Abschließend sollen die in der vorliegenden Stahlbetonanalyse vorgestellten Bemessungsmodelle den in der DIN 1045-1 [0.1] enthaltenen, empirisch entwickelten Bemessungsregeln gegenüber gestellt werden. Der Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit biegebewehrter Bauteile ohne Querkraftbewehrung ist dort wie folgt festgelegt:

$$V_{Rd,ct} = \left[0,10 \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \rho_\ell \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (9.2).$$

Dieser Bemessungswert gilt für alle Formen der Stegbeanspruchung. Eine Unterscheidung zwischen dem Biegebereich und den verschiedenartigen D-Bereichen war bislang nicht möglich.

In Glg. (9.2) ist $\eta_1 = 1$ zu setzen für Normalbeton; für Leichtbeton sind entsprechend kleinere Werte einzusetzen. Da in der vorliegenden Analyse keine Versuchskörper aus Leichtbeton betrachtet wurden, gibt es hierzu auch keine eigenen Vorschläge, die mit der bestehenden Regelung verglichen werden könnten.

Mit dem Bemessungswert σ_{cd} werden Betonlängsspannungen in Höhe des Schwerpunkts des Querschnitts berücksichtigt, die aus Normalkräften resultieren. Normalkräfte, die der Biegebeanspruchung überlagert sind, können systembedingt entstehen, treten aber insbesondere bei vorgespannten Konstruktionen auf. Derartige Tragwerke sollen in einem eigenen, späteren Teil der vorliegenden Stahlbetonanalyse betrachtet werden. Der diesbezügliche Vergleich mit der Bemessungsregel wird daher zurückgestellt.

Die Betonfestigkeit ist in der Bemessungsregel Glg. (9.2) in Form der charakteristischen Betondruckfestigkeit enthalten. Maßgebend ist für die Rissbildung in den Stegen die Betonzugfestigkeit. Da in der Bemessungsregel f_{ck} unter der dritten Wurzel erscheint, ist praktisch tatsächlich die Betonzugfestigkeit enthalten. Diese Absicht wird auch vielfach in der begleitenden Literatur bestätigt. Im Zustand II.7 ist allerdings tatsächlich die Betondruckfestigkeit maßgebend.

Mit ρ_ℓ wird in Glg. (9.2) der Längsbewehrungsgrad erfasst, indem der Querschnitt der vorhandenen Biegezugbewehrung bezogen wird auf den Stegquerschnitt $b_w \cdot d$; er darf maximal mit einem oberen Grenzwert von 2 % berücksichtigt werden und geht unter der dritten Wurzel ein. Dieser Zusammenhang wurde von verschiedenen Autoren empirisch ermittelt. Zink zeigt in [4.1], dass dieser Ansatz auch als gute Näherung für die Bestimmung der Druckzonenhöhe interpretiert werden kann. Allerdings werden bei dieser Betrachtung die Dehnungen des Betons in der Zugzone völlig vernachlässigt. Weiterhin ist zu beachten, dass diese Ableitung nur für Rechteckquerschnitte gilt und für Plattenbalken auf der unsicheren Seite liegen würde.

In den vorliegenden Bemessungsvorschlägen ist der Längsbewehrungsgrad nicht direkt enthalten. Dies mag jedoch nur im ersten Moment als Widerspruch erscheinen, da auch die vorliegenden Analysen bestätigen, dass die Längsbewehrung - jedoch nicht in Form des Längsbewehrungsgrades - für das Tragverhalten der Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung von ausschlaggebender Bedeutung ist. Die Wirkung der Längsbewehrung wird in der vorliegenden Analyse wesentlich differenzierter erfasst als durch den empirisch ermittelten, direkt angesetzten Einfluss des Längsbewehrungsgrades.

Die Tragfähigkeit der Konstruktionen wird in den Zuständen II.1 bis II.5 ganz wesentlich bestimmt durch den Abstand der Risse und die Risstiefen. Der Abstand der Risse wird in erster Linie bestimmt durch die vorhandenen Stabdurchmesser und im Übrigen noch durch den auf die Wirkungszone der Bewehrung bezogenen effektiven Bewehrungsgrad. Bei der hier vorgeschlagenen Bestimmung der Risstiefen geht neben den Dehnungen und Steifigkeitsverhältnissen tatsächlich auch der Längsbewehrungsgrad als Parameter ein. Wie die vorliegende Glg. (5.47) zeigt, geht ρ_ℓ hier linear und zusätzlich unter der quadratischen Wurzel ein, während dieser Wert in Glg. (9.2) unter der dritten Wurzel erscheint.

In völlig anderer Form wird die Biegezugbewehrung im Zustand II.6 in Anspruch genommen. Hier wirkt nun die Längsbewehrung gemeinsam mit dem umgebenden Beton als rückverankerter, biegebeanspruchter Verbundquerschnitt. Weiterhin bestimmt die im Zustand II.1 entstandene Risstiefe (u. a. bestimmt durch die Längsbewehrung) den Ansatzpunkt für den im Zustand II.6 entstehenden Schrägriss. Für diese Tragwirkung konnte auch in der vorliegenden Analyse kein Bemessungsmodell vorgeschlagen werden, das die komplexen physikalischen Zusammenhänge vollständig erfassen würde. Dieser Punkt bedarf noch weiter gehender Forschungen. Er ist für die Bestimmung der Tragfähigkeit von Stahlbetonkonstruktionen - vor Allem solcher ohne Stegbewehrung - von ausschlaggebender Bedeutung, da die vorliegenden Analysen auch zeigen, dass die Tragfähigkeit im Zustand II.7 oft nicht größer ist als im Zustand II.6. Man kann wohl davon ausgehen, dass die Tragfähigkeit im Zustand II.6 auch eher vom effektiven Bewehrungsgrad, von den Stabdurchmessern und der im Verbund wirkenden Betonummantelung der Stäbe mit ihren kräftigen Querdruckspannungen nahe der Risse bestimmt wird als vom Längsbewehrungsgrad ρ_ℓ , der auf den gesamten Stegquerschnitt $b_w \cdot d$ bezogen ist.

Falls im Zustand II.7 eine höhere Tragfähigkeit vorhanden ist als im Zustand II.6, so führt diese entweder zum Bruch der Biegedruckzone am Ende des kritischen Risses oder zum Biegebruch der Druckzone oberhalb des kritischen Risses. In beiden Fällen wird die Tragfähigkeit bestimmt durch die Stelle, an der der kritische Riss endet. Diese Stelle ist nun wieder - u. a. - abhängig von den Rissabständen und den Risstiefen, die sich im Zustand II.1 einstellen. Damit ist auch die Tragfähigkeit im Zustand II.7 letztlich wieder abhängig von der Biegezugbewehrung, wenn auch nicht - wie bereits oben für den Zustand II.1 aufgezeigt - in Form des Längsbewehrungsgrades.

Wie in den *Kapiteln 4* und *5* gezeigt wurde, kann das Tragwerk im Zustand II.7 in Folge des am Ende des kritischen Risses wirksamen Biegemoments versagen. Dies bedeutet nicht automatisch, dass die Biegedruckzone die Schwachstelle ausmacht; theoretisch könnte in diesem Zustand auch die Biegezugbewehrung versagen. In diesem Fall wäre es berechtigt, die Längsbewehrungsmenge (weniger den Längsbewehrungsgrad) als maßgeblichen Parameter zu verwenden. Diese Versagensart konnte aber in den zur Verfügung stehenden Dokumentationen über Versuchskörper nie festgestellt werden. Dies dürfte aber vor allem daran liegen, dass in Versuchskörpern auf Grund von deren eher geringen Abmessungen die Längsbewehrung selten abgestuft und gerne reichlich gewählt wird, damit die Versuchskörper nicht in Folge der maximalen Biegebeanspruchung versagen können.

Schließlich wird in Glg. (9.2) über den Wert κ der Einfluss der statischen Nutzhöhe erfasst. Zahlreiche empirische Versuchsauswertungen zeigen, dass die Stegtragfähigkeit nicht linear mit der statischen Nutzhöhe d zunimmt. Dem wird Rechnung getragen, indem κ nach folgender Definition mit zunehmender statischer Nutzhöhe kleiner wird:

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (9.3).$$

Auch zu dieser Abhängigkeit muss zunächst einmal festgestellt werden, dass sie in unmittelbar vergleichbarer Form in den vorliegenden Bemessungsvorschlägen nicht erkennbar ist. Ähnlich wie zuvor muss bei dem Versuch, den normierten Ansatz mit den vorliegenden Ergebnissen zu vergleichen, erst einmal festgelegt werden, welches Stadium des Bruchprozesses, also welche Stufe des Zustands II betrachtet werden soll.

Da in den empirischen Ansätzen, die zu Glg. (9.3) führten, immer die Bruchlast betrachtet wurde, sollte der Vergleich zunächst einmal für die Zustände II.6 und II.7 durchgeführt werden.

Im Zustand II.6 ist für die Tragfähigkeit der hoch gehängte Verbundquerschnitt des Zuggurtes maßgebend; eine Abhängigkeit von der Nutzhöhe d ist indirekt über die Risstiefe t_{r1} gegeben. Eine weitere indirekte Abhängigkeit von der Nutzhöhe besteht wohl auch in der Form, dass mit zunehmender Bauteilhöhe Biegezuggurte mit größerer Steifigkeit verwendet werden. Es scheint auch sehr plausibel zu sein, dass die Steifigkeit der Biegezuggurte nicht proportional mit zunehmender Bauteilhöhe anwächst, sondern eher unterproportional.

Die maßgeblichen Zusammenhänge, die die Situation im Zustand II.7 bestimmen, sind im *Bild 5.33* dargestellt. Unterstellt man näherungsweise, dass alle in diesem Bild angegebenen geometrischen Größen immer etwa proportional zu d sind, führt dies zu dem Ergebnis, dass auch die Tragfähigkeit etwa proportional mit d ansteigt, was aber offensichtlich nicht der Fall ist. Möglicherweise lässt sich dieser Widerspruch damit erklären, dass in vielen Fällen die Tragfähigkeit im Zustand II.7 nicht größer ist als im Zustand II.6 und damit häufig die genannten Zusammenhänge bezüglich des Zustands II.6 maßgebend werden.

Versucht man, den empirischen Ansatz der Glg. (9.3) mit der hier für den Zustand II.1 vorgestellten Bestimmungsgleichung (5.124) zu vergleichen, steht man gleichfalls vor dem Problem, dass dort die statische Nutzhöhe d nicht explizit enthalten ist. Erst in der vereinfachten Gleichung (5.126) für den Rechteckquerschnitt erscheint die statische Nutzhöhe.

Allerdings ist dabei zu beachten, wie bereits im *Kapitel 5* beschrieben, dass auch bei der Bestimmung des Beiwerts k_t die statische Nutzhöhe eingeht, so dass auch hier ein direkter Vergleich wenig sinnvoll erscheint.

Um den Ansatz zur Querkraftbemessung in der DIN 1045-1 [0.1] [Glg. (9.2)] dennoch mit den hier entwickelten Bestimmungsgleichungen vergleichen zu können, werden im Folgenden Berechnungen für Rechteckbalken mit Gleichlast unter Vorgabe von verschiedenen Randbedingungen mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms durchgeführt. Dabei wird die statische Nutzhöhe variiert.

Zunächst wird die Tragfähigkeit im Zustand II.1 untersucht. Sicherheitsbeiwerte werden nicht angesetzt, das heißt, die Querkrafttragfähigkeit nach Glg. (9.2) wird entsprechend der DIN 1045-1 mit dem in dieser Gleichung implizierten Sicherheitsbeiwert multipliziert. Bauteile ohne Stegbewehrung werden bezüglich ihrer Stegtragwirkung im vorliegenden Rahmen als unbewehrt angesehen. Daher wird im Folgenden durchwegs $\gamma_c = 1,8$, was dem Sicherheitsbeiwert für unbewehrten Beton nach DIN 1045-1 entspricht, angesetzt, auch wenn in der Literatur, zum Beispiel von Zink in [4.1], der Teilsicherheitsbeiwert für diesen Fall mit $\gamma_c = 1,5$ angegeben wird. (Tatsächlich wäre es gerechtfertigt, für die Zustände II.1 bis II.5 $\gamma_c = 1,5$ zu setzen, da hier kein Versagen ohne Vorankündigung möglich ist; für die Zustände II.6 und II.7 müsste demnach aber γ_c mit 1,8 eingesetzt werden.) Die charakteristische Betonfestigkeit wird zu $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ angenommen, woraus sich eine mittlere Betonzugfestigkeit von $f_{ctm} = 2,9 \text{ MN/m}^2$ ergibt. Weiterhin wird vorgegeben:

$$d = n_d \cdot d_0 \quad (9.4)$$

mit $n_d =$ variabel von 1 bis 10

$$d_0 = 20 \text{ cm,}$$

$$\eta_1 = 1,0 \text{ (Normalbeton)}$$

und $b_w = 100 \text{ cm,}$

wobei der untersuchte Querschnitt bei den geringen Nutzhöhen zum Beispiel als Plattenstreifen und bei den größeren Höhen als Rechteckbalken angesehen werden kann.

Weiterhin wird, in Anlehnung an den nach DIN 1045-1 maximal zu berücksichtigenden Wert für ρ_ℓ , angesetzt:

$$A_s = \text{variabel} = 0,02 \cdot b_w \cdot d \quad (9.5).$$

Für die Tragfähigkeit eines Rechteckquerschnitts im Zustand II.1 gilt nach *Kapitel 5*, Glg. (5.126) vereinfacht:

$$V_{R,ct,w1} = \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot s_r \cdot \frac{1 - k_t^2}{\left(\frac{s_r}{d}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot (1 + k_t)^2} \cdot f_{ct,w} \quad (9.6).$$

Für die Bemessungsbetonzugfestigkeit $f_{ct,w}$ wird die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} angesetzt und für den Beiwert zur Risstiefenbestimmung k_t wird hier vereinfachend angenommen:

$$k_t = t_{r,t} / d = 0,6 \quad (9.7).$$

Dieser Wert gibt ungefähr die übliche Biegerisstiefe in Stahlbetonbalken wieder. Bei geringeren Biegerisstiefen, das heißt, kleineren Werten für k_t , wie sie zum Beispiel in Auflagenhöhe vorliegen, würde die Querkrafttragfähigkeit im Zustand II.1 nach Glg. (9.6) ansteigen. Auf eine genauere Untersuchung dieses Zusammenhangs mit entsprechenden Pa-

parameterstudien wird an dieser Stelle jedoch verzichtet, da hier lediglich die in dieser Forschungsarbeit hergeleiteten Bemessungsansätze mit denen der DIN 1045-1 [0.1] verglichen werden sollen.

Das Grundmaß des Rissabstandes wird analog Glg. (5.4) berechnet:

$$s_r^* = \frac{\alpha_{sr} \cdot d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \quad (9.8).$$

Dieser Rissabstand wird hier als Grundmaß bezeichnet, da bei der hier durchgeführten Berechnung das Auftreten von Primär- und Sekundärrissen, wie in *Abschnitt 4.8* erläutert, berücksichtigt werden soll. Da keine gesicherten Erkenntnisse über die Bildung solcher Risse vorliegen, wird vereinfachend angenommen, dass die Anzahl der Sekundärrisse, die in einem Abschnitt der Länge s_r^* auftreten, linear zunimmt von 0 bei einer Nutzhöhe von 20 cm bis hin zu 6 bei einer Nutzhöhe von 200 cm. Die hier getroffenen Annahmen beruhen auf einer Auswertung verschiedener Versuchsergebnisse aus der Literatur und der Extrapolation auf hohe Querschnitte, stellen aber keineswegs fundierte Erkenntnisse dar. Der für die Bemessung im Zustand II.1 maßgebende Rissabstand der Primärrisse kann damit folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$s_r = \left(\frac{2}{3} \cdot n_d + \frac{1}{3} \right) \cdot s_r^* = \left(\frac{2}{3} \cdot n_d + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{\alpha_{sr} \cdot d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \quad (9.9).$$

Für das Grundmaß wird der mittlere Rissabstand angenommen, das heißt:

$$\alpha_{sr} = 0,75.$$

Der effektive Bewehrungsgrad berechnet sich nach Glg. (5.6) zu:

$$\text{eff } \rho = \frac{A_s}{2,5 \cdot d_1 \cdot b_w} \quad (9.10)$$

Wie oben vorgegeben, wird der Bewehrungsquerschnitt A_s mit zunehmender statischer Nutzhöhe ebenfalls größer ($\rho_\ell = \text{konstant} = 0,02$). Um in der hier geführten Untersuchung möglichst realitätsnah zu bleiben, wird davon ausgegangen, dass auch der Schwerpunktsabstand der Bewehrung vom unteren Querschnittsrand d_1 zunimmt. Es wird unter Berücksichtigung der erforderlichen Betondeckung nach DIN 1045-1, der Stabdurchmesser und der Bewehrungsmenge bzw. der Anzahl der Bewehrungslagen vereinfachend angenommen:

- bei $n_d = 1$: $d_1 = 5,0$ cm
- bei $n_d = 10$: $d_1 = 15,0$ cm.

Bei Ansatz einer linearen Zunahme folgt dann:

$$d_1 = \frac{1}{9} \cdot (10 \cdot n_d + 35) \quad (9.11).$$

Im *Bild 9.11* sind die Ergebnisse nach Glg. (9.2) und Glg. (9.6) grafisch dargestellt, wobei die Ergebnisse nach Glg. (9.6) einmal unter der Annahme eines konstanten Stabdurchmessers

$$d_s = 16 \text{ mm}$$

und einmal unter der Annahme einer linearen Zunahme der Stabdurchmesser von 10 mm bei $n_d = 1$ auf 32 mm bei $n_d = 10$, das heißt,

$$d_s = \frac{1}{9} \cdot (22 \cdot n_d + 68) \quad (9.12),$$

abgebildet sind.

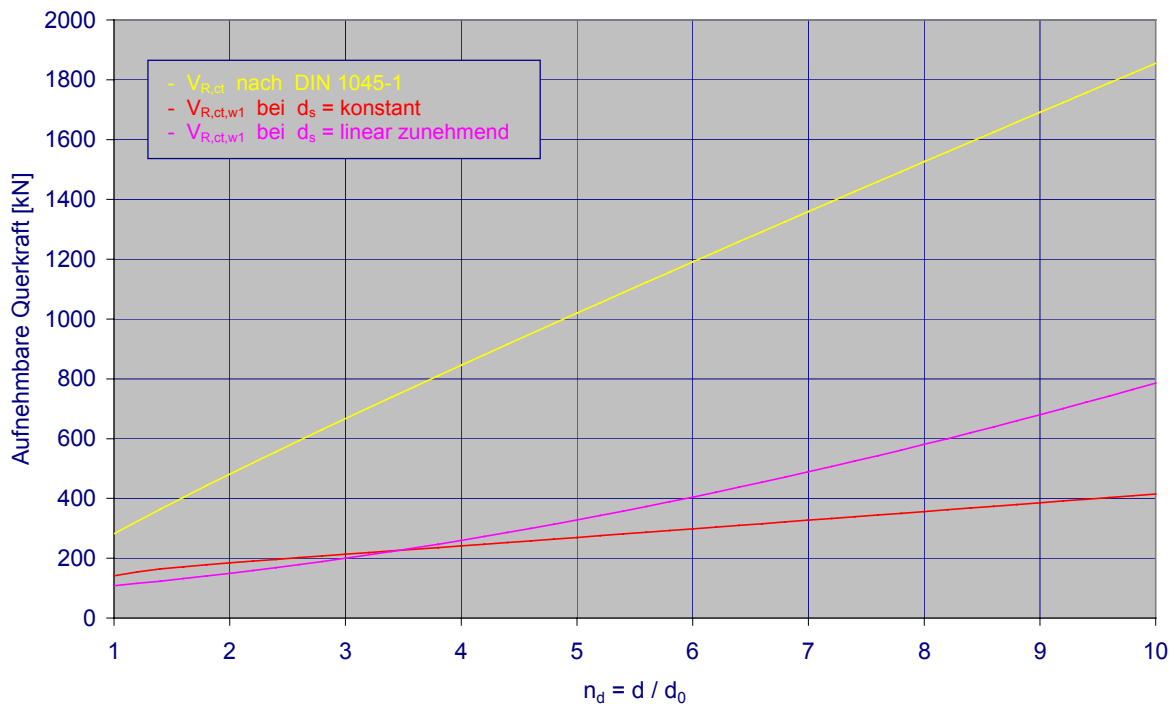


Bild 9.11: Vergleich der DIN 1045-1 mit der hier entwickelten Bestimmungsgleichung für den Zustand II.1 bei verschiedenen Ansätzen des Stabdurchmessers

Die Grafik zeigt, dass die Tragfähigkeit im Zustand II.1 deutlich von der Wahl des Bewehrungsdurchmessers und damit vom rechnerischen Rissabstand abhängt, was bereits im *Kapitel 5* ausführlich erläutert wurde. In die Bemessung nach DIN 1045-1 geht dieser Zusammenhang nicht ein, wobei zu beachten ist, dass in der Norm auch nur die Endtragfähigkeit, das heißt die Tragfähigkeit nach Durchlaufen aller Zwischenzustände bis hin zum Zustand II.7, berechnet wird. Weiterhin lässt sich aus *Bild 9.11* ablesen, dass die Tragfähigkeit im Zustand II.1 bei Ansatz eines linear zunehmenden Stabdurchmessers und einem k_t von 0,6 immer ca. 40 % der rechnerisch aufnehmbaren Querkraft nach DIN 1045-1 beträgt.

Da die Bemessung nach der DIN 1045-1 die Endtragfähigkeit erfasst, wird im Folgenden die bisher durchgeführte Berechnung auf die Zustände II.6 und II.7 erweitert. Hierzu sind jedoch weitere Vorgaben und Rechenannahmen erforderlich. Wie an den entsprechenden Stellen im *Kapitel 5* bereits angegeben, muss zur Berechnung der Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6 und II.7 die Geometrie des Stegrisses bekannt sein. Für die hier geführte Untersuchung für Einfeldträger mit Gleichlast werden die Näherungen nach *Abschnitt 5.6*, $s_{r,0} = d$, $l_{r,w} = 2 \cdot d$ und $x_{r,t,w} = 0,1 \cdot d$, verwendet. Die Näherung für die Stegrisslänge $l_{r,w} = 0,2 \cdot \ell$ wird hier nicht mehr berücksichtigt, da dieser Ansatz, gerade in Hinblick auf die Extrapolation auf sehr lange Träger, an dieser Stelle nicht sinnvoll erscheint. Es werden wiederum die aufnehmbaren Querkräfte im Abstand d vom Auflager berechnet, wobei die Auflagerbreite vernachlässigt wird. Für den Zustand II.6 ergibt sich für die aufnehmbare Querkraft nach Glg. (5.164) somit

$$V_{R,ct,w6,x=d} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 3} \cdot 1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ct,w} \quad (9.13).$$

Auch an dieser Stelle sei nochmals erwähnt, dass die Bemessung im Zustand II.6 nach dieser Gleichung auf der Vorgabe der Höhe der Wirkungszone der Bewehrung beruht. Wie im *Abschnitt 5.7* erläutert, wäre auch ein Ansatz über die Vorgabe der Biegerisstiefe im Zustand II.1 möglich, was hier jedoch nicht weiter untersucht wird.

Die aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7 berechnet sich nach Glg. (5.185) zu

$$V_{R,w7,x=d} = \frac{0,5 \cdot \frac{\ell}{d} - 1}{\frac{\ell}{d} - 3} \cdot 0,063 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{ck} \quad (9.14).$$

Wie ersichtlich ist, geht in diese Gleichung die Balkenlänge ℓ , oder genauer die Schlankheit ℓ/d , ein. In den *Bildern 9.12* und *9.13* sind deshalb jeweils die Ergebnisse für die Schlankheiten $\ell/d = 10$, $\ell/d = 20$ und $\ell/d = 30$ dargestellt. Die Querkrafttragfähigkeit nach DIN 1045-1 ist, wie bereits zuvor, mit dem Sicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,8$ multipliziert.

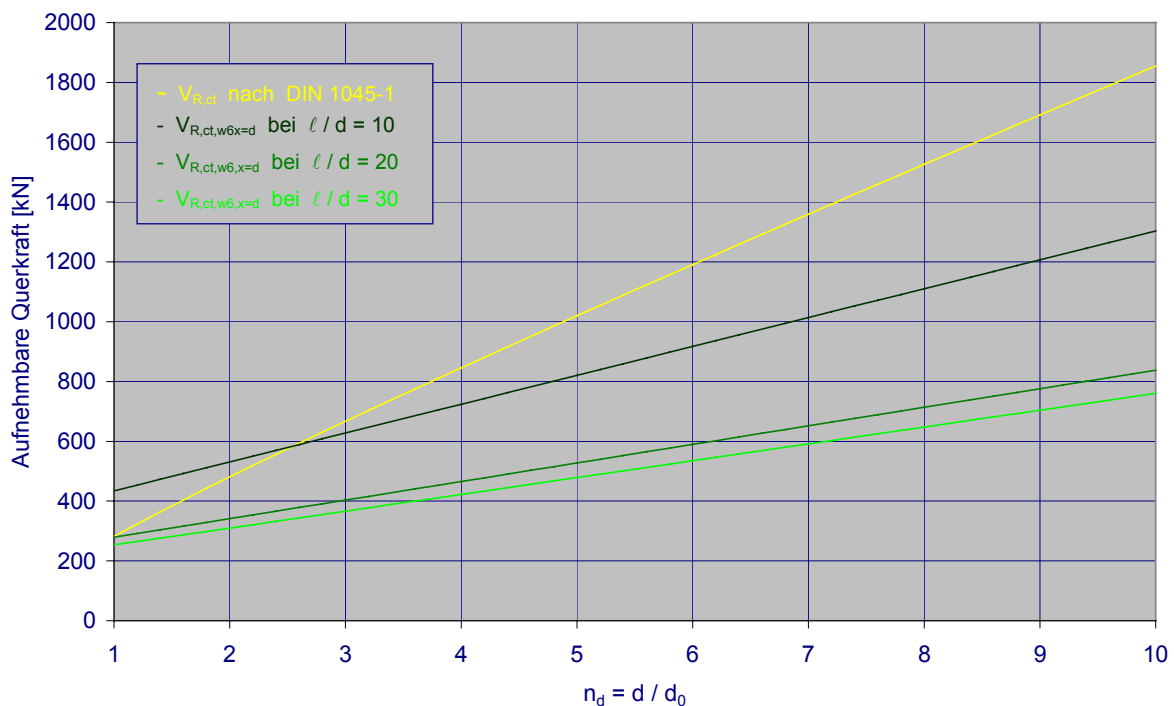


Bild 9.12: Vergleich der DIN 1045-1 mit der hier entwickelten Bestimmungsgleichung für den Zustand II.6 bei verschiedenen Schlankheiten ℓ/d

Wie das *Bild 9.12* zeigt, ist unter den getroffenen Annahmen die Tragfähigkeit im Zustand II.6 nach der hier entwickelten Bestimmungsgleichung für $\ell/d = 10$ bei den niedrigen Querschnitten größer als die nach DIN 1045-1 und auch größer als die im Zustand II.7. Dieses Ergebnis zeigte auch schon die Auswertung der von *Leonhardt* und *Walther* in [2.4] vorgestellten Versuchsbalken 11/1 ff im *Kapitel 5*. Bei höheren Querschnitten liegt die Tragfähigkeit im Zustand II.6 dann unter der nach der DIN 1045-1, aber, wie aus dem *Bild 9.13* hervorgeht, steigt dort die Tragfähigkeit im Zustand II.7 an und liegt über dem Wert nach der Norm.

Der im *Bild 9.13* dargestellte Vergleich der empirischen Bemessungsregel nach Glg. (9.2) gemäß der DIN 1045-1 mit den hier entwickelten Bestimmungsgleichungen für den Zu-

stand II.7 weist eine ausgezeichnete Übereinstimmung auf. Die neuartigen, auf den physikalischen Zusammenhängen aufgebauten Bemessungsmodelle harmonisieren demnach sehr gut mit den empirisch ermittelten Grenztragfähigkeiten.

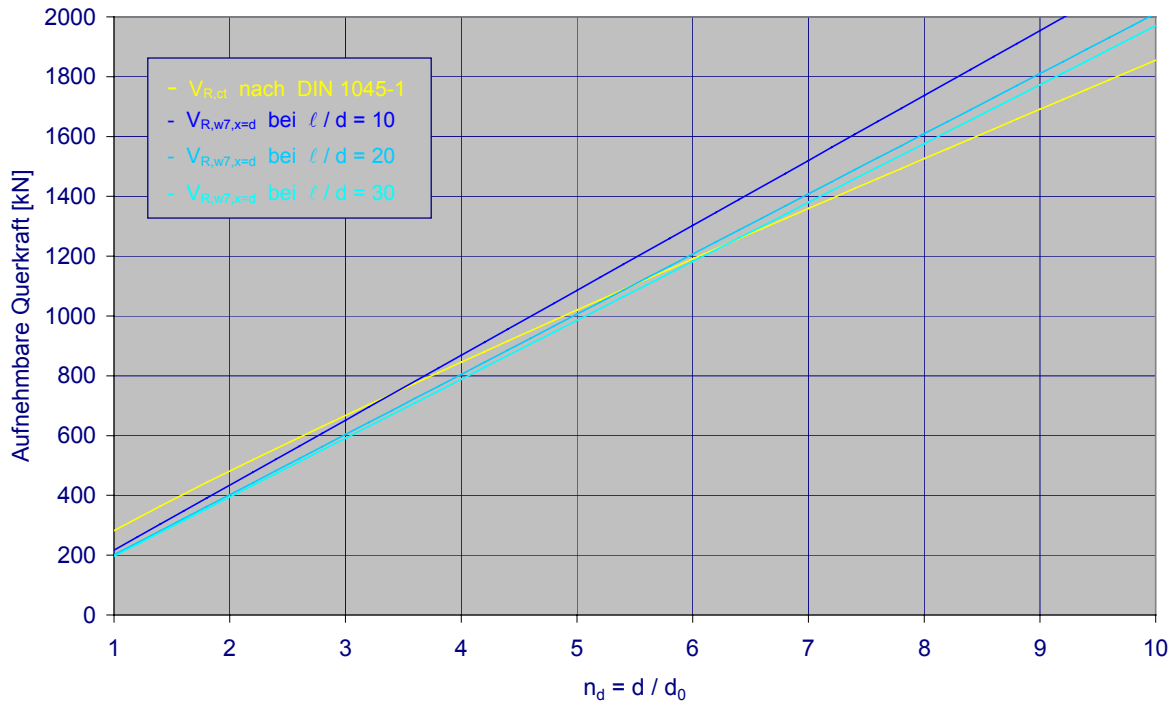


Bild 9.13: Vergleich der DIN 1045-1 mit der hier entwickelten Bestimmungsgleichung für den Zustand II.7 bei verschiedenen Schlankheiten l / d

Um das Verhältnis der Tragfähigkeiten in den einzelnen Zuständen nach den hier vorgestellten Tragmodellen noch besser zu verdeutlichen, sind in den *Bildern 9.14 bis 9.16* nochmals die Tragfähigkeit nach DIN 1045-1 im Vergleich zu den Tragfähigkeiten der Einzelzustände bei Vorgabe der Schlankheit dargestellt. Dabei ist für den Zustand II.1 nur noch die Linie bei Ansatz eines linear zunehmenden Stabdurchmessers von 10 mm bei $n_d = 1$ auf 32 mm bei $n_d = 10$ angegeben.

In den *Bildern 9.15 und 9.16* zeigt sich, dass bei größeren Schlankheiten die Tragfähigkeit nach DIN 1045-1 bis etwa $n_d = 6$ größer ist als die Tragfähigkeiten nach den hier entwickelten Modellen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass hier mit der Sicherheit $\gamma_c = 1,8$ gerechnet wurde. Bei Ansatz eines Teilsicherheitsbeiwerts von 1,5 würde, wie bereits erläutert, die Linie der Tragfähigkeit nach der Norm um 20 % „nach unten rutschen“, so dass der Unterschied zwischen der Norm und Zustand II.7 nicht mehr all zu groß wäre. Bei den höheren Querschnitten dagegen ist die Tragfähigkeit im Zustand II.7 zum Teil deutlich größer als diejenige nach der Norm. Diese Tendenz kann zum gegenwärtigen Zeitpunkt jedoch weder bestätigt noch widerlegt werden, da entsprechende Versuchsergebnisse fehlen. Die Möglichkeit, dass die tatsächliche Tragfähigkeit hoher Balken, das heißt die Tragfähigkeit von Balken mit einer statischen Nutzhöhe von mehr als 1,0 m, größer ist als nach DIN 1045-1 zulässig, ist aber durchaus denkbar, wenn man berücksichtigt, dass die Bemessungsgleichung der Norm empirisch aus Versuchsergebnissen abgeleitet ist, die überwiegend aus Versuchen an Querschnitten mit relativ kleinen Nutzhöhen gewonnen wurden. Um hierzu allerdings fundierte Aussagen machen zu können, ist weitere Forschungsarbeit mit Versuchsreihen an hohen Trägern erforderlich.

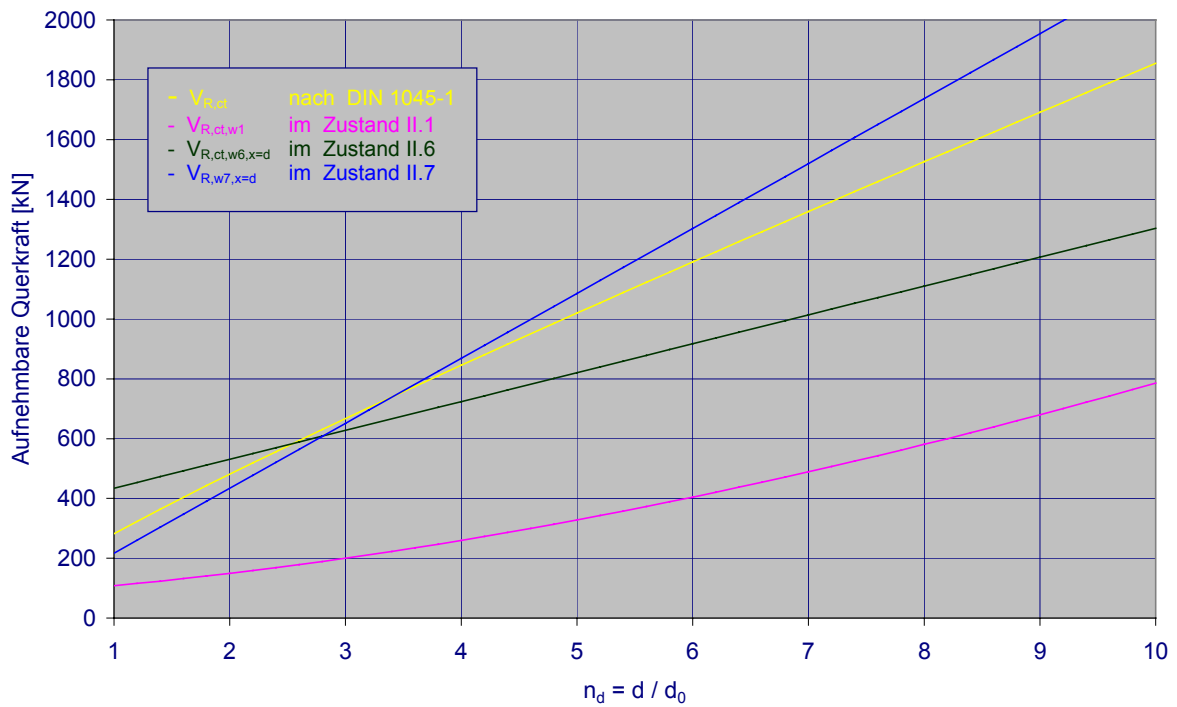


Bild 9.14: Vergleich der DIN 1045-1 mit den hier entwickelten Bestimmungsgleichungen bei einer Schlankheit $\ell / d = 10$

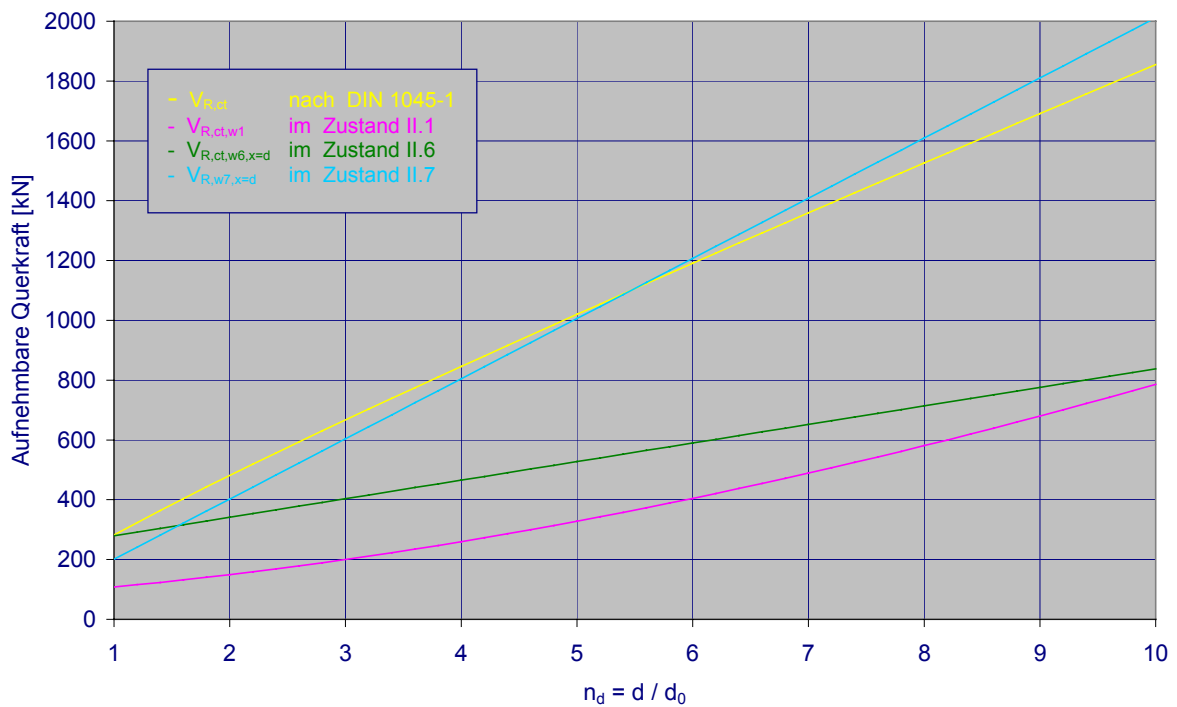


Bild 9.15: Vergleich der DIN 1045-1 mit den hier entwickelten Bestimmungsgleichungen bei einer Schlankheit $\ell / d = 20$

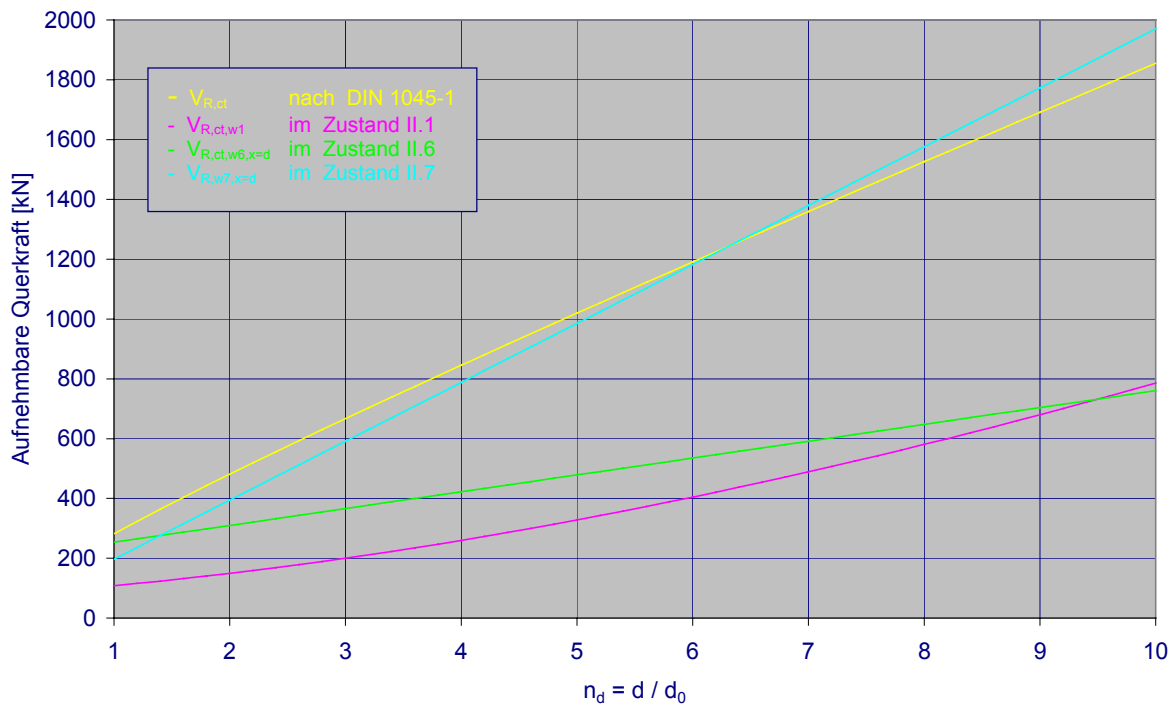


Bild 9.16: Vergleich der DIN 1045-1 mit den hier entwickelten Bestimmungsgleichungen bei einer Schlankheit $\ell / d = 30$

Auch wenn man berücksichtigt, dass für den durchgeführten Vergleich der hier vorgestellten neuartigen Tragmodelle mit den empirisch ermittelten Grenztragfähigkeiten bezüglich der Stabdurchmesser der Längsbewehrung und der Rissentwicklung in hohen Bauteilen - plausibel erscheinende - Annahmen getroffen werden mussten, zeigen die Ergebnisse des Vergleichs eine durchweg recht gute Übereinstimmung. Dies kann als sehr gute Bestätigung dafür gewertet werden, dass die neu entwickelten Ansätze die physikalischen Gegebenheiten zutreffend beschreiben, da die empirisch getroffenen Festlegungen der Norm als zuverlässig abgesichert zu bewerten sind.

10. ZUSAMMENFASSUNG

Der vorliegenden Analyse von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung wurde zunächst eine Betrachtung über die Bedeutung von Schubspannungen und der so genannten Querkrafttragfähigkeit voran gestellt. Es konnte gezeigt werden, dass Betrachtungen mit Hilfe von Schubspannungen zwar gut geeignet sind zur Formulierung von Gleichgewichtsbedingungen - allerdings ausschließlich in B-Bereichen! - jedoch nicht zur Beschreibung von Beanspruchungen - weder im Zustand I, noch im Zustand II. Dies gilt auch dann, wenn Schubspannungen nicht mehr explizit verwendet werden, sondern durch Multiplikation mit einem Querschnittswert ($b_w \cdot d$) als Kraftgröße erscheinen. Stegbeanspruchungen entstehen in Biegebereichen aus den Momentengradienten, die aus Gleichgewichtsgründen der Größe der Querkraft entsprechen. Diese Momentengradienten wirken in der Dimension [kNm/m]. Somit stellt die Querkraft keine Kraftgröße dar, die von einem Querschnitt aufgenommen werden muss. Es ist vielmehr die Aufgabe des Steges, ein Gleichgewicht herzustellen zwischen den in Folge des Momentengradienten veränderlichen Zug- und Druckgurten der Biegebereiche.

Allein schon die Tatsache, dass Schubspannungen im Rahmen der Biegetheorie abgeleitet wurden, verbietet eigentlich deren Anwendung für D-Bereiche. Darüber hinaus wurde begründet, dass eine klare Trennung von B- und D-Bereichen unbedingt erforderlich ist, da sie völlig unterschiedliche mechanische Wirkungsweisen beinhalten - dies sowohl im Zustand I als auch erst recht im Zustand II. Bei konsequenter Betrachtung sind die Voraussetzungen, unter denen Schubspannungen definiert wurden, im Zustand II ohnehin nicht mehr gegeben.

Eine wesentliche Feststellung in den durchgeführten Vorbetrachtungen zur Stegbeanspruchung in Biegebereichen ist darin zu sehen, dass Querkraftanteile auch hier nicht beliebig auf Druck- und Zuggurte verteilt werden dürfen; vielmehr ist die Querkraft in ihrer Eigenschaft als Momentengradient aus den oben bereits angesprochenen, unabdingbaren Gleichgewichtsgründen jeweils je zur Hälfte der Druckzone und der Zugzone zugeordnet.

Im Rahmen qualitativer Betrachtungen im Zustand I konnten mit Hilfe von FE-Berechnungen und mit Betrachtungen über das Minimum der Formänderungsarbeiten verschiedene neuartige Erkenntnisse gewonnen werden. So konnte eine differenzierte Aussage zum Kraftverlauf im Bereich von frei drehbaren Endauflagern gewonnen werden.

Die bereits häufig in der Literatur erwähnte Überlagerung der Biegebereiche mit anderen Tragsystemen wie Bögen mit Zugband bzw. Sprengwerken konnte erstmals mit analytischen Rechenmodellen quantitativ belegt werden. Die vorgestellten Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmungen mit Versuchsergebnissen. Sie bestätigen leider, dass die meisten dokumentierten Versuchsanordnungen so gewählt sind, dass die Wirkung von Sprengwerken überlagert ist, ohne dass dies bei den Auswertungen berücksichtigt wurde.

Darüber hinaus wurden für den Zustand I vor Allem mit Hilfe von FE-Berechnungen die wesentlichen Merkmale für die verschiedenen D-Bereiche heraus gearbeitet. So konnte beispielsweise gezeigt werden, dass bei innen direkt eingeleiteten Einzellasten, also auch bei Innenstützen, die Kraffteinleitung im Zustand I je etwa zur Hälfte ein Zuggewölbe einerseits und kräftige, unter 45° geneigte Druckstreben andererseits in Anspruch nimmt. Bei den End- und Innenauflagern wurde bei den Betrachtungen auch unterschieden zwischen direkter und indirekter Lagerung.

Aufbauend auf die Untersuchungen im Zustand I wurden umfangreiche Analysen von Rissbildern durchgeführt. Erstmals konnte gezeigt werden, welche physikalischen Zusammenhänge die einzelnen Stufen der Rissbildung in den Stegen bestimmen. Auf dieser Grundlage

kann die Entwicklung der kritischen Stegrisse für alle Bereiche von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung in sieben Stufen unterteilt werden. Dieser Zusammenhang wurde zunächst für Tragwerksbereiche aufgezeigt, deren Beanspruchung im Zustand I mit der Biegetheorie zutreffend beschrieben wird. In der Folge wurden auch für alle im Versuchswesen und in der Praxis bedeutsamen D-Bereiche gleichfalls für alle Stufen der Rissbildung die jeweils zugehörigen physikalischen Hintergründe aufgezeigt.

Verschiedene Stufen der Rissentwicklung hängen sehr stark ab von den Abständen und Tiefen der Biege- oder Kräfteinleitungsrisse. Von daher kann es vorkommen, dass einzelne der hier allgemein definierten Stufen der Stegrissbildung übersprungen werden oder aber auch, dass Zwischenstufen entstehen können.

Durch die Zuordnung der Rissbildung zu den jeweils zugehörigen physikalischen Hintergründen ist es erstmalig möglich, die bislang ausschließlich empirisch festgelegten Bemessungsmodelle zu ersetzen durch solche, die auf mechanischen Zusammenhängen aufbauen. Die vorliegende Analyse bietet daher auch bereits für die verschiedenen Rissstadien in Biege- und D-Bereichen jeweils erste, mechanisch begründete Bemessungsmodelle an.

Da die mechanischen Zusammenhänge in verschiedenen Rissstufen stark von der Rissbildung bestimmt werden, sind die Rissabstände und die Risstiefen maßgebliche Eingangsgrößen dieser Modelle. Für die Bestimmung der Rissabstände bietet die DIN 1045-1 [0.1] im Zusammenhang mit der Berechnung der Rissbreiten ein Rechenmodell an, das in der vorliegenden Analyse verwendet wurde. Für die Bestimmung der Risstiefen stehen bislang keine Rechenmodelle zur Verfügung. Daher wurde als Grundlage für die vorgestellten Bemessungsmodelle neben einer einfachen Näherung auch ein Weg aufgezeigt, wie die für die Stegtragfähigkeit bedeutsamen Risstiefen in Folge Biegung (im vorliegenden Teil der Stahlbetonanalyse noch ohne Normalkräfte) für Rechteckquerschnitte und alle Varianten aufgelöster, rechtwinklig begrenzter Querschnitte bestimmt werden können.

Es wurden unterschiedliche Ansätze entwickelt für die Tragfähigkeit einerseits in Biegebereichen, die gekennzeichnet sind durch gleichmäßig verteilte Belastung und andererseits auch für die an verschiedenen Stellen einwirkenden Einzellasten. Weiterhin wurden ein- und mehrfeldrige Systeme betrachtet. Für indirekte Lagerungen und Lasteinleitungen sowie für Momentennullpunkte konnten sehr einfache (zufällig gleichartige) Beziehungen entwickelt werden, die zeigen, dass diese Bereiche in Tragwerken ohne Stegbewehrung für das Tragverhalten nicht maßgebend sind.

Stegrisse können sich bei Querschnitten mit kräftigem Zuggurt - gekennzeichnet durch hohe Bewehrungsgrade der effektiven Zugzone (ohne oder auch mit Zugflansch) - in Bereichen mit kleinen Biegemomenten, wie z. B. nahe bei Endauflagern, auch ohne Biegerisse einstellen. In diesen Fällen ist die Stegrissentwicklung unabhängig von der Biegebeanspruchung und somit auch unabhängig von den daraus resultierenden Rissabständen und Risstiefen. In allen anderen Fällen werden die Anfangsstadien der Stegrissentwicklung sehr stark durch die Rissabstände und Risstiefen der Biegezugzone bestimmt.

Die weitere Entwicklung ist dadurch gekennzeichnet, dass sich nach dem schrittweisen Versagen des Steges immer wieder neue Druckstreben (mit zugehörigen Zugstreben) ausbilden, die zunehmend flacher geneigt sind. Das endgültige Versagen wird übereinstimmend bei allen Systemen (B- und D-Bereiche) bestimmt entweder durch das schrittweise Abreißen des Zuggurtes vom Steg (Zustand II.6) oder aber durch den Bruch der in ihrer Höhe reduzierten Biegedruckzone, wenn sich als letzte Möglichkeit eine flach geneigte Stegdruckstrebe zum nächst gelegenen Auflager - Zustand II.7 - ausgebildet hat.

Ein besonders interessanter Aspekt des Zustandes II.6 kann darin gesehen werden, dass wohl auch in dieser Phase noch einmal die durch Biegung verursachte Risstiefe eine wesentliche Rolle spielt: Die durchgeführte Auswertung ergab, dass der mehr oder weniger stark ausgeprägte Knick im Verlauf des kritischen Stegrisses beim Übergang vom Zustand

II.1 in den Zustand II.2 häufig die Stelle markiert, an der die Rissbildung im Zustand II.6 ansetzt. Auch zu diesem Punkt sind sicher noch weitere Untersuchungen erforderlich. Einen weiteren interessanten, neuartigen Aspekt bietet auch die Feststellung, dass der erste, durch Biegung entstandene Rissabschnitt im Zustand II.6 offensichtlich von der geneigten Druckstrebe überdrückt wird und dabei Rissverzahnungskräfte aktiviert werden.

Die Tragfähigkeit des vorletzten Zustandes (II.6) hängt dennoch in erster Linie von der Zugfestigkeit des Betons ab, wobei der bislang noch kaum untersuchte, komplexe Spannungszustand des Zuggurts im Bereich des kritischen Stegrisses mit seinen kräftigen Querdrukspannungen die maßgebliche Rolle spielt. Die letzte Tragfähigkeitsstufe (II.7) ist dagegen von der Druckfestigkeit des Betons abhängig, wobei diese letzte Stufe nicht immer höhere Lasten bewältigt als die vorletzte.

Obwohl diese Abläufe zwar für alle Systeme physikalisch gleichartig sind, führen sie in den B-Bereichen und in den verschiedenen D-Bereichen dennoch zu unterschiedlichen Tragfähigkeiten. Die kritischen Stegrisse entwickeln sich in Biegebereichen aus Stegzugstreben, deren Größe von der halben Querkraft bestimmt wird. Im Zusammenhang mit Einzellasten bzw. bei Innenstützen wird die entsprechende Stegzugstrebe dagegen im ungünstigsten Fall von der gesamten Querkraft bestimmt. Besteht jedoch eine - bislang nicht berücksichtigte - Wechselwirkung zwischen einer Einzellast und einem Auflager (bei mittlerem Abstand), dann beeinflussen nur etwa 75 % der Querkraft die Größe der maßgebenden Stegzugstrebe. Dieser Unterschied ist im Übrigen der Grund dafür, weshalb bei Versuchen mit Einzellasten nie kritische Stegrisse in der Nähe von Endauflagern, also beim Maximalwert der Querkraft, zu beobachten sind (so lange die Lasten nicht hinreichend nahe an den Auflagern angreifen).

Bei nahe an den Auflagern angreifenden Einzellasten stellen sich völlig andere Trag- und Versagensmechanismen ein als in den anderen Fällen. Je nach Lastabstand vom Auflager gibt es hier zwei völlig unterschiedliche Versagensarten: Bei kleinen Lastabständen versagt die geneigte Druckstrebe des Sprengwerks, bei etwas größeren Abständen bricht der durch Krafteinleitungsrisse eingeschnürte Druckgurt des Sprengwerks. Wie in überraschend vielen Fällen stützt sich auch diese Erkenntnis nur auf einzelne, zu wenige Versuche, so dass sie noch keines Falls ausreichend abgesicherte Bemessungsregeln erlaubt.

Im Zustand II.6 ist immer die Querkraft am Ende des kritischen Stegrisses (ggf. abzüglich eines Anteils einer überlagerten Sprengwerksdruckstrebe) maßgebend für die entstehende Stegzugstrebe. Im Zustand II.7 ist dagegen nicht mehr die Querkraft, sondern das an dieser Stelle wirkende Biegemoment die für das Versagen maßgebliche Größe. Dieses Biegemoment kann zwar für Biegebereiche in der Nähe von Endauflagern auch durch die zugehörige Querkraft ausgedrückt werden. Im Falle der D-Bereiche ist dies jedoch nicht mehr allgemein möglich; hier versagt der Querschnitt auf Grund des Biegemoments, das am Ende des kritischen Stegrisses wirkt.

Da die vorliegende Analyse und damit auch die darauf aufbauenden Bemessungsmodelle ausschließlich auf bereits dokumentierten Versuchsergebnissen beruhen, erscheint es unabdingbar, die Fülle von neuartigen Erkenntnissen und Ansätzen durch weitere Versuche zu ergänzen und abzusichern. Häufig sind die nach der vorliegenden Analyse maßgebenden Messgrößen gar nicht erfasst, weil ihre Bedeutung noch nicht bekannt war. Darüber hinaus wurde im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen auch immer wieder festgestellt, dass maßgebliche Beanspruchungen der Stahlbetonkonstruktionen bislang noch gar nicht oder durch zu wenig Versuche abgebildet wurden. Teilweise liegt dies darin begründet, dass in den Versuchen häufig die Wirkung von Sprengwerken überlagert war, ohne dass dies bei den Auswertungen berücksichtigt wurde. Ebenso wurden die Unterschiede der Biegebereiche und Störbereiche bezüglich des Stegtragverhaltens bislang nur teilweise erfasst.

So erscheinen nach der vorliegenden Analyse beispielsweise folgende Punkte über Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung noch nicht hinreichend durch Versuchsergebnisse abgesichert:

- Durchlaufträger unter Gleichlasten
- Tragverhalten des Zuggurts im Zustand II.6
- Tragverhalten des Druckgurts im Zustand II.7
- Tragverhalten bei innen angreifenden Einzellasten (ohne Wechselwirkung mit Auflagern)
- Bedingungen für Sekundär- und Sammelrisse
- Geometrie der Stegrisse in B-Bereichen
- Geometrie der Stegrisse bei verschiedenen Bauhöhen
- Indirekte Endauflager ohne Stegbewehrung
- Indirekt eingeleitete Einzellasten ohne Stegbewehrung
- Lastverteilende Wirkung von Gurtplatten
- Einzellasten sehr nahe an Endauflagern
- Einzellasten sehr nahe an Innenstützen
- Einzellasten nahe an Momentennullpunkten
- Hohe Tragwerke ($\geq 1,0$ m) ohne Stegbewehrung.

Der Vergleich der vorliegenden Betrachtungen mit anderen Forschungsarbeiten zeigt, dass hier erstmalig eine ganze Reihe von Erkenntnissen mit physikalischen Grundlagen belegt werden konnte, die bislang nur empirisch festgestellt wurden. Als interessantes Ergebnis kann gewertet werden, dass die durchgeführte Analyse der Rissbilder auch zu Rückschlüssen auf die Wirkung der Kornverzahnung in Rissen geführt hat. Die hier festgestellte Wirkungsweise der Korn- bzw. Rissverzahnung steht allerdings kaum im Einklang mit bislang in der Fachliteratur dargelegten Vorstellungen über Ursache und Wirkung der Rissverzahnung.

Wie weiterhin gezeigt wurde, kann die vorliegende Stahlbetonanalyse trotz der Fülle an neuartigen Erkenntnissen auch als Weiterentwicklung der seit Jahrzehnten in unterschiedlichen Varianten betrachteten Zahnmodelle gewertet werden.

Der Vergleich der vorliegenden Ergebnisse mit den empirischen Bemessungsregeln lässt auf den ersten Blick hinsichtlich einzelner Komponenten keine besonders deutliche Übereinstimmung erkennen. Dies ist aber nicht weiter verwunderlich bei der Gegenüberstellung von empirischen Festlegungen mit physikalisch begründeten Modellen und muss nicht zwingend als Widerspruch gewertet werden, wie u. a. am Beispiel des Einflusses der Längsbewehrung gezeigt wurde: In der entsprechenden Bemessungsregel der DIN 1045-1 [0.1] zur Querkrafttragfähigkeit erscheint der Einfluss der Längsbewehrung in Form des Längsbewehrungsgrades unter der dritten Wurzel. Bei den vorliegenden Ansätzen zeigt sich der Einfluss der Längsbewehrung zunächst in den niedrigen Laststufen nicht so direkt, sondern eher indirekt in Form der maßgeblichen Rissabstände und Risstiefen. In der Nähe der Bruchlast (Zustand II.6) wird dagegen die Längsbewehrung mit dem umgebenden, unter hohen Querdruckspannungen stehenden Beton als biegesteifer Verbundquerschnitt aktiviert. Die vorliegenden Betrachtungen gehen also differenzierter auf die Wirkung der Längsbewehrung ein als die bestehenden empirischen Ansätze.

Vergleicht man jedoch nicht die einzelnen Komponenten, sondern die Ergebnisse der unterschiedlichen Ansätze, so kann man feststellen, dass der Vergleich der Ergebnisse der neu auf der Grundlage physikalischer Zusammenhänge entwickelten Bemessungsmodelle mit den empirisch festgelegten Bemessungswerten eine sehr gute Übereinstimmung ausweist.

Die Neuartigkeit der vorliegenden Erkenntnisse kann besonders gut veranschaulicht werden an Hand der im *Bild 10.1* wieder gegebenen Rissbilder von Versuchsbalken.

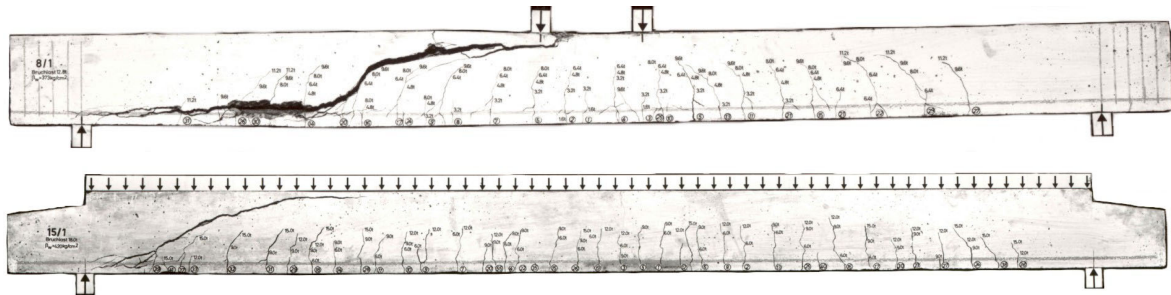


Bild 10.1: Versuchsbalken 8/1 und 15/1 aus [2.4]

Bislang wies die Fachliteratur keine Ansätze auf, mit denen begründet werden konnte, warum beim oberen der beiden Balken der kritische Stegriss etwa in halber Länge zwischen Krafteinleitung und Auflager auftritt, während er beim unteren Balken relativ nahe am Auflager ansetzt, obwohl - in Folge des Eigengewichts - bei beiden die größte Querkraft unmittelbar neben dem Auflager vorhanden ist und weshalb die beiden kritische Stegrisse deutlich unterschiedliche Formen aufweisen. Trotz der offenkundig unterschiedlichen mechanischen Hintergründe der Rissbildung gelten bislang in beiden Fällen die identischen, empirischen Bemessungsregeln.

Die vorliegende Analyse gibt nicht nur die Begründung für den unterschiedlichen Ansatzpunkt der Stegrisse und für deren Verlauf, sondern bietet auch physikalisch begründete Bemessungsregeln an, die für die beiden unterschiedlichen Beanspruchungen auch unterschiedlich hohe Tragfähigkeiten ausweisen.

Erstmals nach rund 120 Jahren Eisen- und Stahlbetonforschung ist es mit der vorliegenden Arbeit gelungen, alle einzelnen Stufen der Rissentwicklung in den unbewehrten Stegen für die verschiedenen Bereiche physikalisch zu begründen und darauf aufbauend Bemessungsmodelle zu entwickeln, die auf physikalischen Grundlagen beruhen. Ihre Ergebnisse stimmen mit den empirisch ermittelten Grenztragfähigkeiten sehr gut überein.

B E Z E I C H N U N G E N

Große lateinische Buchstaben

A	Fläche; Auflagerkraft; Koeffizient
B	B-Bereich (Biegebereich); Koeffizient
C	Druckkraft; Koeffizient
D	D-Bereich (Diskontinuitäts-, Störbereich)
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft; Einzellast
I	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment)
M	Moment
N	Normalkraft
P	Auflast (aus Literatur)
R	Resultierende
S	Flächenmoment 1. Grades (statisches Moment)
T	Zugkraft
U	Umlenkkraft
V	Querkraft
W	Arbeit; Formänderungsarbeit; Widerstandsmoment

Große lateinische Buchstaben mit Ergänzungssymbolen

A*	Faktor zur Berechnung der Risstiefe
B*	Faktor zur Berechnung der Risstiefe
C*	Faktor zur Berechnung der Risstiefe
ΔM	Momentenzuwachs
\overline{W}	vereinfachter Vergleichswert der Formänderungsarbeit unter Vernachlässigung der konstanten Terme

Kleine lateinische Buchstaben

a	Abstand; Auflagerlänge; Lastlänge
b	Breite
c	Betondeckung
d	statische Nutzhöhe
f	Festigkeit
g	ständige Einwirkung (Gleichlast)
h	Höhe; Bauteildicke
k	Faktor (Korrekturfaktor); Beiwert
l	Länge; Stützweite
m	Verhältnis des Lastabstands einer Einzellast von einem Endauflager zum Hebelarm der inneren Kräfte (a / z); Faktor
n	Verhältnis der Stützweite zum Hebelarm der inneren Kräfte (l / z); Stabanzahl; Faktor
q	Auflast allgemein; veränderliche Einwirkung (Gleichlast)
r	Radius
s	Abstand; Weg (Laufordinate)
t	Tiefe
u	Umlenkkräfte
w	Rissbreite
x	Höhe der Druckzone; Ordinate
z	Hebelarm der inneren Kräfte; Koordinate

Kleine lateinische Buchstaben mit Ergänzungssymbolen

Δl	Längenzuwachs
Δx	Ordinatenzuwachs
(g + q)	einwirkende Gleichlast

Kleine griechische Buchstaben

α	Neigungswinkel der Biegezugkraft nahe des Endauflagers; Lastausbreitungswinkel bei Einleitung einer Einzellast; Verhältnisbeiwert; Neigungswinkel der Stegzug- bzw. -druckstrebestrebe; Faktor, Beiwert
β	Verhältnis des über Biegung abgetragenen Anteils der Gesamtlast zur Gesamtlast; Verhältnisbeiwert
ε	Dehnung
γ	Teilsicherheitsbeiwert
η	Verhältnis des über Zuggewölbe eingeleiteten Anteils einer Einzellast zu dieser Einzellast; Beiwert
φ	Richtung der Hauptzugspannung gegenüber der x-Achse
κ	Beiwert zur Erfassung der statischen Nutzhöhe nach [0.1]
μ	Reibbeiwert; Querdehnzahl des Betons
θ	Druckstrebenwinkel
ρ	Bewehrungsgrad
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
ξ	Verhältnis der mittleren Verbundfestigkeit von Spannstahl zu der von Betonstahl

Indices

0	Momentennullpunkte
B	Biegung
C	Druckstrebe
D	D-Bereich
E	Einwirkung; Einzellast
Ed	Bemessungswert einer Einwirkung
End	Endauflager
F	Kraft
Feld	im Feldbereich
L	Auflager
P	Spannstahl
R	Systemwiderstand; der Resultierenden
Rd	Bemessungswiderstand
S	Subsystem
Spalt	Spaltzugkraft
Stütz	im Bereich einer Innenstütze
T	Zugstrebe
a	äußerer
b	Bogenrichtung bei Bogentragwirkung mit Zugband
c	Beton; Druck
d	Bemessungswert
e	Endauflagerbereich
e1	Einzellasten in der Nähe von Endauflagern ($a / d \leq 2$)
e-i	Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern ($2 < a / d \leq 6$)
eff	effektiv (wirksam)
eins	einseitig
exc	exzentrisch
f	Flansch (Gurt)
h	horizontal
hyp	hypothetisch
i	ideell; innerer; innen angreifende Einzellast
i1	Einzellasten in der Nähe von Innenauflagern ($a / d \leq 2$)
i-0	Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten

ind	indirekt
k	charakteristisch; Kragarm
l	links
ℓ	längs
m	Mittelwert
max	maximaler Wert
min	minimaler Wert
o	oben
r	Riss; resultierend; rechts
s	Betonstahl; Sprengwerk
sr	Rissabstand
t	Zug
u	Grenzwert (Bruchwert); unten
v	vertikal
w	Steg
w1	Zustand II.1
w2	Zustand II.2
w3	Zustand II.3
w4	Zustand II.4
w5	Zustand II.5
w6	Zustand II.6
w7	Zustand II.7
x	Abszisse
y	Fließ-, Streckgrenze

Große lateinische Buchstaben mit Indices

A_c	Fläche des Betonquerschnitts
$A_{c,eff}$	effektive Betonfläche, Wirkungszone der Bewehrung
$A_{c,w7,i-0}$	Betondruckstrebenfläche im Zustand II.7 _{i-0}
A_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Auflagerkraft
A_p	Querschnittsfläche der Spannstahlbewehrung
A_s	Querschnittsfläche des Betonstahls
A_{so}	Querschnittsfläche der oberen Bewehrung
A_{su}	Querschnittsfläche der unteren Bewehrung
A_{Steg}	Wirkungsfläche der Stegdruck- bzw. -zugstreben
C_B	Biegedruckkraft
ΔC_B	Zuwachs der Biegedruckkraft
ΔC_B^*	verifizierter Zuwachs der Biegedruckkraft
$\Delta C_{B,exc}$	Zuwachs der Biegedruckkraft aus einem Versatzmoment
C_{Bogen}	Bogendruckkraft bei Bogentragwirkung mit Zugband
$C_{B,Feld}$	Biegedruckkraft in Feldmitte beim Einfeldträger
C_e	schräge Druckstrebe zum Endauflager
$C_{Ed,w7}$	Bemessungswert der einwirkenden Stegdruckstrebe im Zustand II.7
$C_{Ed,B,w7}$	Bemessungswert der einwirkenden Biegedruckkraft an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7
C_F	Flanschdruckkraft
$C_{min,Bogen}$	Bogendruckkraft am Scheitelpunkt bei Bogentragwirkung mit Zugband
$C_{Rd,w7,i-0}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Stegdruckstrebe im Zustand II.7 _{i-0}
C_s	Sprengrwerksdruckstrebe von einer Einzellast zum Endauflager
C_v	vertikale Druckkraft am Endauflager; vertikaler Anteil der Bogendruckkraft bei Bogentragwirkung mit Zugband
C_w	Druckkraft im Steg, Stegdruckstrebe
C_w^*	Druckkraft im Steg pro Meter (Hier wurde auf Grund der besseren Lesbarkeit im Ausdruck bewusst der * anstatt dem üblicher Weise verwendeten ` gewählt.)
C_{w1}	Stegdruckstrebe im Zustand II.1
C_{w2}	Stegdruckstrebe im Zustand II.2
C_{w3}	Stegdruckstrebe im Zustand II.3
C_{w4}	Stegdruckstrebe im Zustand II.4
C_{w5}	Stegdruckstrebe im Zustand II.5
C_{w6}	Stegdruckstrebe im Zustand II.6
$C_{w6,i}$	Stegdruckstrebe im Zustand II.6 _i
C_{w7}	Stegdruckstrebe im Zustand II.7
$C_{w,End,h}$	horizontaler Anteil der Stegdruckstrebe zum Endauflager
$C_{w,h}$	horizontaler Anteil der Stegdruckstrebe
$C_{w,hyp}$	hypothetisch angenommene Stegdruckstrebe

$C_{w,ind}$	Stegdruckstrebe aus einer indirekt eingeleiteten Einzellast
$C_{w,Stütz}$	Stegdruckstrebe zum Innenaufleger
$C_{w,Stütz,h}$	horizontaler Anteil der Stegdruckstrebe zum Innenaufleger
$C_{w,v}$	vertikaler Anteil der Stegdruckstrebe
E_c	Elastizitätsmodul des Betons
E_{cm}	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
E_s	Elastizitätsmodul des Betonstahls
\bar{E}_t	Elastizitätsmodul der Bewehrung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons (tension stiffening)
$F_{Biegung}$	Anteil der über Biegung abgetragenen Auflast
F_{Gesamt}	Summe der Auflasten
F_u	Bruchkraft
M_{Eds}	Bemessungswert des einwirkenden Moments bezogen auf die Bewehrungslage
$M_{Ed,w7}$	Bemessungswert des einwirkenden Biegemoments an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7
$M_{Ed,x}$	Bemessungswert des einwirkenden Biegemoments an der Stelle x
ΔM_{exc}	Zuwachs des Versatzmoments
$M_{Rd,w7}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7
$M_{Rd,w7,i}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7 _i
$M_{Rd,w7,e-i}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7 _{e-i}
N_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft
P_u	Bruchlast (aus Literatur)
P_F	Einzellast im Feld (aus Literatur)
P_K	Einzellast auf Kragarm (aus Literatur)
$P_{F,U}$	Bruchlast im Feld (aus Literatur)
$P_{K,U}$	Bruchlast auf Kragarm (aus Literatur)
T_B	Biegezugkraft
ΔT_B	Zuwachs der Biegezugkraft
ΔT_B^*	verifizierter Zuwachs der Biegezugkraft
$\Delta T_{B,exc}$	Zuwachs der Biegezugkraft aus einem Versatzmoment
T_{Bogen}	Zugbandkraft bei Bogentragwirkung mit Zugband
$T_{B,Feld}$	Biegezugkraft in Feldmitte beim Einfeldträger
T_c	Betonzugkraft
ΔT_c	Zuwachs der Betonzugkraft
ΔT_c^*	verifizierter Zuwachs der Betonzugkraft
T_e	Zugkraft aus einer schrägen Druckstrebe zum Endauflager
T_F	Flanschzugkraft
T_{Fo}	Flanschzugkraft oben

T_{Fu}	Flanschzugkraft unten
$T_{Rd,Fo,i-0}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Zugkraft durch die obere Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
T_s	Zugstrebe aus einer Sprengwerksdruckstrebe von einer Einzellast zum Endauflager; Stahlzugkraft
T_w	Zugkraft im Steg, Stegzugstrebe
T_w^*	Zugkraft im Steg pro Meter (Hier wurde auf Grund der besseren Lesbarkeit im Ausdruck bewusst der * anstatt dem üblicher Weise verwendeten σ gewählt.)
T_{w1}	Stegzugstrebe im Zustand II.1
T_{w2}	Stegzugstrebe im Zustand II.2
T_{w3}	Stegzugstrebe im Zustand II.3
T_{w4}	Stegzugstrebe im Zustand II.4
T_{w5}	Stegzugstrebe im Zustand II.5
T_{w6}	Stegzugstrebe im Zustand II.6
$T_{w6,i}$	Stegzugstrebe im Zustand II.6 _i
$T_{w,h}$	horizontaler Anteil der Stegzugstrebe
$T_{w1,h}$	horizontaler Anteil der Stegzugstrebe im Zustand II.1
$T_{w,ind}$	Stegzugstrebe aus einer indirekt eingeleiteten Einzellast
$T_{w,v}$	vertikaler Anteil der Stegzugstrebe
$T_{w1,v}$	vertikaler Anteil der Stegzugstrebe im Zustand II.1
V_E	einwirkenden Querkraft
V_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
$V_{Ed,w6}$	Bemessungswert der einwirkenden Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6
$V_{Ed,w6,i}$	Bemessungswert der einwirkenden Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6 _i
$V_{Ed,w7}$	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7
$V_{Einzellast}$	Querkraft aus einer Einzellast
$V_{Gleichlast}$	Querkraft aus Gleichlast
V_l	Querkraft links einer Lasteinleitungsstelle
V_r	Querkraft rechts einer Lasteinleitungsstelle
$V_{R,Asu,w7,i-0,Stütz}$	aufnehmbare Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der oberen Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{R,Asu,w7,i-0,Stütz}$	aufnehmbare Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der unteren Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{R,co,w7,i-0,Stütz}$	aufnehmbare Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe im Bereich der oberen Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{R,ct}$	ohne Querkraftbewehrung aufnehmbare Querkraft nach [0.1]
$V_{R,ct,e1}$	auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbare Querkraft bei Angriff einer Einzellast im D_{e1} -Bereich

$V_{R,ct,w,e-i}$	auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbare Querkraft im Zustand II.1D _{e-i}
$V_{R,ct,w1}$	auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbare Querkraft im Zustand II.1
$V_{R,ct,w6,e-i}$	auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6 _{e-i}
$V_{R,ct,w6,i-0,Stütz}$	auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbare Querkraft im Zustand II.6 _{e-i} an einer Innenstütze
$V_{R,ct,w6,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogene, auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbare Querkraft im Zustand II.6
$V_{R,ct,w7,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogene, auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7
$V_{R,cu,w7,i-0,Stütz}$	aufnehmbare Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe im Bereich der unteren Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{R,w7,e-i}$	aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7 _{e-i}
$V_{R,w7,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogene aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7
$V_{Rd,Aso,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der oberen Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,Asu,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der unteren Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,c,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,co,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe im Bereich der oberen Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,ct}$	Bemessungswert der ohne Querkraftbewehrung aufnehmbaren Querkraft
$V_{Rd,ct,0}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbaren Querkraft im Bereich von Momentennullpunkten
$V_{Rd,ct,e1}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbaren Querkraft bei Angriff einer Einzellast im D _{e1} -Bereich
$V_{Rd,ct,e1,eins.}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbaren Querkraft bei Angriff einer Einzellast im D _{e1} -Bereich und nur einseitig möglicher Lastausbreitung
$V_{Rd,ct,ind,e}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons im Zustand I aufnehmbaren Querkraft an einem indirekten Auflager
$V_{Rd,ct,ind,i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons im Zustand I aufnehmbaren Querkraft aus einer indirekt eingeleiteten, innen angreifenden Einzellast
$V_{Rd,ct,r}$	Bemessungswert der Riss auslösenden Querkraft
$V_{Rd,ct,w,i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.1D _i
$V_{Rd,ct,w,e-i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.1D _{e-i}
$V_{Rd,ct,w1}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.1

$V_{Rd,ct,w1,i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.1 bei Überlagerung einer innen angreifenden Einzellast und Gleichlast
$V_{Rd,ct,w1,e-i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.1 bei Überlagerung einer im D_{e-i} -Bereich angreifenden Einzellast und Gleichlast
$V_{Rd,ct,w6}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6
$V_{Rd,ct,w6,i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6 _i
$V_{Rd,ct,w6,e-i}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6 _{e-i}
$V_{Rd,ct,w6,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.6 _{i-0} an einer Innenstütze
$V_{Rd,ct,w6,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogener Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons durch den Steg aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.6
$V_{Rd,ct,w7,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogener Bemessungswert der auf Grund der Zugtragfähigkeit des Betons aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.7
$V_{Rd,ct,x=0}$	Bemessungswert der ohne Querkraftbewehrung aufnehmbaren Querkraft an der Stelle $x = 0$
$V_{Rd,ct,x=d}$	Bemessungswert der ohne Querkraftbewehrung aufnehmbaren Querkraft an der Stelle $x = d$
$V_{Rd,ct,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze aus der Tragfähigkeit der Betondruckstrebe im Bereich der unteren Bewehrung im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,max}$	Bemessungswert der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten aufnehmbaren Querkraft
$V_{Rd,min}$	Minimum der aufnehmbaren Querkraft
$V_{Rd,sy}$	Bemessungswert der durch die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung begrenzten aufnehmbaren Querkraft
$V_{Rd,w7,e-i}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.7 _{e-i}
$V_{Rd,w7,i-0,Stütz}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft an einer Innenstütze im Zustand II.7 _{i-0}
$V_{Rd,w7,x=d}$	auf die Stelle $x = d$ bezogener Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft im Zustand II.7
V_u	Bruchquerkraft
$V_{u,a}$	Bruchquerkraft unter Berücksichtigung der zulässigen Abminderung von auflagernahen Einzellasten
$V_{u,stütz}$	Bruchquerkraft an einer Innenstütze
$V_{u,x=0}$	Bruchquerkraft an der Stelle $x = 0$
$V_{u,x=d}$	Bruchquerkraft an der Stelle $x = d$
$V_{u,x=2,6 \cdot d}$	Bruchquerkraft an der Stelle $x = 2,6 \cdot d$
$W_{Biegung}$	Formänderungsarbeit bei Biegetragwirkung
W_{Bogen}	Formänderungsarbeit bei Bogentragwirkung mit Zugband
W_c	Widerstandsmoment des Betonquerschnitts

W_{CB}	Formänderungsarbeit der Biegedruckkraft
W_{Cw^*}	Formänderungsarbeit der Stegdruckstreben
$W_{Cw^*}^*$	Formänderungsarbeit der Stegdruckstreben pro Meter (Hier wurde auf Grund der besseren Lesbarkeit im Ausdruck bewusst der * anstatt dem üblicher Weise verwendeten ` gewählt.)
$W_{C,Bogen}$	Formänderungsarbeit der Bogendruckkraft bei Bogentragwirkung mit Zugband
$W_{D_e\text{-Bereiche}}$	Formänderungsarbeit in den D_e -Bereichen
$W_{Sprengwerk}$	Formänderungsarbeit bei Sprengwerkstragwirkung
W_{TB}	Formänderungsarbeit der Biegezugkraft
W_{Tw^*}	Formänderungsarbeit der Stegzugstreben
$W_{Tw^*}^*$	Formänderungsarbeit der Stegzugstreben pro Meter (Hier wurde auf Grund der besseren Lesbarkeit im Ausdruck bewusst der * anstatt dem üblicher Weise verwendeten ` gewählt.)
$W_{T,Bogen}$	Formänderungsarbeit des Zugbandes bei Bogentragwirkung mit Zugband

Kleine lateinische Buchstaben mit Indices

a_E	Abstand zwischen zwei Einzellasten
a_F	Lasteinleitungsbreite
a_L	Auflagerbreite
a_i	ideeller Abstand
b_{eff}	mitwirkende Plattenbreite eines Plattenbalkens
b_f	Gurtplattenbreite
$b_{f,c}$	Breite des Druckflansches
$b_{f,t}$	Breite des Zugflansches
b_w	Stegbreite
$b_{w,i}$	ideelle Stegbreite
d^*	Abstand der oberen von der unteren Bewehrung
d_0	Ausgangswert der statischen Nutzhöhe
d_1	Achsabstand der Zugbewehrung zum nächstgelegenen Rand
$d_{1,o}$	Achsabstand der oberen Bewehrung zum nächstgelegenen Rand
$d_{1,u}$	Achsabstand der unteren Bewehrung zum nächstgelegenen Rand
d_p	äquivalenter Durchmesser der Spannstahlbewehrung
d_o	statische Nutzhöhe der oberen Bewehrung
d_s	Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung
d_u	statische Nutzhöhe der unteren Bewehrung
f_{cd}	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
f_{ck}	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
f_{ct}	Betonzugfestigkeit
$f_{ctk; 0,05}$	charakteristischer Wert des 5%-Quantils der Betonzugfestigkeit
$f_{ctk; 0,95}$	charakteristischer Wert des 95%-Quantils der Betonzugfestigkeit
f_{ctm}	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
f_{ctd}	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit
$f_{ct,eff}$	wirksame Betonzugfestigkeit
$f_{ct,w}$	Betonzugfestigkeit des Steges
$f_{ctd,w}$	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit des Steges
f_{tk}	charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls
f_{yd}	Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
$h_{c,verbleibend}$	verbleibende Betonhöhe im Zustand II.7 _{i-0}
h_{eff}	Höhe der Wirkungszone der Bewehrung
$h_{f,c}$	Höhe des Druckflansches
$h_{f,t}$	Höhe des Zugflansches
h_w	Steghöhe
k_t	Beiwert zur Bestimmung der Risstiefe
l_{CB}	Wirkungslänge der Biegedruckstrebe
l_{Ce}	Wirkungslänge der schrägen Druckstrebe zum Endauflager C_e

l_{Cs}	Wirkungslänge einer Sprengwerksdruckstrebe von einer Einzellast zum Endauflager
l_{Cv}	Wirkungslänge der vertikalen Druckstrebe am Endauflager C_v
l_{Cw^*}	Wirkungslänge der Stegdruckstrebe
$l_{C,Bogen}$	Länge des Druckbogens (Druckparabel) bei Bogentragwirkung mit Zugband
l_D	Länge eines D-Bereichs
l_k	Kragarmlänge
$l_{r,w}$	Längenentwicklung des kritischen Stegrisses
l_{TB}	Wirkungslänge der Biegezugstrebe
l_{Te}	Wirkungslänge der schrägen Zugstrebe am Endauflager T_e
l_{Ts}	Wirkungslänge der Zugstrebe aus einer Sprengwerksdruckstrebe von einer Einzellast zum Endauflager
l_{Tw^*}	Wirkungslänge der Stegzugstrebe
$l_{T,Bogen}$	Wirkungslänge des Zugbandes bei Bogentragwirkung mit Zugband
m_{w7}	Faktor zur Bestimmung des Momentes $M_{Ed,w7}$
m_x	Faktor zur Bestimmung des Momentes $M_{Ed,x}$
n_d	Verhältniswert der angesetzten statischen Nutzhöhe zum Ausgangswert der statischen Nutzhöhe (d / d_0)
r_a	äußerer Radius
r_i	innerer Radius
r_R	Radius in Höhe der Resultierenden
s_r	Rissabstand
s_r^*	Grundmaß des Rissabstandes
$s_{r,0}$	Abstand des kritischen Stegrisses vom Auflager
$s_{r,w}^{II.2}$	Rissabstand im Zustand II.2
$s_{r,w}^{II.2i}$	Rissabstand im Zustand II.2i
$s_{r,w}^{II.2(i-1)}$	Rissabstand im Zustand II.2(i-1)
$s_{r,ist}$	tatsächlicher Rissabstand
$s_{r,max}$	maximaler Rissabstand
$s_{r,min}$	minimaler Rissabstand
s_v	vertikale Laufordinate; Abstand des oberen Rissansatzpunktes des Risses im Zustand II.6 von der Bewehrung
t_r	Risstiefe
t_{cr}	Höhe der Betonzugzone
$t_{r,0}$	Höhe der gesamten Zugzone im gerissenen Querschnitt
$t_{r,t}$	Biegerisstiefe unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons
$t_{r,t,w}$	Risstiefe des Stegrisses
$t_{r,t,w}^{II.2}$	Risstiefe im Zustand II.2
$t_{r,t,w}^{II.2i}$	Risstiefe im Zustand II.2i
$t_{r,t,w}^{II.2(i-1)}$	Risstiefe im Zustand II.2(i-1)
$t_{r,t,w}^{II.3}$	Risstiefe im Zustand II.3

$t_{r,t,w}^{II.4}$	Risstiefe im Zustand II.4
$t_{r,t,w}^{II.7}$	Risstiefe im Zustand II.7
u_v	Vertikalanteil der Umlenkkräfte
w_k	Rechenwert der Rissbreite
x_b	Laufordinate entlang des Druckbogens bei Bogentragwirkung mit Zugband
x_r	Höhe der über einem Riss verbleibenden Betonzone
$x_{r,0}$	Druckzonenhöhe im gerissenen Querschnitt
$x_{r,t}$	Höhe der über einem Riss verbleibenden Betonzone unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons
$x_{r,t,w}$	Höhe der über dem kritischen Stegriss verbleibenden Betonzone
$x_{r,t,w}^{II.2}$	Höhe der über dem Stegriss verbleibenden Betonzone im Zustand II.2
$x_{r,t,w}^{II.2i}$	Höhe der über dem Stegriss verbleibenden Betonzone im Zustand II.2i
$x_{r,t,w}^{II.3}$	Höhe der über dem Stegriss verbleibenden Betonzone im Zustand II.3
$x_{r,t,w}^{II.7}$	Höhe der über dem Stegriss verbleibenden Betonzone im Zustand II.7
x_{Spalt}	Rechenwert der maximalen Breite der Lastausbreitung bei Einleitung einer Einzellast
x_{Spalt}^*	Näherungswert der maximalen Breite der Lastausbreitung bei Einleitung einer Einzellast
$x_{Spalt,eins}$	Rechenwert der maximalen Breite der Lastausbreitung bei Einleitung einer Einzellast und nur einseitig möglicher Lastausbreitung
x_w	Breite der Stegzugstrebe; Ordinate des kritischen Stegrisses
$x_w^{II.1}$	Breite der Stegzugstrebe im Zustand II.1
$x_w^{II.2}$	Breite der Stegzugstrebe im Zustand II.2
$x_w^{II.6}$	Breite der Stegzugstrebe im Zustand II.6
$x_w^{II.6,i}$	Breite der Stegzugstrebe im Zustand II.6 _i
$x_{w,h}^{II.1}$	horizontale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.1
$x_{w,h}^{II.2i}$	horizontale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.2i
$x_{w,h}^{II.2(i-1)}$	horizontale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.2(i-1)
$x_{w,v}^{II.1}$	vertikale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.1
$x_{w,v}^{II.2i}$	vertikale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.2i
$x_{w,v}^{II.2(i-1)}$	vertikale Ausdehnung des Risses aus Zustand II.2(i-1)
y_w	Koordinate des kritischen Stegrisses
z_c	Anteil des Hebelarms im Bereich der Druckstrebe
z_t	Anteil des Hebelarms im Bereich der Zugstrebe
$z_{r,t}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im gerissenen Querschnitt unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons
$z_{r,t,w}^{II.2}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II.2
$z_{r,t,w}^{II.2i}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II.2i
$z_{r,t,w}^{II.2(i-1)}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II.2(i-1)
$z_{r,t,w}^{II.3}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II.3
$z_{r,t,w}^{II.7}$	genäherter Hebelarm der inneren Kräfte im Zustand II.7

$(g + q)_d$	Bemessungswert der einwirkenden Gleichlasten
$(g + q)_{Rd,ct,w6}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Gleichlasten im Zustand II.6
$(g + q)_{Rd,ct,w7}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Gleichlasten im Zustand II.7 aus der Zugtragfähigkeit des Betons
$(g + q)_{Rd,w7}$	Bemessungswert der aufnehmbaren Gleichlasten im Zustand II.7 aus der Drucktragfähigkeit des Betons

Griechische Buchstaben mit Indices

α_1	Winkel der Stegdruckstrebe an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7 gegenüber der Balkenlängsachse
α_b	Verbundbeiwert zur Erfassung der Art der Bewehrung
α_c	Abminderungsbeiwert für die Betondruckfestigkeit infolge Querkzugbeanspruchung
$\alpha_{c,i-0}$	Beiwert zur Bestimmung der verbleibenden Betonhöhe im Zustand II.7 _{i-0}
α_e	Verhältniszwert des Elastizitätsmoduls des Betonstahls zum mittleren Elastizitätsmodul des Betons (E_s / E_{cm})
α_E	Verhältniszwert der Querkraft aus einer innen angreifenden Einzellast zur gesamten Querkraft
$\alpha_{s,i-0}$	Beiwert zur Erfassung der Verstärkung von Spaltzugspannungen durch die Druckzone kreuzende Bewehrung
α_{sr}	Beiwert zur Bestimmung des Rissabstandes
α_{sv}	Verbundbeiwert zur Erfassung des Abstandes von der Bewehrung
α_r	Verhältniszwert des Elastizitätsmoduls der Bewehrung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons zum Elastizitätsmodul des Betonstahls (E_t / E_s)
α_t	allgemeiner Verbundbeiwert
β_{i-0}	Verhältniszwert des zum Innenaufleger abgetragenen Anteils einer Einzellast zu dieser Einzellast ($V_{Stütz} / F$)
β_w	Betondruckfestigkeit (aus Literatur)
ε_c	Betonstauchung oder -dehnung
ε_{c1}	Betonstauchung am Steganschnitt oben
ε_{ct}	Betonzugdehnung
ε_{ct1}	Betonzugdehnung am Steganschnitt oben
ε_{ct2}	Betonzugdehnung am Steganschnitt unten
ε_m	mittlere Dehnung
ε_s	Dehnung des Betonstahls
ε_{sm}	mittlere Stahldehnung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons (tension stiffening)
ε_{tm}	mittlere Zugdehnung
γ_c	Teilsicherheitsbeiwert für Beton
γ_Q	Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen
γ_s	Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl und Spannstahl
η_1	Korrekturfaktor bei Leichtbeton nach [0.1]
ρ_D	Rotationsdrehwinkel nach [9.5]
ρ_ℓ	Längsbewehrungsgrad nach [0.1]

$\sigma_{1,2}$	Hauptspannungen
σ_{cd}	Bemessungswert der Betonlängsspannung in Höhe des Schwerpunkts des Querschnitts nach [0.1]
σ_{ct}	Betonzugspannung
$\sigma_{ct,w}$	Stegzugspannung
$\sigma_{ct,w1}$	Stegzugspannung im Zustand II.1
$\sigma_{ct,w2}$	Stegzugspannung im Zustand II.2
$\sigma_{ct,w6}$	Stegzugspannung im Zustand II.6
$\sigma_{E,ct,w}$	Stegzugspannung aus äußerer Einwirkung
$\sigma_{Ed,c,w7}$	Bemessungswert der einwirkenden Biegedruckspannung an der Risswurzel des kritischen Stegrisses im Zustand II.7
$\sigma_{Ed,ct,w6}$	Bemessungswert der einwirkenden Stegzugspannung im Zustand II.6
$\sigma_{Ed,ct,w6,i}$	Bemessungswert der einwirkenden Stegzugspannung im Zustand II.6 _i
$\sigma_{Ed,ct,w7}$	Bemessungswert der einwirkenden Biegezugspannung im Zustand II.7
σ_s	Spannung im Betonstahl
σ_{s2}	Spannung im Betonstahl im Zustand II für die maßgebende Einwirkungskombination unter Annahme eines starren Verbundes
σ_{sm}	mittlere Stahlspannung unter Berücksichtigung der Versteifungswirkung des Betons (tension stiffening)
$\sigma_{u,ct,w}$	Stegzugspannung bei Bruchlast
σ_x	Spannung in x-Richtung (i. d. R. Balkenlängsrichtung)
σ_z	Spannung in z-Richtung (i. d. R. quer zur Balkenlängsrichtung)
$\max \sigma_{t,D}$	Randzugspannung aus dem Anteil des Zuggewölbes an der Kraffteinleitung im D _r -Bereich
ξ_1	Verhältnis der Verbundfestigkeit von Spannstahl zu der von Betonstahl

Weitere verwendete Bezeichnungen lassen sich durch Zusammensetzen der voranstehenden Bezeichnungen bestimmen.

Begriffe

Zustand I	Betontragwerk ohne Risse
Zustand II	Betontragwerk mit Rissen
B-Bereich	Bereich, in dem sich die Spannungen nach der Biegetheorie einstellen
D-Bereich	Diskontinuitäts- oder Störbereich; hier gilt die Biegetheorie nicht
D _b -Bereich	Tragwerk mit überlagerter Bogentragwirkung
D _e -Bereich	Endstörbereich (Endauflagerbereich)
D _i -Bereich	innenliegender Störbereich (Bereich von innen angreifenden Einzellasten)
D _{e1} -Bereich	Störbereich bei Einzellasten in der Nähe von Endauflagern ($a / d \leq 2$)
D _{e-i} -Bereich	Störbereich bei Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern ($2 < a / d \leq 6$)
D ₀ -Bereich	Störbereich bei Momentennullpunkten
D _{i-0} -Bereich	Störbereich bei Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten
D _{i1} -Bereich	Störbereich bei Einzellasten in der Nähe von Innenauflagern ($a / d \leq 2$)
FE, FEM	Finite Elemente, Finite-Elemente-Methode, Finite-Elemente-Modell

Definition der Stegrisszustände

Biegebereich:

- Zustand II.1: Im B-Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung Risse in der Zugzone, die näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen (in Auflagernähe etwa 70° geneigt).
- Zustand II.2: Geneigte Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die (ggf.) an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen. Somit entstehen geknickte oder auch ausgerundete Risse, die sich zusammensetzen aus den Biegerissen und dem jeweils ersten Abschnitt der Stegrisse. Bei kräftigen Zuggurten kann der Zustand II.2 auch ohne zugehörigen Biegeriss entstehen.
- Zustand II.3: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2 entstanden ist. Damit entsteht ein dreiteiliger, geknickter oder ausgerundeter Rissverlauf, der sich zusammensetzt (ggf.) aus dem Biegeriss und einem ersten und zweiten Abschnitt des Stegrisses, der sich aber nur über das unmittelbar betroffene Rissfeld erstreckt.
- Ab dem Zustand II.3 lautet die Bezeichnung für den schrittweise entstandene Riss: „**kritischer Stegriss**“.
- Zustand II.4: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun - meist ausgehend aus einem Biegeriss - zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.
- Zustand II.5: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe der benachbarten Rissfelder verlängert und überbrückt nun - meist ausgehend aus einem Biegeriss - drei oder mehr Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand zumindest leicht geneigt sind.
- Zustand II.6: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Subsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Die Auflagerkraft des Subsystems wird hinter dem kritischen Stegriss hoch gehängt, wodurch der Zuggurt zwischen dem kritischen Stegriss und dem Auflager schrittweise durch Risse vom Steg getrennt wird und mit zunehmend geringerer Wirkung als selbständiger Biegeträger wirkt. Das entstandene Subsystem wird wieder unwirksam.
- Zustand II.7: Im Bereich des Zuggurts können nun keine Querkräfte mehr aufgenommen werden und es bildet sich über dem kritischen Stegriss eine geneigte Druckstrebe zum Auflager aus, bis die Druckzone versagt. (Auf Grund des gekrümmt oder polygonal verlaufenden kritischen Stegrisses ist ein direkter Kraftfluss der geneigten Druckstrebe in der Regel nicht möglich, wodurch die verbleibenden Druckzone mehr oder weniger exzentrisch beansprucht wird. Dadurch können an der Oberseite der ursprünglichen Druckzone so große Biegezugspannungen entstehen, dass sich auch hier Risse bilden.)

Lasteinleitungsbereich:

- Zustand II.1B: Situation, in der im Bereich von Einzellasten der Beginn der Rissbildung von den Biegezugspannungen verursacht wird; die Risse verlaufen näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand. (Zustand II.1B ist gleichwertig mit dem Zustand II.1.)
- Zustand II.1D: Situation, in der im Bereich von Einzellasten die Rissbildung von der Krafteinleitung verursacht wird; die zugehörigen Risse bzw. Rissabschnitte verlaufen näherungsweise strahlenförmig zur eingeleiteten Kraft.

Innen angreifende Einzellasten:

- Zustand II.1B_i: Im D_i -Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung - die hier zunächst immer größer ist als die Zugbeanspruchung aus der Krafteinleitung - Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie verringern den Querschnitt des Zuggewölbes, das im Zustand I einen Teil der Krafteinleitung sicherstellt.
- Zustand II.1D_i: Zwischen Krafteinleitung und den Wurzeln der Biegerisse bilden sich in Folge der Krafteinleitung einer oder mehrere radiale Risse, die das Zuggewölbe der Krafteinleitung außer Kraft setzen. Die eingeleitete Kraft wird nun ausschließlich mit Druckstreben zu den Kreuzungspunkten der Biegerisse mit der Biegezugbewehrung geleitet. Für das Gleichgewicht dieser Druckstreben bilden sich geneigte Zugstreben aus, die über der jeweils benachbarten Risswurzel im Biegedruckgurt verankert sind.
- Zustand II.2_i: Die geneigten Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen.
- Zustand II.3_i: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2_i entstanden ist. Es entsteht ein polygonal oder auch ausgerundet verlaufender Riss, der das betroffene Rissfeld nunmehr vollständig überbrückt und dadurch außer Kraft setzt.
- Zustand II.4_i: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.
- Zustand II.5_i: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun drei oder mehrere Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand mehr oder weniger geneigt sind.
- Zustand II.6_i: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Teilsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Der Zuggurt reißt durch diese starke Zusatzbeanspruchung reiðverschlussartig außerhalb des kritischen Stegrisses vom Steg ab, das entstandene Teilsystem wird wieder unwirksam.

Zustand II.7_i: Das Gesamtsystem bildet eine flach geneigte Druckstrebe von der eingeleiteten Einzellast über die gestörte Zone aus, bis schließlich der durch die Rissbildung stark eingeschnürte Druckgurt versagt und keine weiteren Tragreserven mehr aktiviert werden können.

Einzellasten in der Nähe von Endauflagern:

Zustand II.1B_{e-i}: Im D_{e-i} -Bereich entstehen in Folge der Biegezug- und Zugbandbeanspruchung Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie verringern den Querschnitt des Zuggewölbes, das im Zustand I einen Teil der Krafterleitung sicherstellt.

Zustand II.1D_{e-i}: Zwischen Krafterleitung und den Wurzeln der Biegerisse bilden sich in Folge der Krafterleitung einer oder mehrere radiale Risse, die das Zuggewölbe der Krafterleitung außer Kraft setzen.

Zustand II.1_{e-i}: Im D_{e-i} -Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung und der Zugbandbeanspruchung des überlagerten Sprengwerks Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen.

Zustand II.2_{e-i}: Geneigte Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die (ggf.) an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen.

Zustand II.3_{e-i}: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2_i entstanden ist. Es entsteht ein polygonal oder auch ausgerundet verlaufender Riss, der das betroffene Rissfeld vollständig überbrückt und dadurch außer Kraft setzt.

Zustand II.4_{e-i}: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.

Zustand II.5_{e-i}: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird länger und überbrückt nun drei oder mehrere Rissfelder. In den folgenden Zuständen kann er sich sogar über den Einleitungspunkt der Einzellast hinweg fortsetzen und verläuft dann parallel zum gedrückten Rand.

Zustand II.6_{e-i}: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Subsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Der Zuggurt reißt durch diese starke Zusatzbeanspruchung reiðverschlussartig außerhalb des kritischen Stegrisses vom Steg ab, das entstandene Subsystem wird wieder unwirksam.

Zustand II.7_{e-i}: Es verbleibt als Resttragfähigkeit für die gesamte Belastung nur noch das Sprengwerk, das ja im vorliegenden Fall von Anfang an - zunächst geringfügig - an der Lastabtragung beteiligt war. Das Versagen tritt entweder auf Grund der exzentrischen Belastung des geneigten Druckgurts oder auf Grund einer Überbeanspruchung der stark eingeschnürten Druckzone ein.

Zwischenzustände im Subsystem

- Zustand II.3_{e-iS}: Zustand II.3_{e-i} im Subsystem des Zustands II.6_{e-i}
- Zustand II.4_{e-iS}: Zustand II.4_{e-i} im Subsystem des Zustands II.6_{e-i}
- Zustand II.5_{e-iS}: Zustand II.5_{e-i} im Subsystem des Zustands II.6_{e-i}
- Zustand II.6_{e-iS}: Zustand II.6_{e-i} im Subsystem des Zustands II.6_{e-i}
- Zustand II.7_{e-iS}: Zustand II.7_{e-i} im Subsystem des Zustands II.6_{e-i}

Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten

- Zustand II.1B_{i-0}: In diesem Zustand des D_{i-0} -Bereichs entstehen zwischen Lasteinleitungsstelle und Momentennullpunkt Biegerisse, die nur im unmittelbaren Bereich der Einzellasten größere Risstiefen erreichen, während sie in der Nähe des Momentennullpunktes - wenn überhaupt - nur im Bereich der Biegezugbewehrung in Erscheinung treten.
- Zustand II.1D_{i-0}: Ein Teil der Krafeinleitung wird zunächst im Bereich des Öffnungswinkels von etwa -45° bis $+45^\circ$ durch ein Zuggewölbe gesichert. Wenn die Spannungen dieser Gewölbe die Betonzugfestigkeit erreichen, entstehen aus den bisherigen Risswurzeln radiale Risse, wobei in der Regel einer dieser Risse die Neigung von 45° aufweist.
- Zustand II.1_{i-0}: Zusammenfassung der Zustände II.1B_{i-0} und II.1D_{i-0}
- Zustand II.2_{i-0}: Durch die Rissbildung im Zustand II.1_{i-0} wird der Querschnitt des Zuggewölbes reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.3_{i-0}: Durch die Rissbildung im Zustand II.2_{i-0} wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.4_{i-0}: Durch die Rissbildung im Zustand II.3_{i-0} wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.5_{i-0}: Durch die Rissbildung im Zustand II.4_{i-0} wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter. Das Zuggewölbe versagt endgültig, indem in der Regel der Riss mit der Neigung von 45° bis nahe an die eingeleitete Kraft reicht.
- Zustand II.6_{i-0}: Die Last kann auf der Seite zum Momentennullpunkt nur noch über Druckstreben eingeleitet werden. Die aus diesen Druckstreben resultierenden Zugstreben führen zu Rissen, in der Regel knapp über dem Zuggurt. Dadurch werden diese Zugstreben und somit auch die zugehörigen Druckstreben wieder unwirksam.

- Zustand II.6a_{i-0}: Erste Stufe des Zustandes II.6_{i-0}, wobei hier der kritische Stegriss und somit auch die Druckstrebe etwa unter 45 ° geneigt sind.
- Zustand II.6b_{i-0}: Mögliche zweite Stufe des Zustandes II.6_{i-0}, wobei hier der kritische Stegriss und somit auch die Druckstrebe etwa unter 60 ° gegenüber der Richtung der Einzellast geneigt sind. Entwickelt sich zum Teil schrittweise aus Zustand II.6a_{i-0}.
- Zustand II.7_{i-0}: Es bildet sich ein Strebenfachwerk aus mit einer zwischen der eingeleiteten Einzellast und dem Mittelaufleger direkt verlaufenden Druckstrebe. Für das Gleichgewicht ist es erforderlich, dass sich sowohl am oberen als auch am unteren Rand jeweils von der Einzellast bis zur Mittelunterstützung ein durchgehendes Zugband ausbilden kann.

L I T E R A T U R

- [0.1] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton;
Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Juli 2001.
- [0.2] DIN V ENV 1992-1, Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbeton-
tragwerken; Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau.
Juni 1992.
- [0.3] König, G. und Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Stahlbeton-
bauteile. Bautechnik 76 (1999), S. 959 - 969.

- [1.1] Schlaich, J. und Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau.
Betonkalender 1984, Teil II, S. 787 - 1005.
- [1.2] Schlaich, J. und Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau.
Betonkalender 2001, Teil II, S. 311 - 492.

- [2.1] Dimitrov, N.: Festigkeitslehre.
Betonkalender 1974, Teil I, S. 273.
- [2.2] Leonhardt, F. und Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau,
Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau.
3. Auflage, Springer-Verlag 1977.
- [2.3] Leonhardt, F. und Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau,
Teil 2: Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau.
3. Auflage, Springer-Verlag 1977.
- [2.4] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbeton-
balken mit und ohne Schubbewehrung.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [2.5] Rüschi, H., Haugli, F. R. und Mayer, H.: Schubversuche an Stahlbeton-
Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 145, Berlin 1962.
- [2.6] Leonhardt, F. und Walther, R.: Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbean-
spruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 152, Berlin 1962.
- [2.7] Leonhardt, F., Walther, R. und Dilger, W.: Schubversuche an
Durchlaufträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 163, Berlin 1964.

- [3.1] Leonhardt, F.: Schub bei Stahlbeton und Spannbeton - Grundlagen der
neueren Schubbemessung. Beton- und Stahlbetonbau,
Heft 11/1977, S. 270 - 277 und Heft 12/1977, S. 295 - 302.

- [3.2] Leonhardt, F., Koch, R. und Rostásy, F. S.: Schubversuche an Spannbetonträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 227, Berlin 1973.
- [3.3] Kani, G.: Basic facts concerning shear failure. ACI Journal 64 (1966), No. 6, p. 675 – 692.
- [4.1] Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung. B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig 2000.
- [4.2] Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Stegbewehrung. Bauingenieur 66 (1991), S. 323 – 332.
- [4.3] Baumann, T. und Rüsck, H.: Schubversuche mit indirekter Lasteinleitung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 210, Berlin 1970.
- [4.4] Kupfer, H. und Baumann, Th.: Versuche zur Schubsicherung und Momentendeckung von profilierten Stahlbetonbalken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 218, Berlin 1972.
- [4.5] Leonhardt, F., Walther, R., und Dilger, W.: Schubversuche an indirekt gelagerten, einfeldrigen und durchlaufenden Stahlbetonbalken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 201, Berlin 1968.
- [4.6] Kordina, K. und Blume, F.: Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 364, Berlin 1985.
- [4.7] Tue, N. V. und Pierson, R.: Ermittlung der Rissbreite und Nachweiskonzept nach DIN 1045-1. Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 5, S. 365 - 372.
- [4.8] Tue, N. V., Schneider, H. und König, G.: Tragverhalten glattschaftiger Dübel für große Bauhöhen. Beton- und Stahlbetonbau 97, 2002, Heft 8, S. 402 - 408.
- [4.9] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 156, Berlin 1963.
- [4.10] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 4: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit. 2. Auflage, Springer-Verlag 1978.
- [4.11] Rojek, R. und Keller, T.: Stegverbundplatten. Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2003.
- [4.12] Rimmel, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 444, Berlin 1994.
- [4.13] Sint, A.: Duktilität von Biegebauteilen bei Versagen der Betondruckzone. Beton- und Stahlbetonbau 98, 2003, Heft 5, S. 285 - 292.

- [5.1] Zilch, K. und Rogge, A.: Grundlagen der Bemessung von Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen nach DIN 1045-1. Betonkalender 2000, Teil I, S. 171 - 311.
- [9.1] Specht, M. und Scholz, H.: Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bauteilen aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C 12 bis C 115. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 453, Berlin 1995.
- [9.2] Fenwick, R. C. und Paulay, T.: Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams. Journal of the Structural Division, Proc. ASCE 94 (1968), ST 10, p. 2325 - 2350.
- [9.3] Taylor, H. P. J.: Shear strength of large beams. Journal of the Structural Division, Proc. ASCE 98 (1972), p. 2473 - 2490.
- [9.4] Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen ohne Stegbewehrung. Dissertation Universität Stuttgart, 1990.
- [9.5] Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für Stahlbetonbauteile ohne Stegbewehrung. Bauingenieur 66 (1991), S. 157 - 165.
- [9.6] König, G., Dehn, F., Hegger, J. und Görtz, S.: Der Einfluss der Rissreibung auf die Querkrafttragfähigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 95, 2000, Heft 10, S. 584 - 591.
- [9.7] Hegger, J., Görtz, S. und Schwermann, R.: Analyse des Schubrissverhaltens unter Einsatz der Photogrammetrie. Bautechnik 79 (2002), Heft 3, S. 135 - 143.
- [9.8] Muttoni, A.: Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung. Beton- und Stahlbetonbau 98, 2003, Heft 2, S. 74 - 84.
- [9.9] Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau - seine Anwendung und Theorie. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1922 (Ersterscheinung 1908).
- [9.10] Baumann, T. und Rüschi, H.: Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 210, Berlin 1970.
- [A.1] Fischer, J.: Versagensmodell für schubslanke Balken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 480, Berlin 1997.
- [A.2] Rosenbusch, J.: Schubmessung im Wandel der Normen. Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 8, S. 532 - 538.
- [A.3] Hegger, J., Görtz, S., Will, N., Drössler, C. und Tigges, C.: Tragfähigkeit von Bauteilen aus selbstverdichtendem Beton. Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 11 S. 691 - 698.

-
- [A.4] Rüsç, H. und Mayer, H.: 5 Versuche zum Studium der Verformungen im Querkraftbereich eines Stahlbetonbalkens.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 195, Berlin 1967.
- [A.5] Kassian, J.: Rißverhalten im Schubbereich von Stahlleichtbetonträgern.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 385, Berlin 1987.
- [A.6] Kordina, K. und Hegger, J.: Schubtragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Vorspannung ohne Verbund.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 381, Berlin 1987.

ANLAGEN

In den folgenden Abschnitten werden zahlreiche Beispiele von Rissbildern aus der Literatur wieder gegeben, die ergänzend zu den in der vorliegenden Stahlbetonanalyse verwendeten Beispielen die dort jeweils abgeleiteten Zusammenhänge bestätigen. Vereinzelt werden jedoch auch Beispiele eingebunden, die Ausnahmen von der Regel dokumentieren. Obwohl die vorliegende Analyse ausschließlich auf das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung Bezug nimmt, werden im Folgenden auch Beispiele mit Stegbewehrung verwendet, soweit sie geeignet sind, die aufgezeigten Zusammenhänge zu bestätigen.

A.1 RISSBILDENDE STEGZUGSPANNUNGEN IM BIEGEBEREICH

In den folgenden Beispielen werden für die verschiedenen Stufen der kritischen Stegrisse die zugehörigen Stegzugstreben mit violettroten Linien dargestellt.

A.1.1 Beispiele aus Heft 145 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.5]

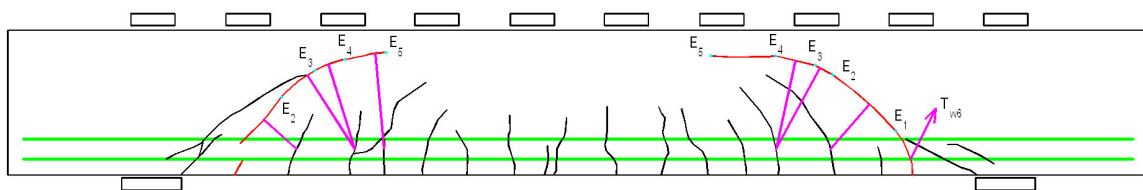


Bild A.1.1: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 1

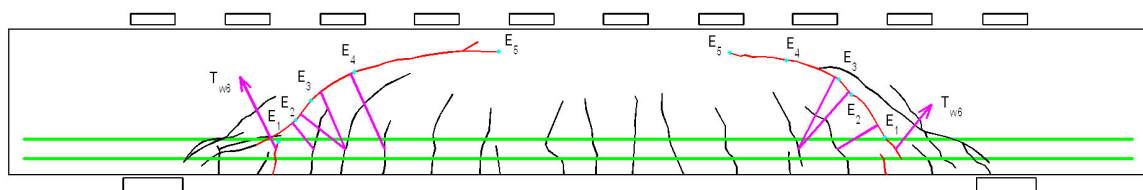


Bild A.1.2: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 2

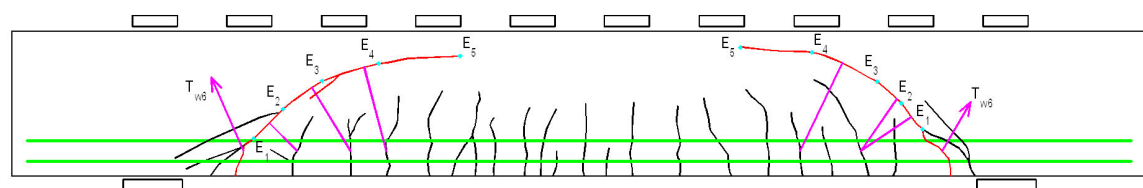


Bild A.1.3: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 3

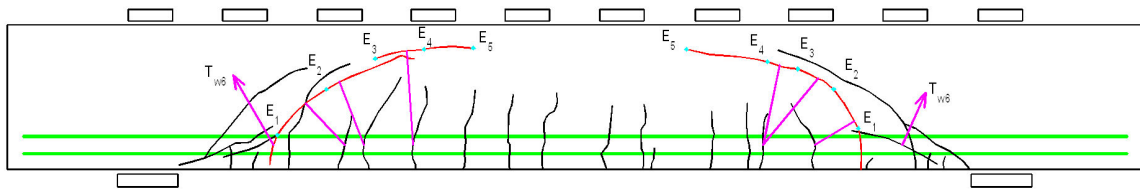


Bild A.1.4: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 4

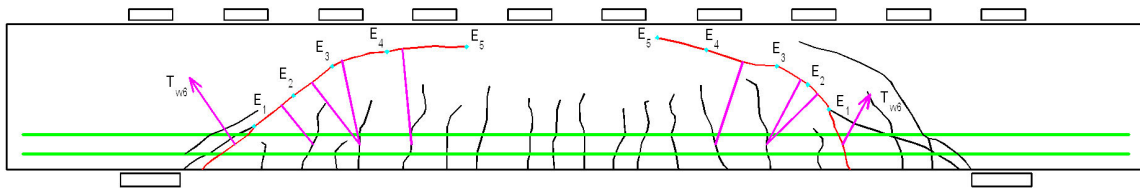


Bild A.1.5: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 5

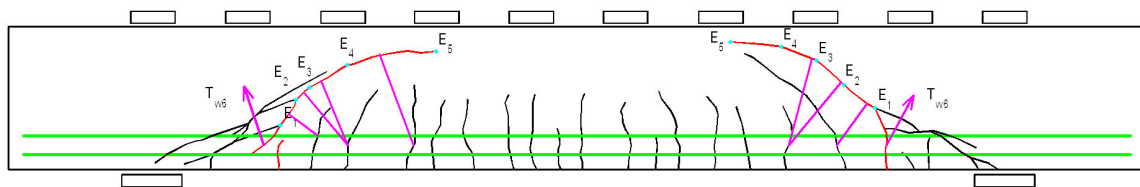


Bild A.1.6: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken BO 6

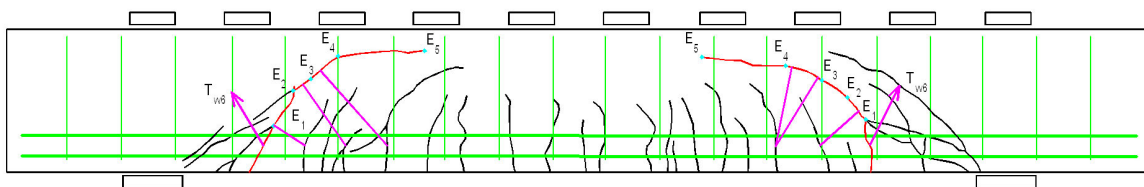


Bild A.1.7: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 1

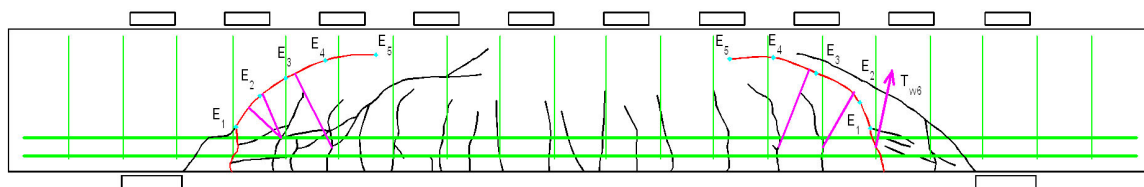


Bild A.1.8: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 2

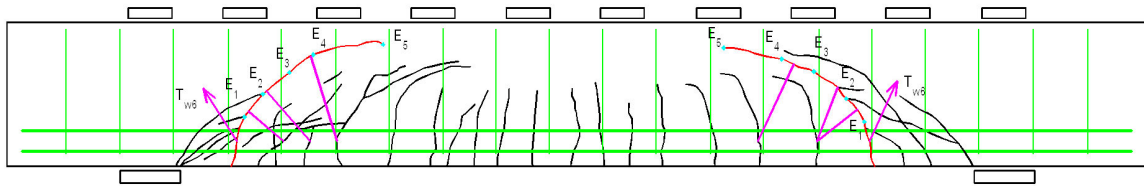


Bild A.1.9: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 3

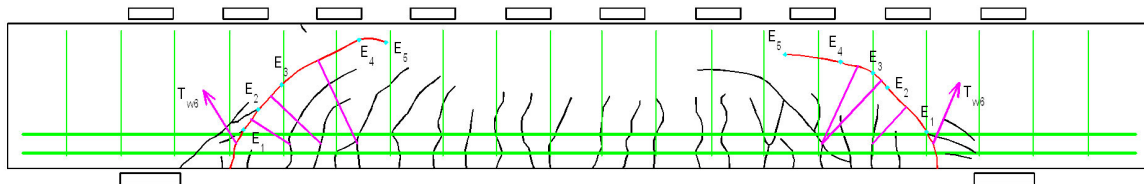


Bild A.1.10: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 4

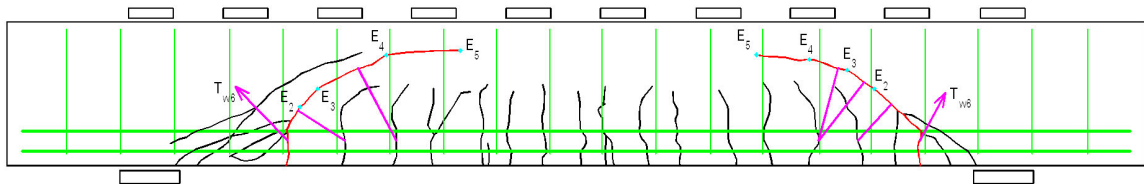


Bild A.1.11: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 5

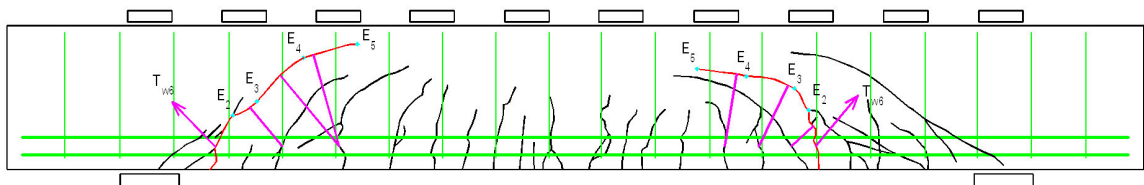


Bild A.1.12: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken B 6

A.1.2 Beispiele aus Heft 151 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.4]

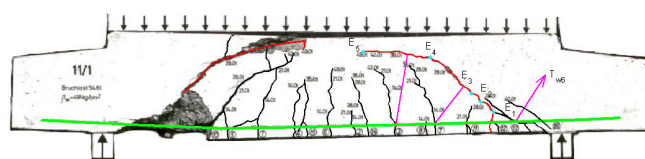


Bild A.1.13: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken 11/1

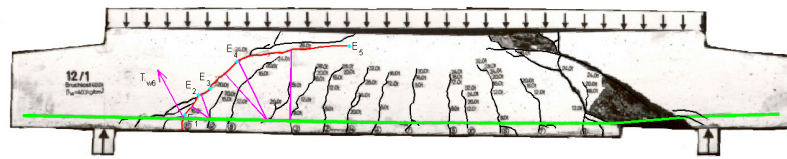


Bild A.1.14: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken 12/1

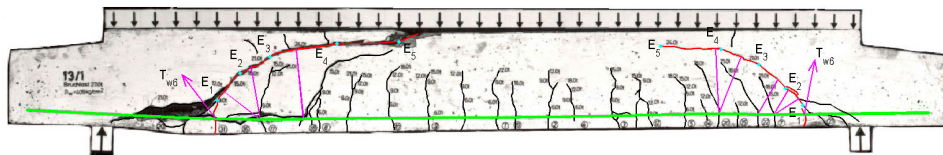


Bild A.1.15: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken 13/1

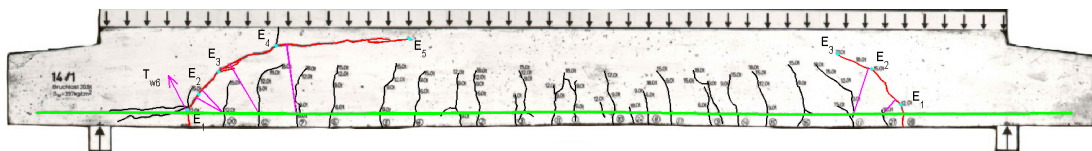


Bild A.1.16: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken 14/1

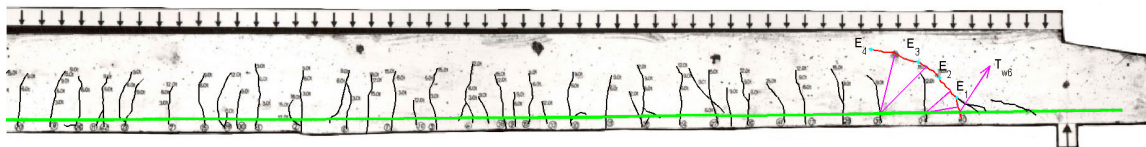


Bild A.1.17: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken 16/1 (rechter Teil)

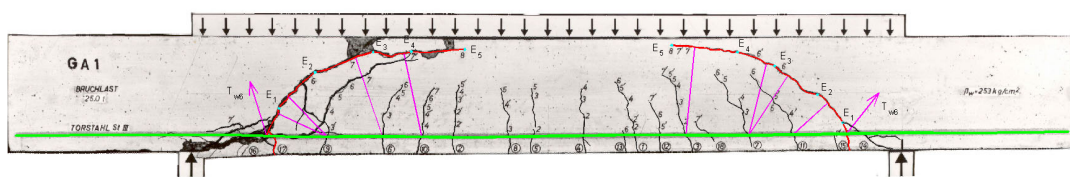


Bild A.1.18: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken GA 1

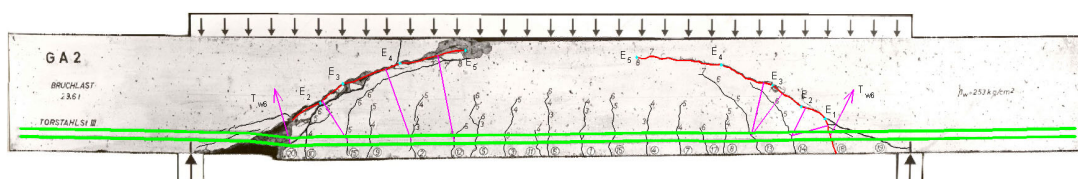


Bild A.1.19: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken GA 2

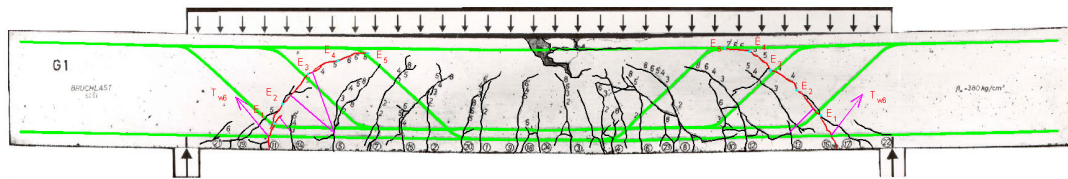


Bild A.1.20: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken G 1

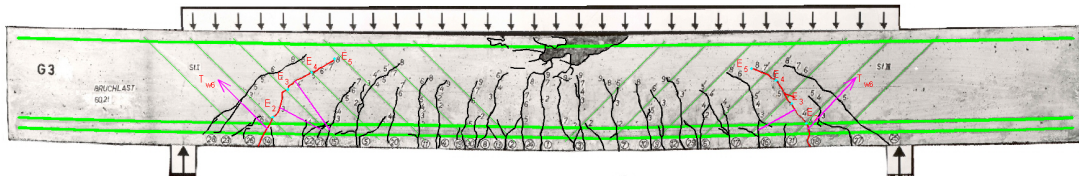


Bild A.1.21: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken G 3

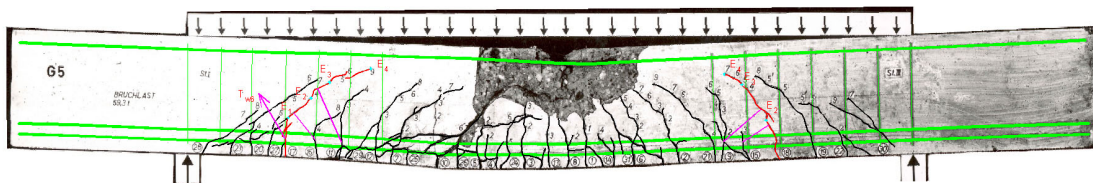


Bild A.1.22: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken G 5

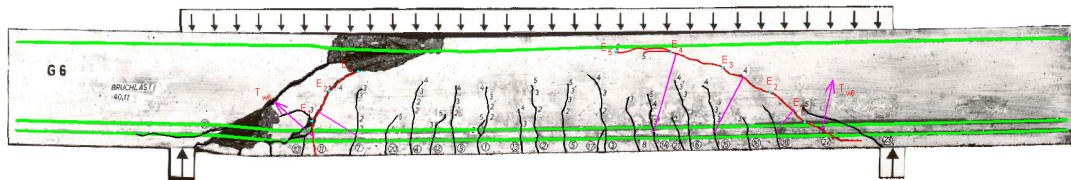


Bild A.1.23: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken G 6

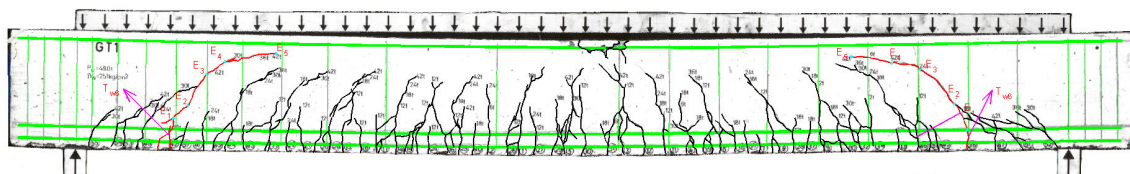


Bild A.1.24: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken GT 1

A.1.3 Beispiele aus Heft 444 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.12]

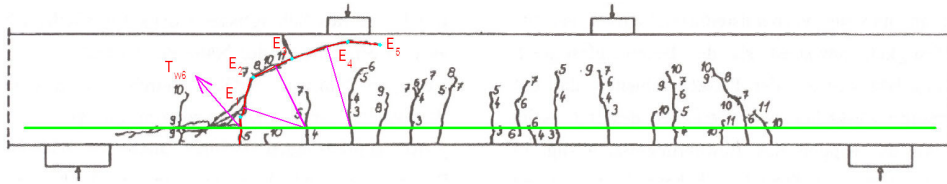


Bild A.1.25: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach Remmel (dort: Bild 5.8 a)

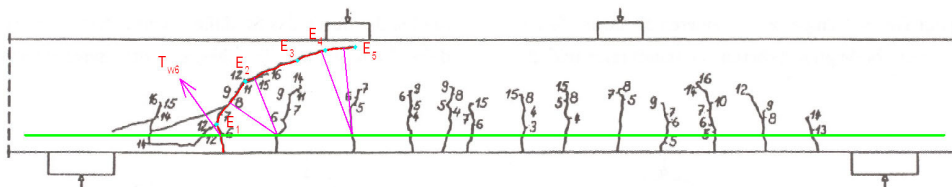


Bild A.1.26: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach Remmel (dort: Bild 5.8 b)

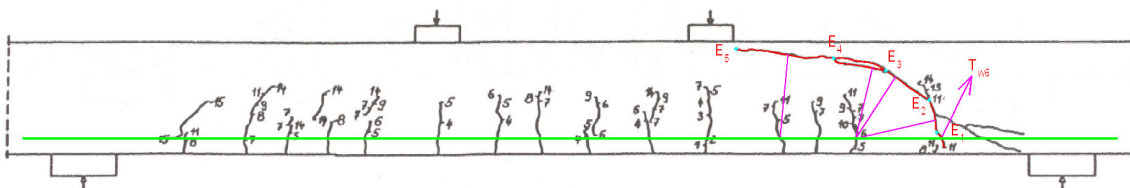


Bild A.1.27: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach Remmel (dort: Bild 5.8 c)

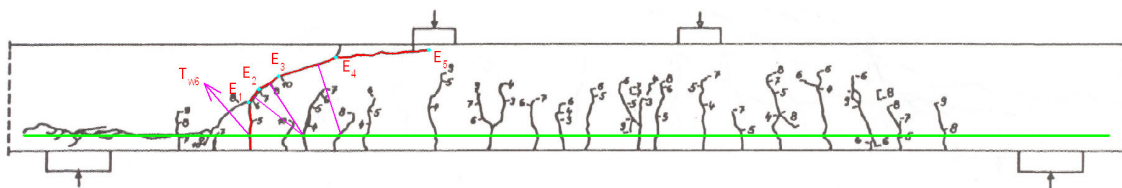


Bild A.1.28: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach Remmel (dort: Bild 5.8 d)

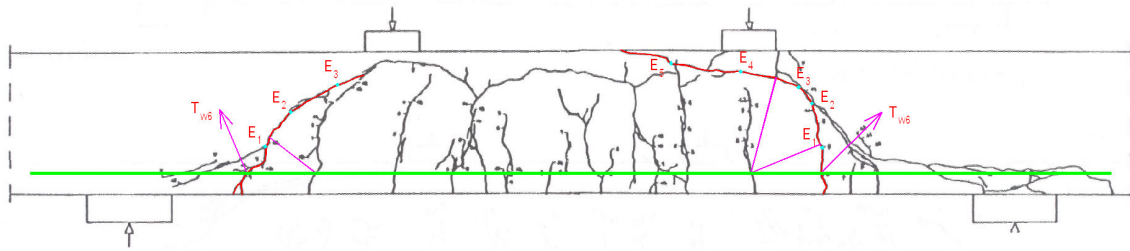


Bild A.1.29: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 oben)

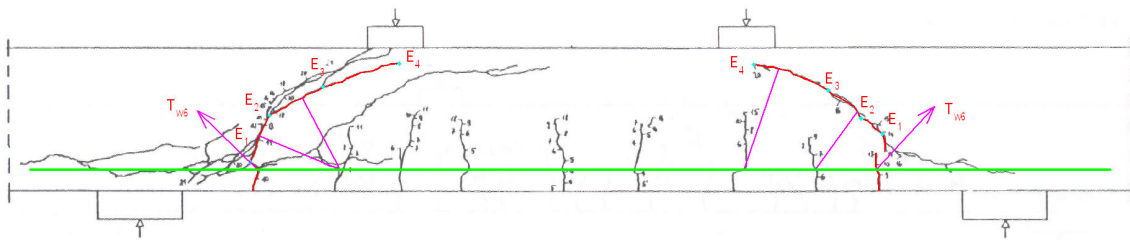


Bild A.1.30: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 unten)

A.1.4 Beispiele aus Heft 480 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.1]

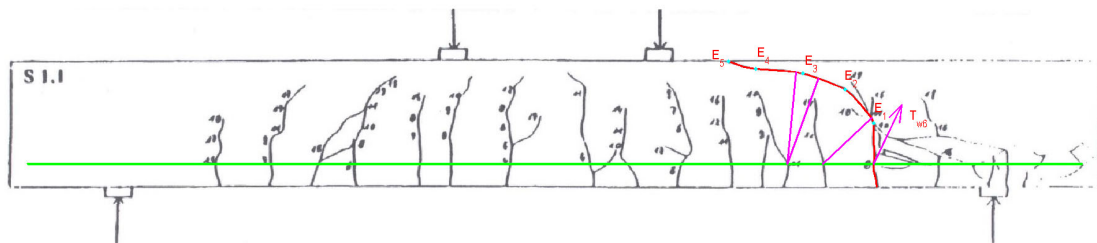


Bild A.1.31: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken S 1.1

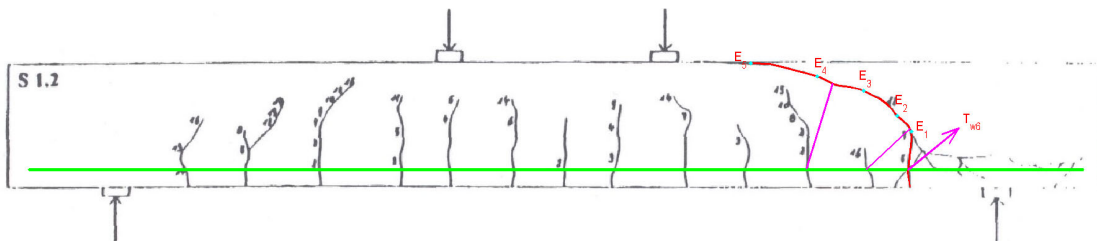


Bild A.1.32: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchs balken S 1.2

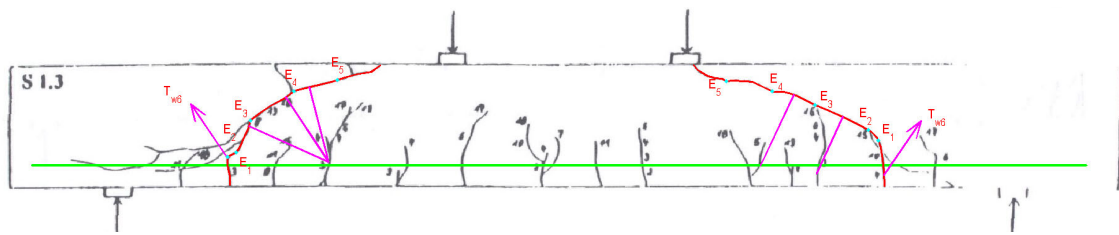


Bild A.1.33: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken S 1.3

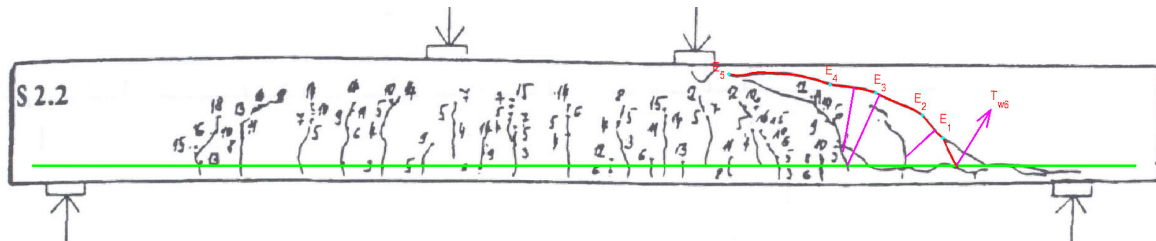


Bild A.1.34: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken S 2.2

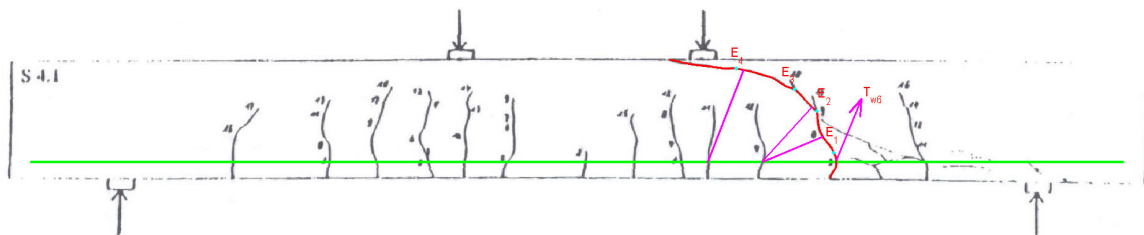


Bild A.1.35: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken S 4.1

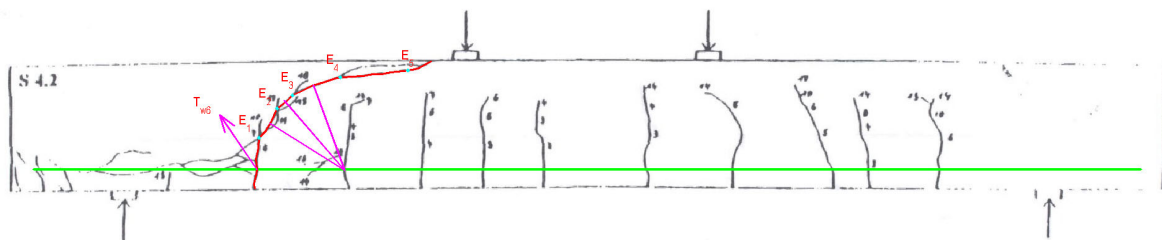


Bild A.1.36: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken S 4.2

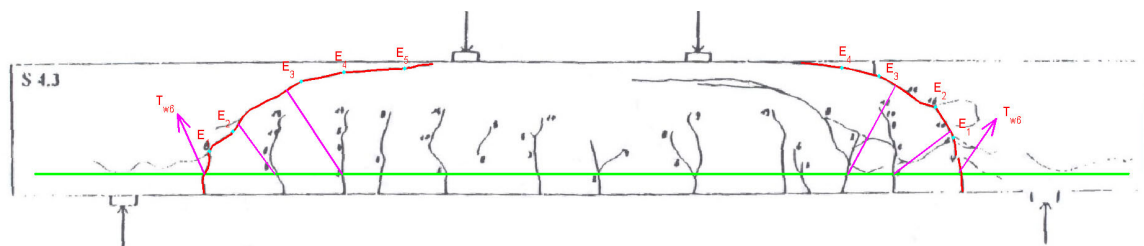


Bild A.1.37: Entwicklung der kritischen Stegrisse beim Versuchsbalken S 4.3

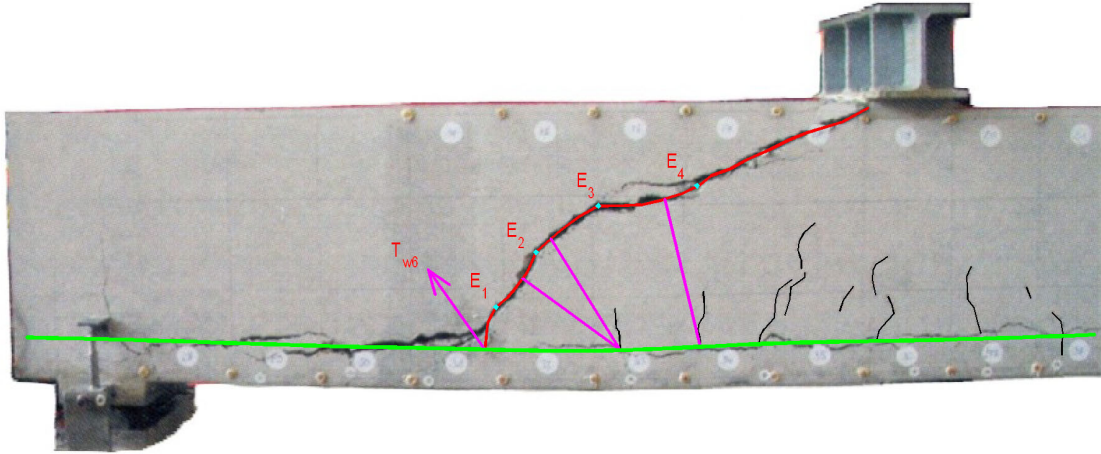
A.1.5 Beispiele aus Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 8 [A.2]

Bild A.1.38: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben links)

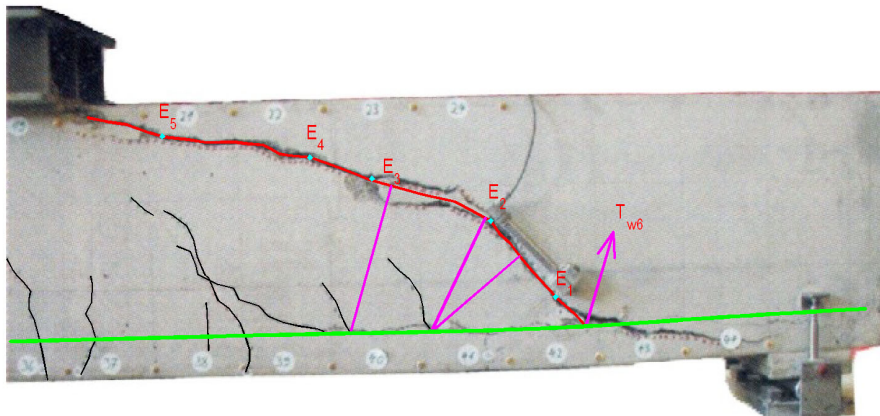


Bild A.1.39: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben rechts)

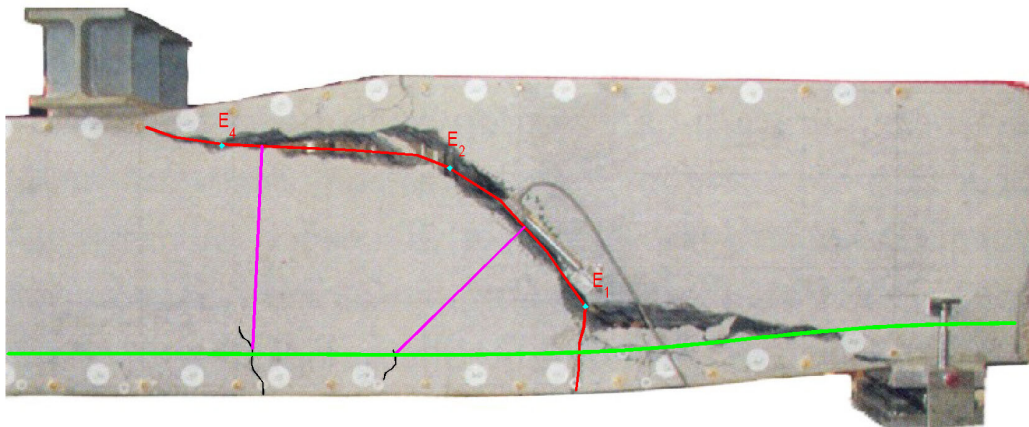


Bild A.1.40: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 unten links)

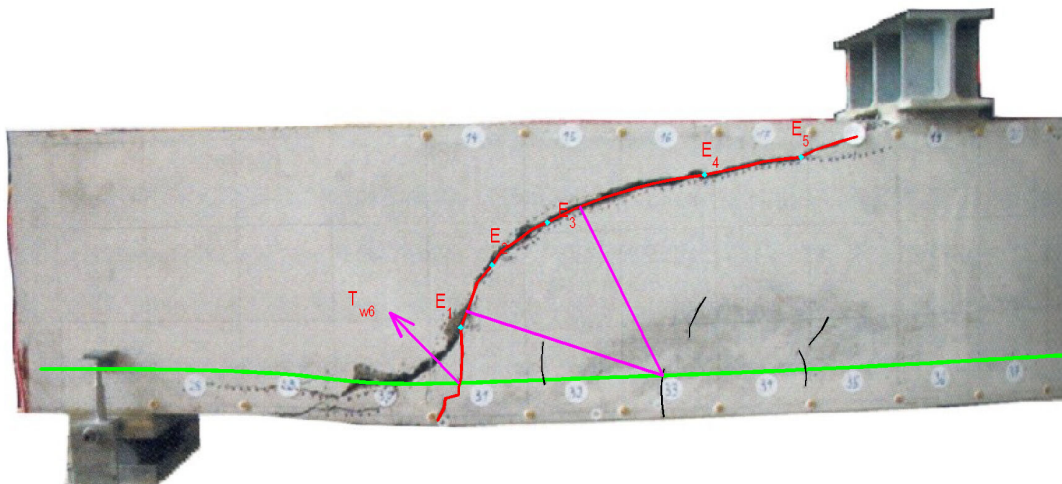


Bild A.1.41: Entwicklung des kritischen Stegrisses beim Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 unten rechts)

A.2 RISSNEIGUNGEN IM ENDAUFLAGERBEREICH

In den folgenden Beispielen sind jeweils in der Nähe der Endauflager violettrote Linien mit einer Neigung von 70° eingezeichnet. Sie bestätigen, dass gemäß dem im *Abschnitt 3.2* entwickelten Tragmodell (Zugstrebe schwenkt mit etwa 20° nach oben) tatsächlich die Rissrichtung sehr häufig die Neigung von etwa 70° aufweist.

A.2.1 Beispiele aus Heft 145 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.5]

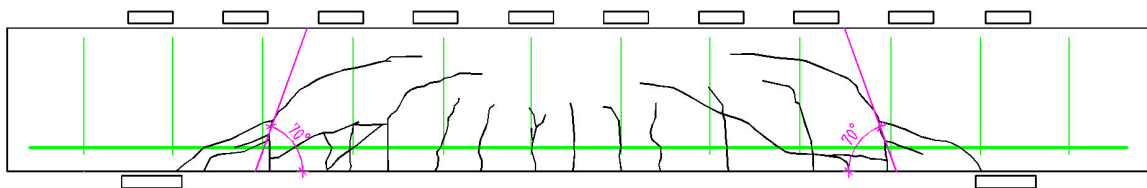


Bild A.2.1: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken A 1

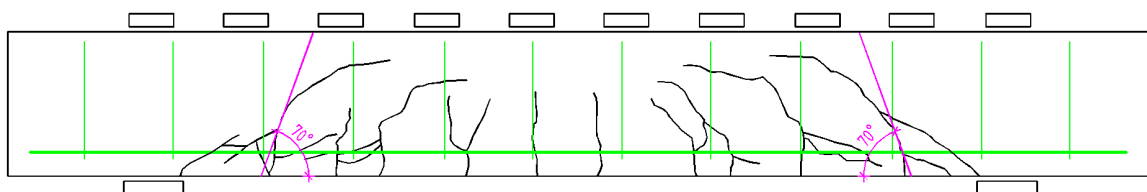


Bild A.2.2: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken A 2

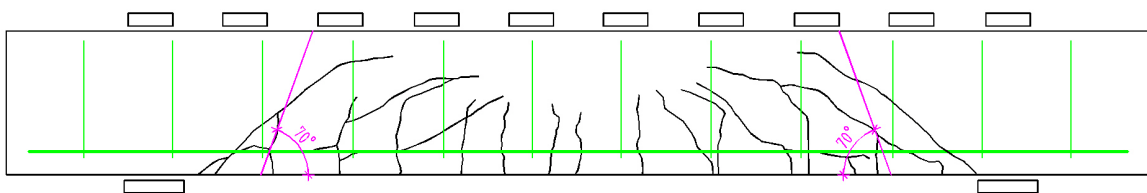


Bild A.2.3: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken A 3

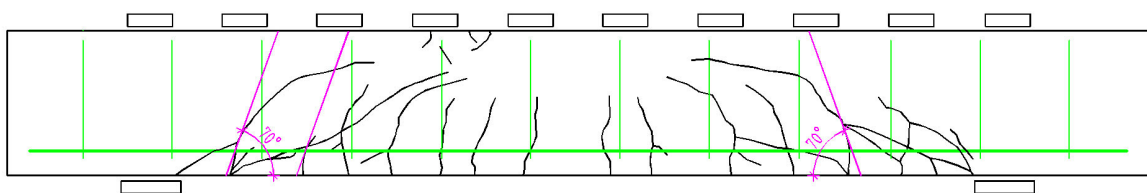


Bild A.2.4: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken A 4

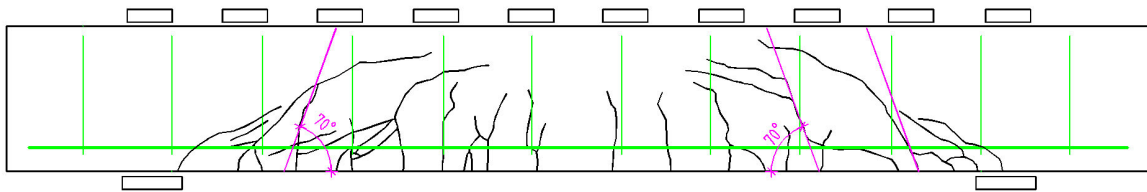


Bild A.2.5: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken A 5

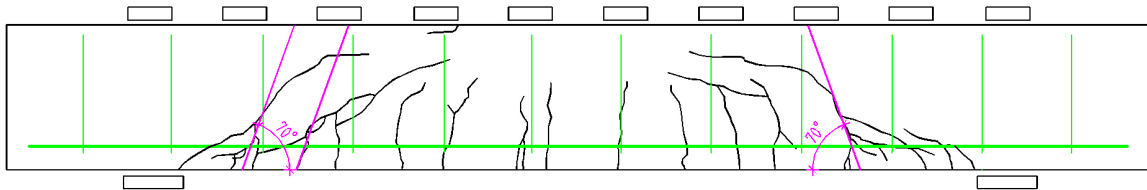


Bild A.2.6: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken A 6

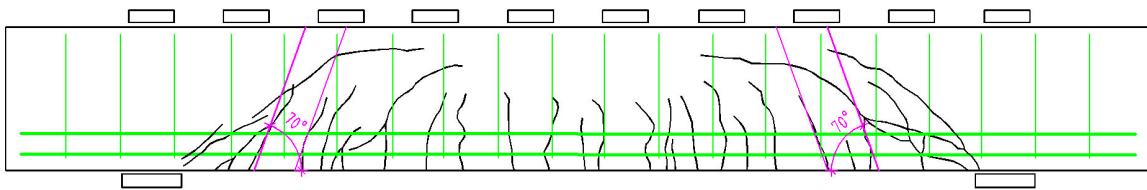


Bild A.2.7: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken B 1

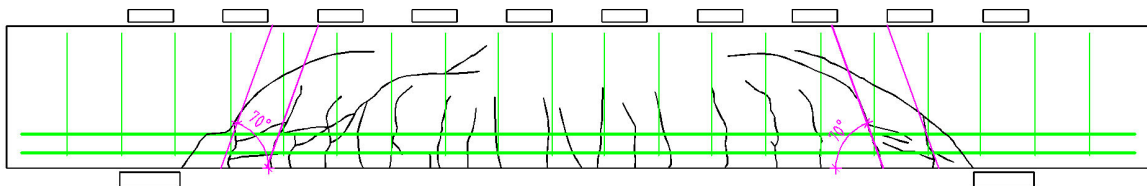


Bild A.2.8: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken B 2

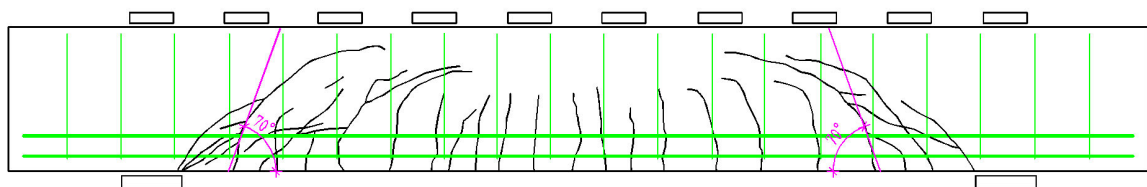


Bild A.2.9: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken B 3

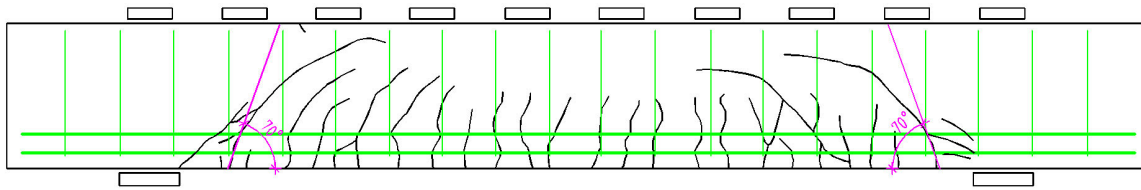


Bild A.2.10: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken B 4

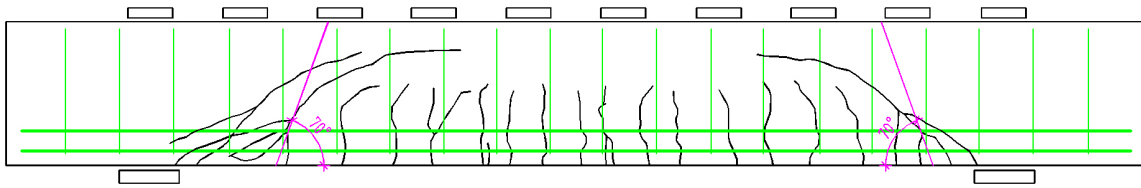


Bild A.2.11: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken B 5

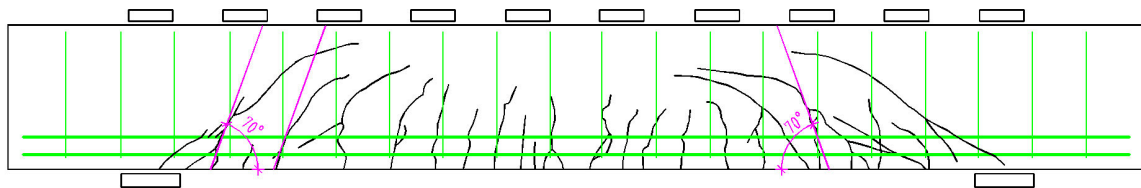


Bild A.2.12: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken B 6

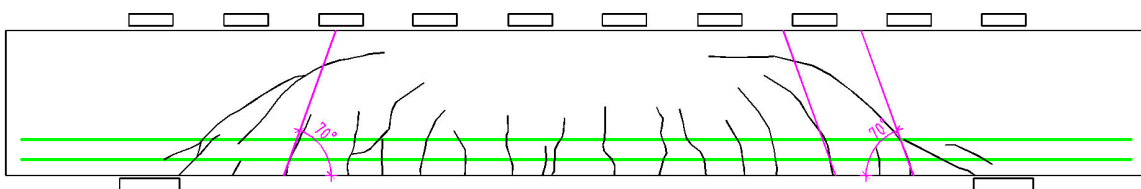


Bild A.2.13: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 1

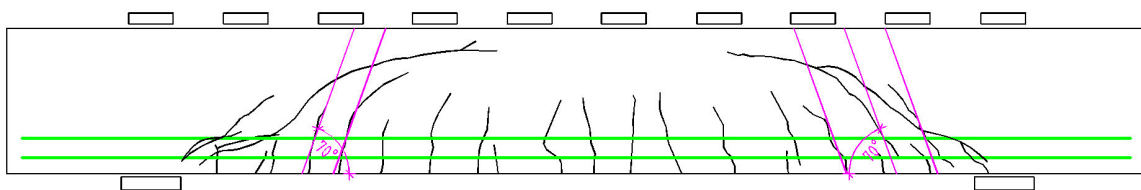


Bild A.2.14: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 2

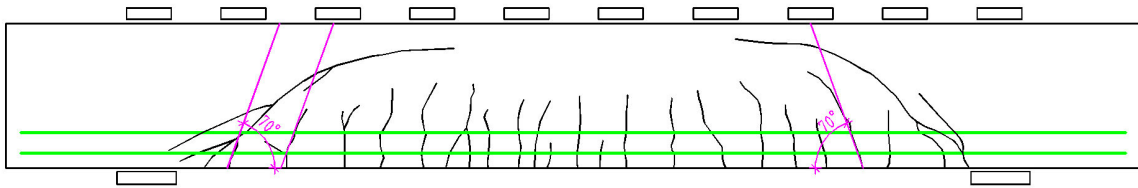


Bild A.2.15: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 3

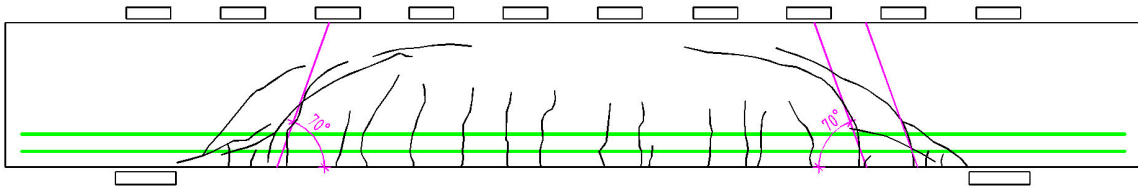


Bild A.2.16: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 4

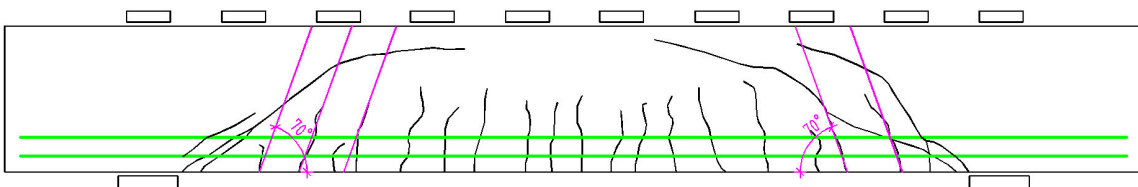


Bild A.2.17: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 5

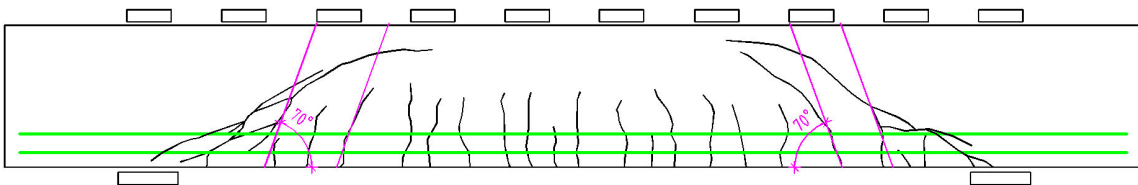


Bild A.2.18: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken BO 6

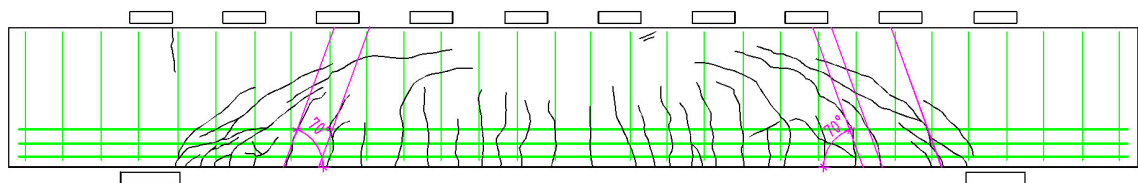


Bild A.2.19: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 1

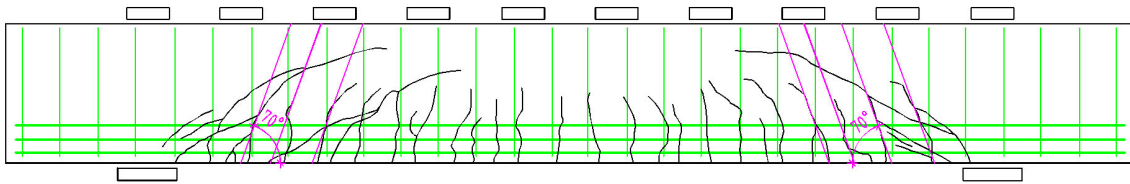


Bild A.2.20: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 2

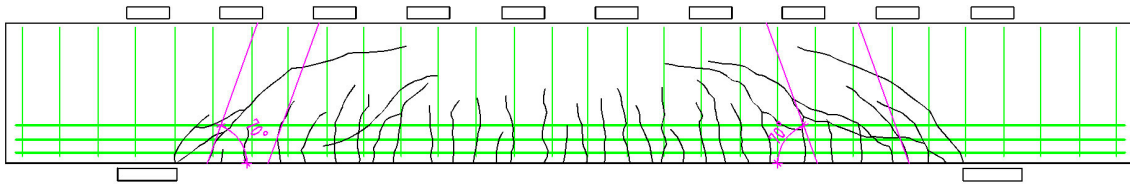


Bild A.2.21: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 3

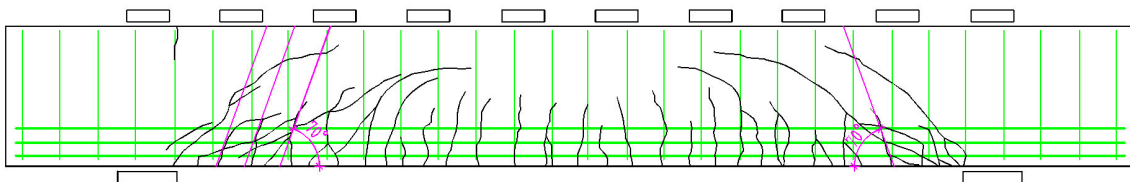


Bild A.2.22: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 4

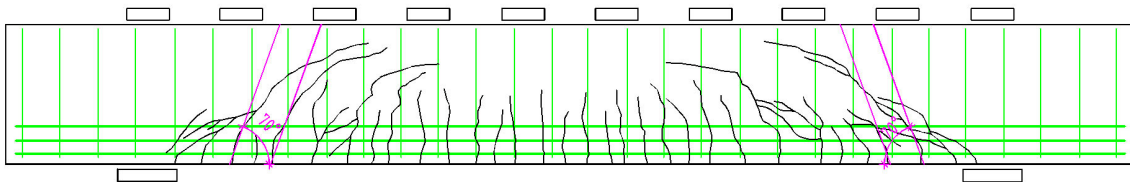


Bild A.2.23: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 5

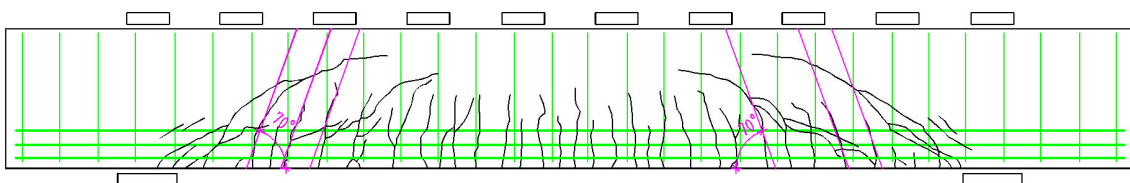


Bild A.2.24: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken C 6

A.2.2 Beispiele aus Heft 151 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.4]

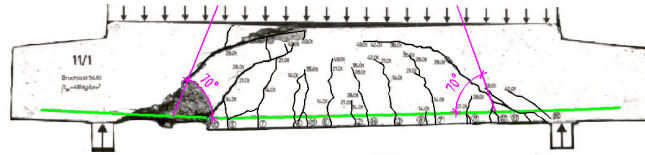


Bild A.2.25: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 11/1

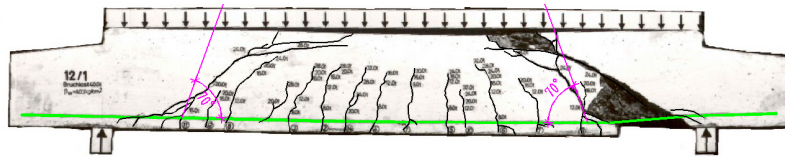


Bild A.2.26: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 12/1

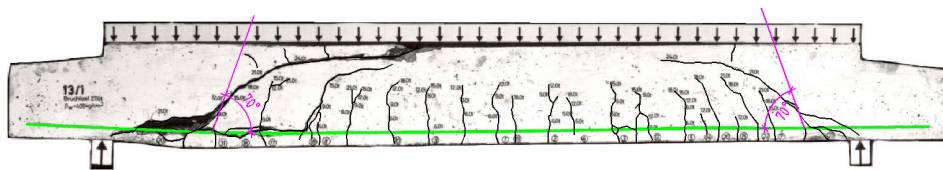


Bild A.2.27: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 13/1

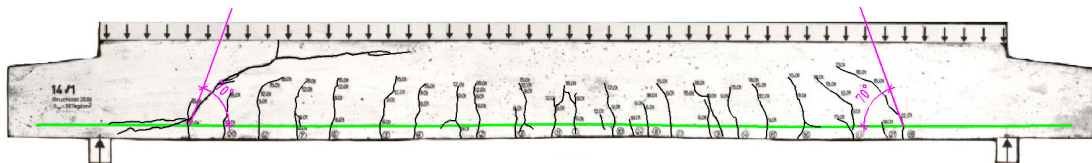


Bild A.2.28: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 14/1

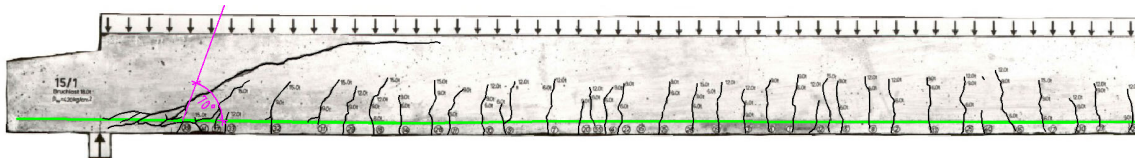


Bild A.2.29: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 15/1 (linker Teil)

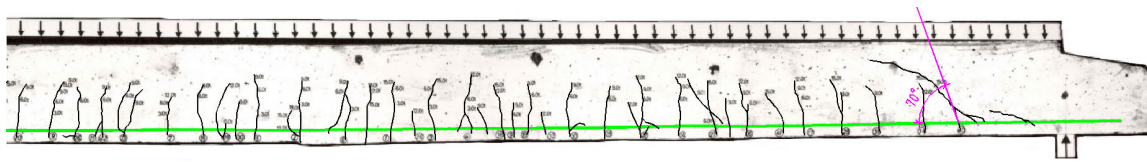


Bild A.2.30: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken 16/1 (rechter Teil)

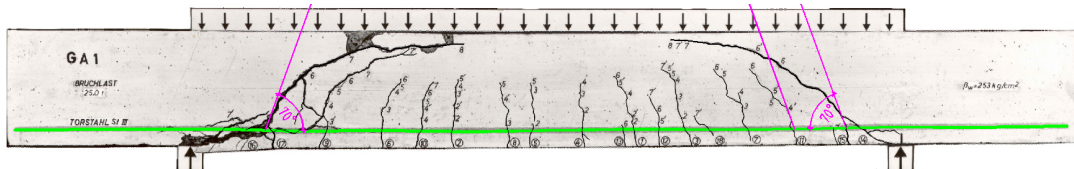


Bild A.2.31: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken GA 1

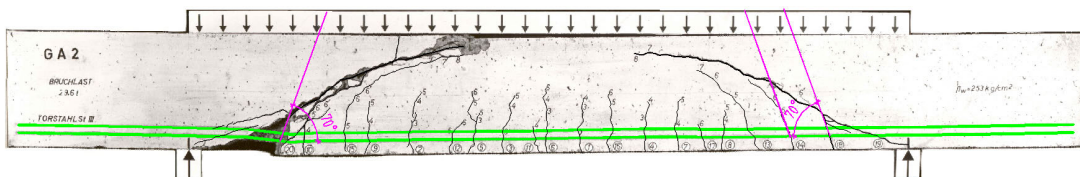


Bild A.2.32: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken GA 2

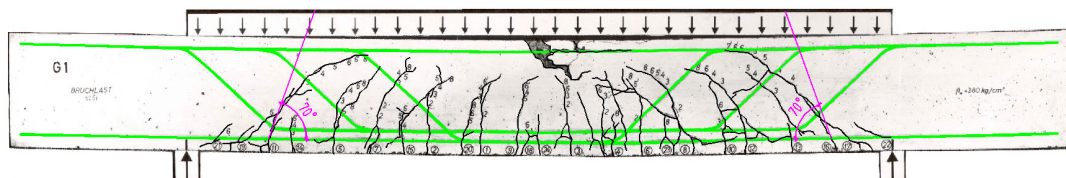


Bild A.2.33: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken G 1

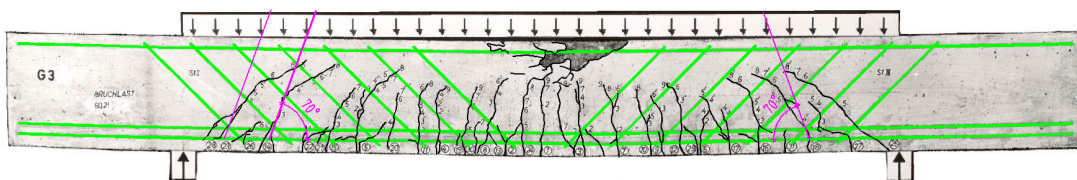


Bild A.2.34: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken G 3

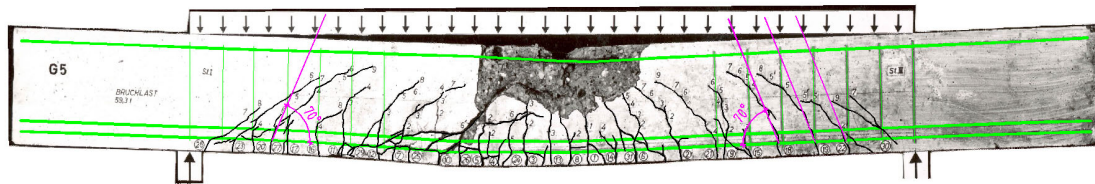


Bild A.2.35: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken G 5

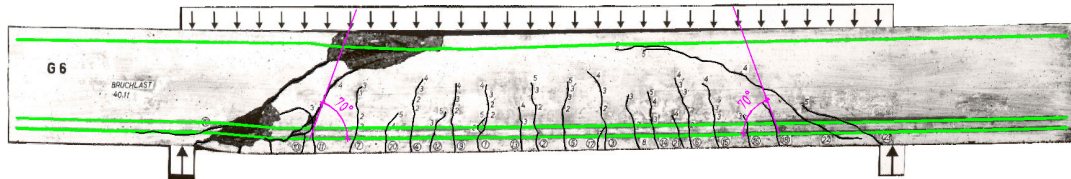


Bild A.2.36: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken G 6

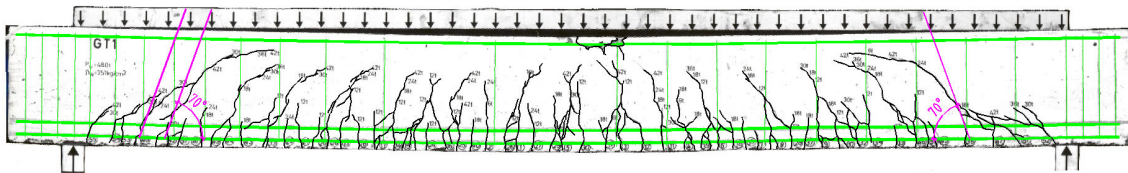


Bild A.2.37: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken GT 1

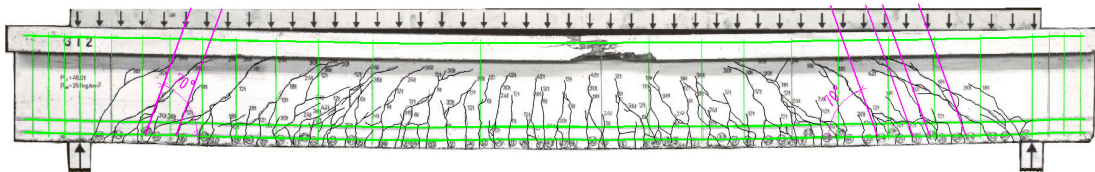


Bild A.2.38: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken GT 2

A.2.3 Beispiele aus Heft 444 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.12]

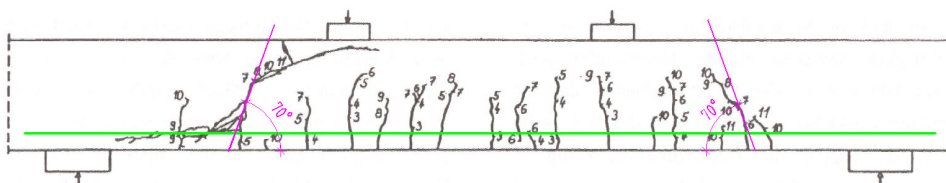


Bild A.2.39: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken nach Remmel (dort: Bild 5.8 a)

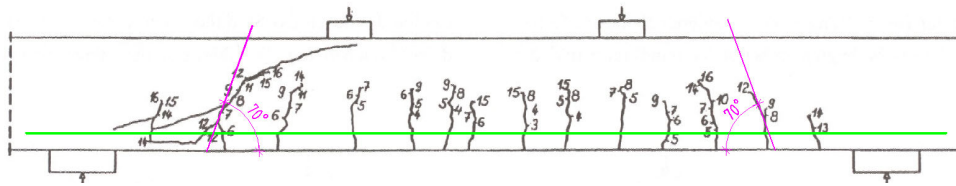


Bild A.2.40: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 b)

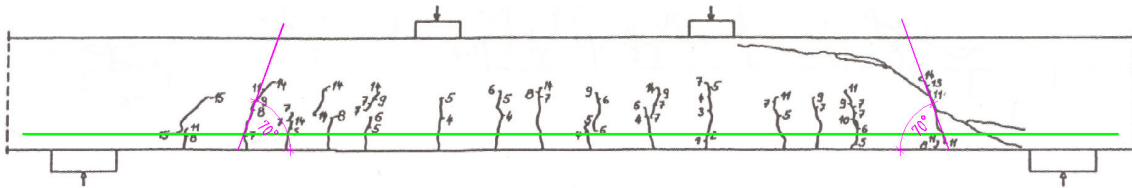


Bild A.2.41 Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 c)

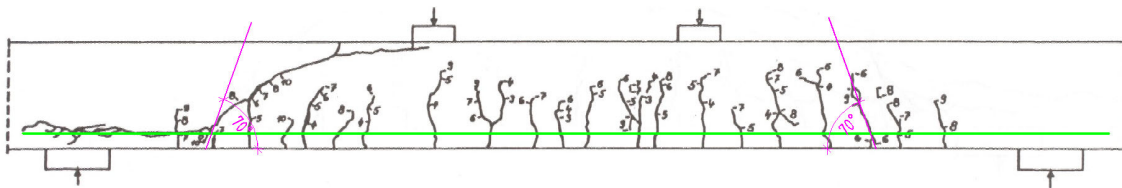


Bild A.2.42: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 d)

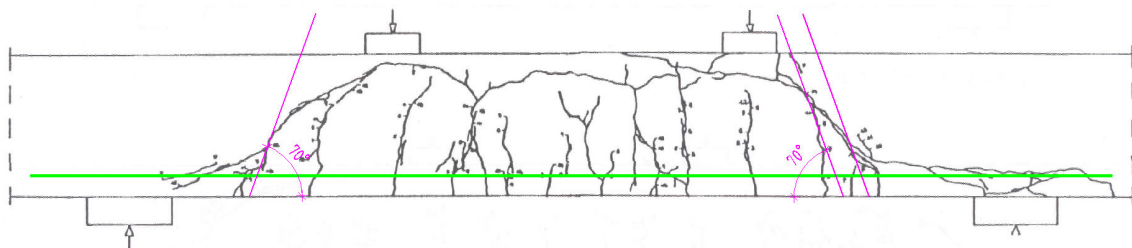


Bild A.2.43: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 oben)

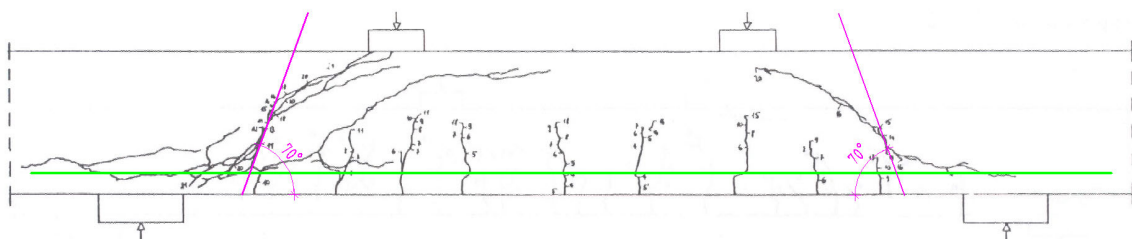


Bild A.2.44: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 unten)

A.2.4 Beispiele aus Heft 480 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.1]

Die Lage der Biegebewehrung wurde aus den Rissverläufen rekonstruiert, da in der angegebenen Literatur hierzu keine Informationen vorliegen.

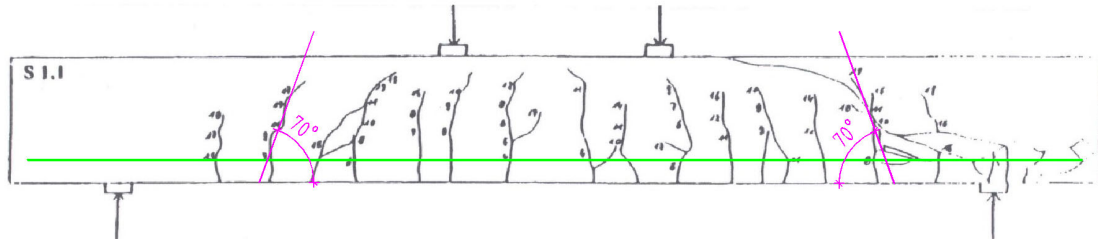


Bild A.2.45: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken S 1.1

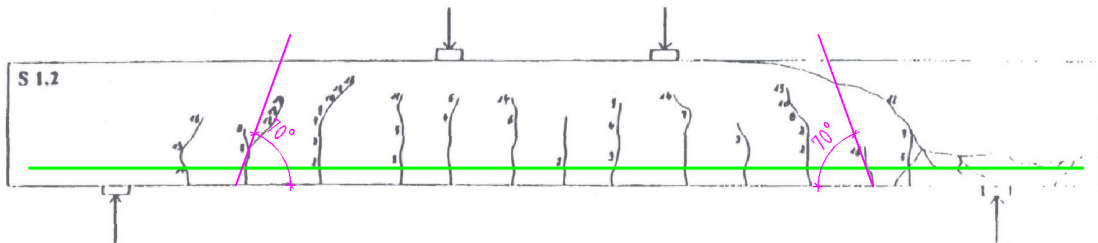


Bild A.2.46: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken S 1.2

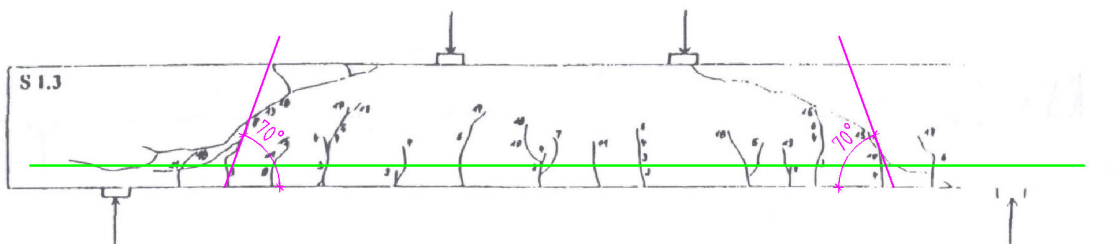


Bild A.2.47: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken S 1.3

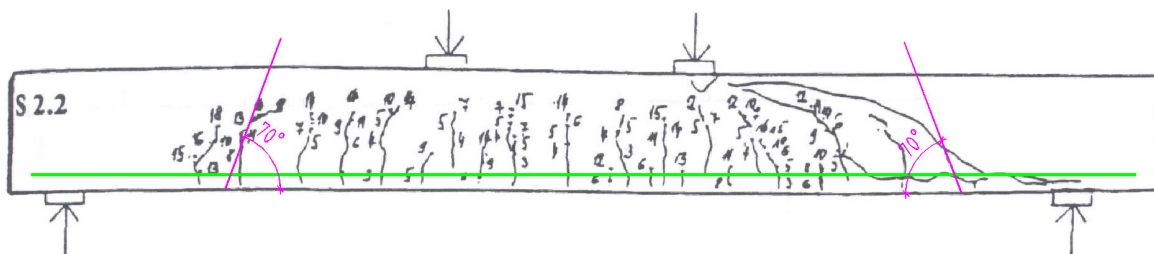


Bild A.2.48: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchs balken S 2.2

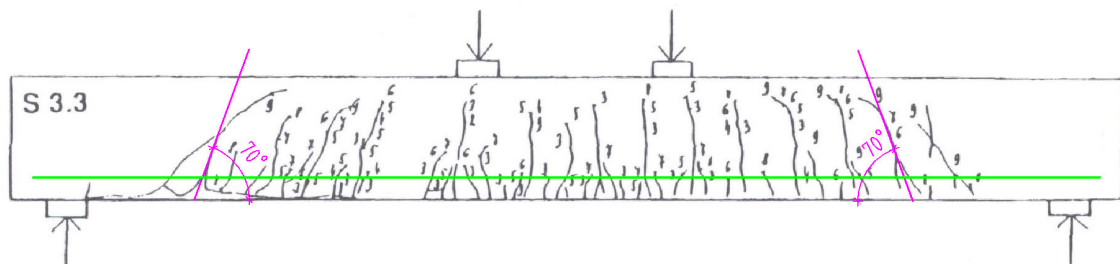


Bild A.2.49: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken S 3.3

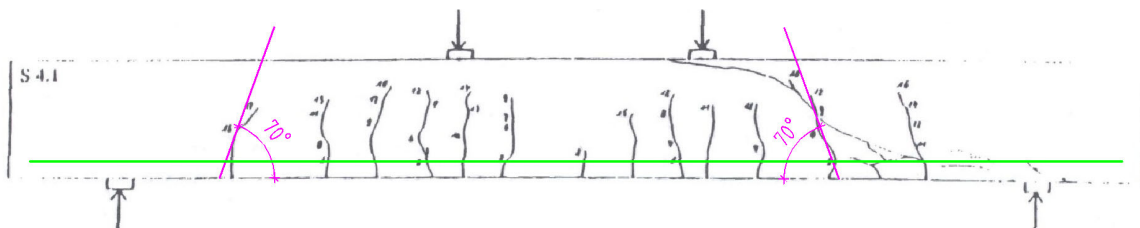


Bild A.2.50: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken S 4.1

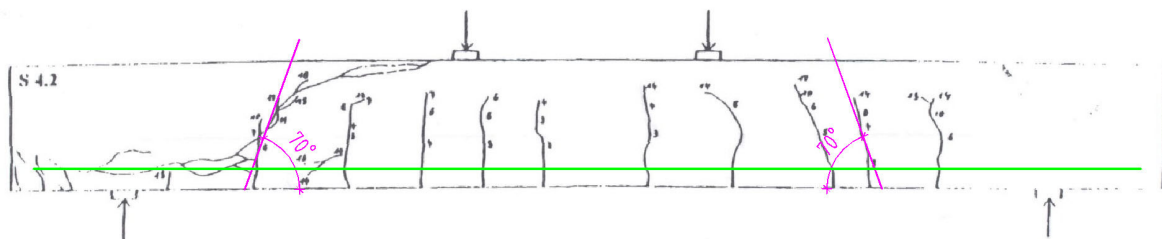


Bild A.2.51: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken S 4.2

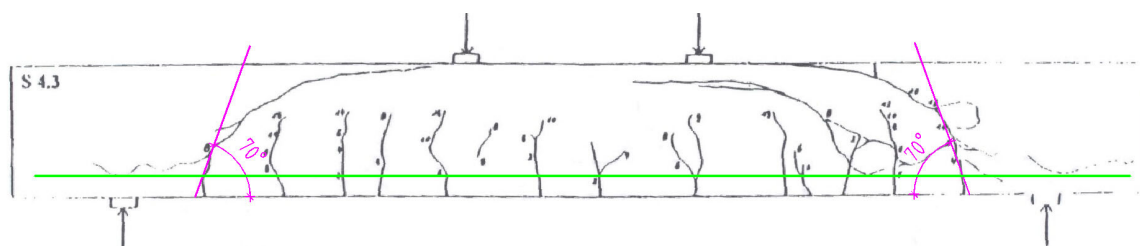


Bild A.2.52: Neigungen der Risse nahe am Auflager beim Versuchsbalken S 4.3

A.3 KRITISCHE STEGRISSE IM BEREICH VON DRUCKGEWÖLBEN

Im Folgenden sind weitere Beispiele für die in *Abschnitt 4.3* erörterten Druckgewölbe bei gedungenen Trägern unter Gleichlast mit zugehörigen Rissen dargestellt.

A.3.1 Beispiele aus Heft 145 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.5]

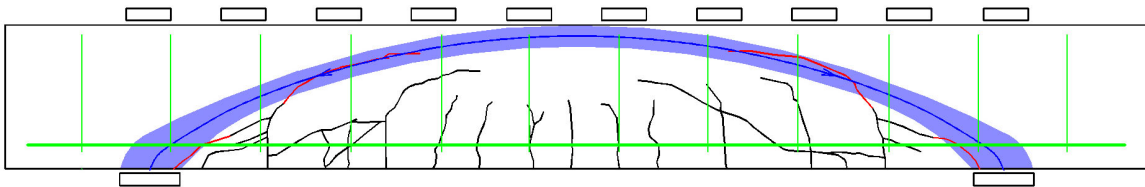


Bild A.3.1: Balken A 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

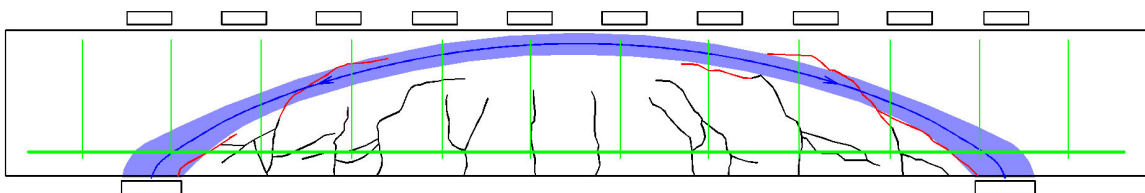


Bild A.3.2: Balken A 2 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

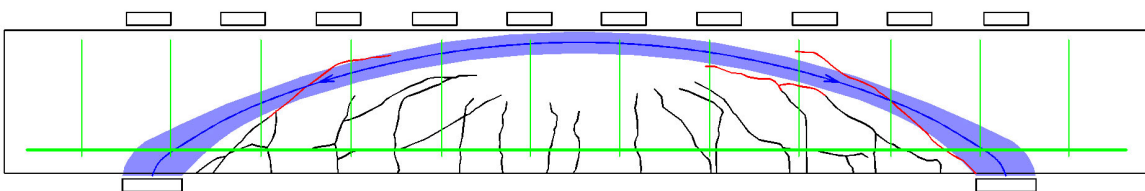


Bild A.3.3: Balken A 3 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

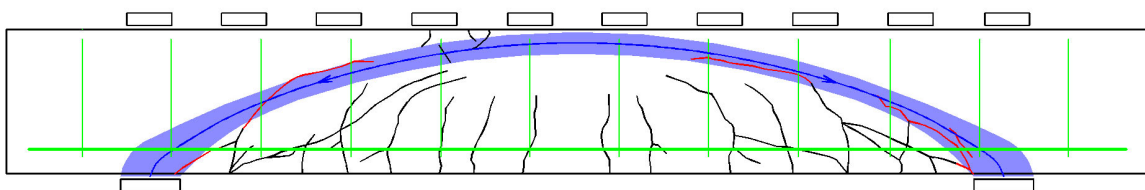


Bild A.3.4: Balken A 4 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

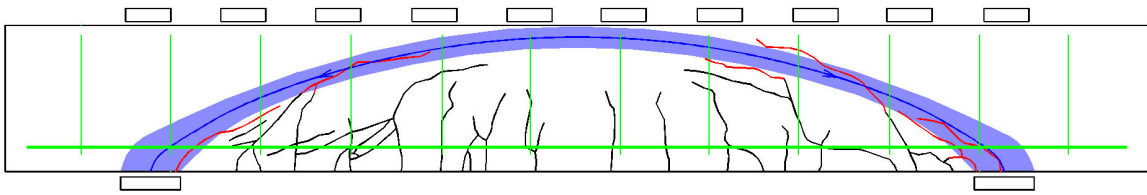


Bild A.3.5: Balken A 5 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

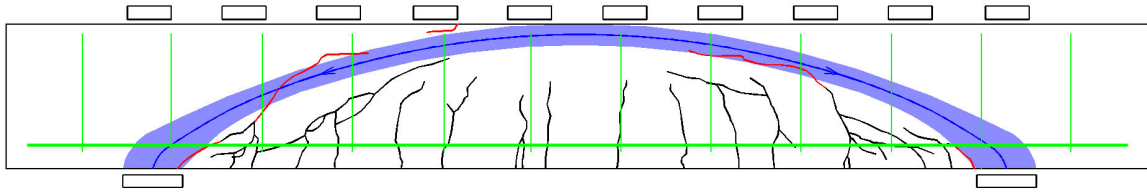


Bild A.3.6: Balken A 6 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

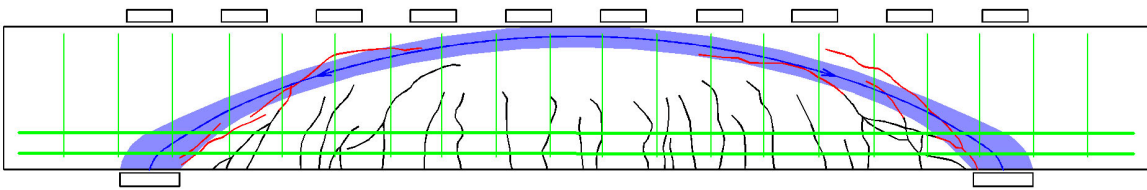


Bild A.3.7: Balken B 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

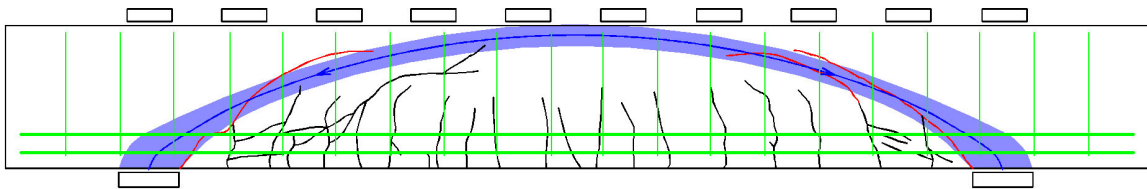


Bild A.3.8: Balken B 2 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

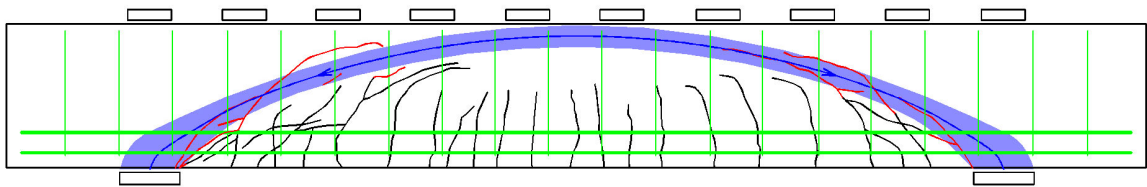


Bild A.3.9: Balken B 3 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

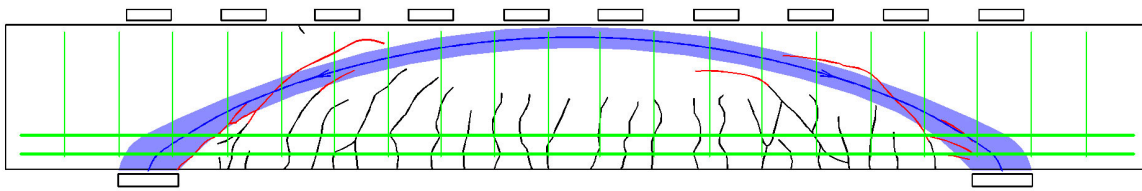


Bild A.3.10: Balken B 4 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

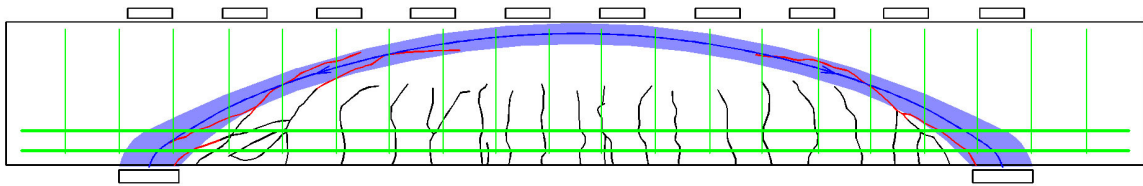


Bild A.3.11: Balken B 5 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

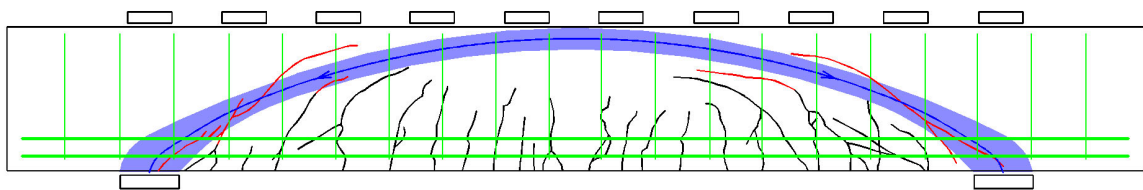


Bild A.3.12: Balken B 6 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

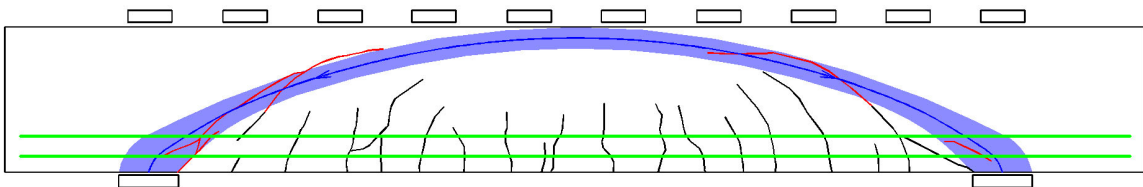


Bild A.3.13: Balken BO 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

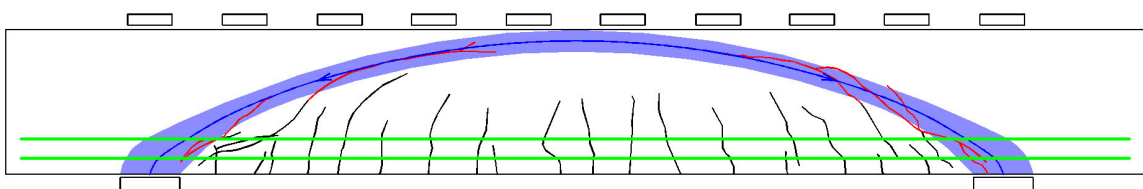


Bild A.3.14: Balken BO 2 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

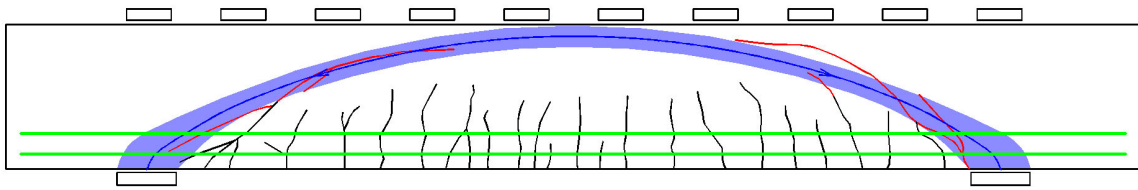


Bild A.3.15: Balken BO 3 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

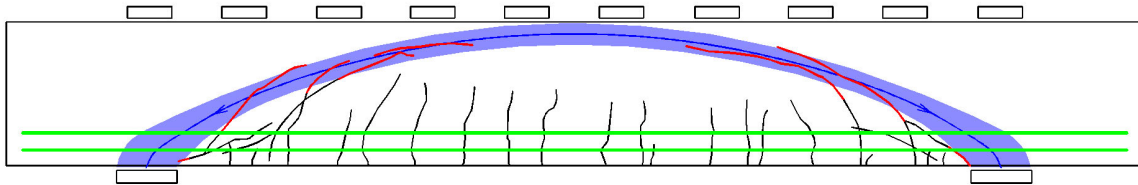


Bild A.3.16: Balken BO 4 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

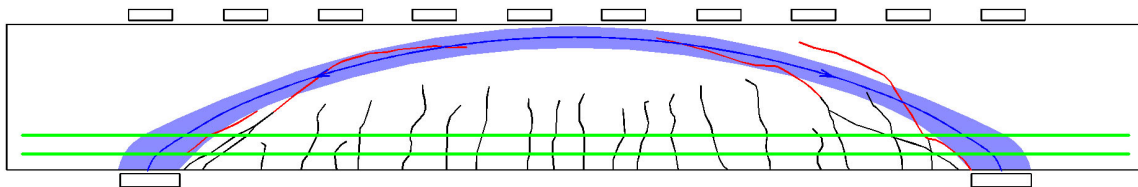


Bild A.3.17: Balken BO 5 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

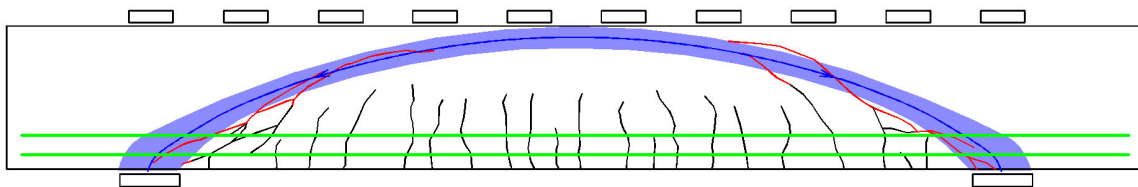


Bild A.3.18: Balken BO 6 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

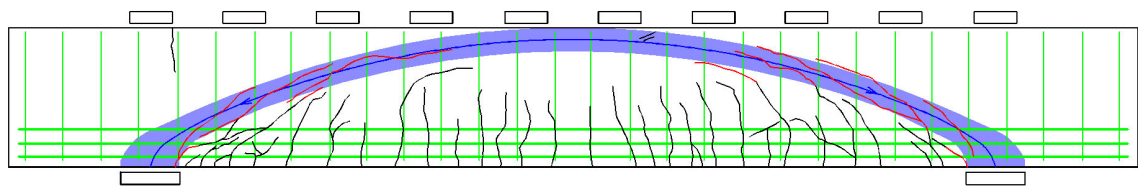


Bild A.3.19: Balken C 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

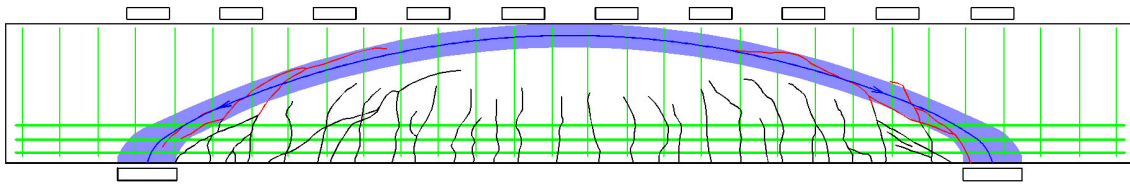


Bild A.3.20: Balken C 2 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

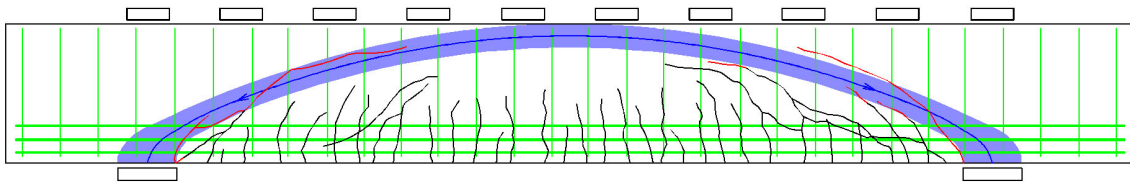


Bild A.3.21: Balken C 3 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

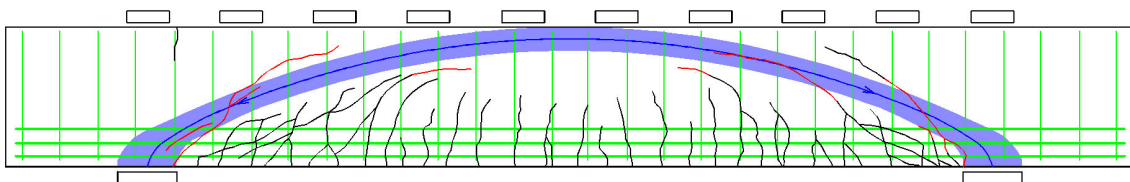


Bild A.3.22: Balken C 4 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

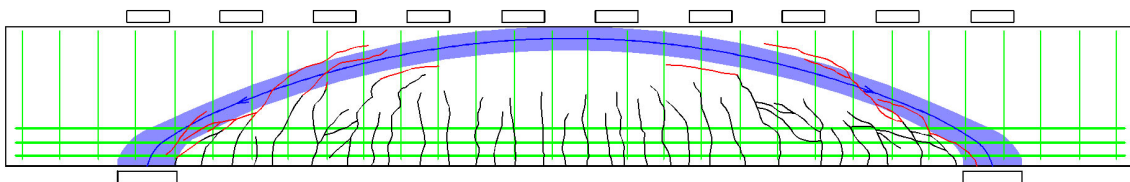


Bild A.3.23: Balken C 5 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

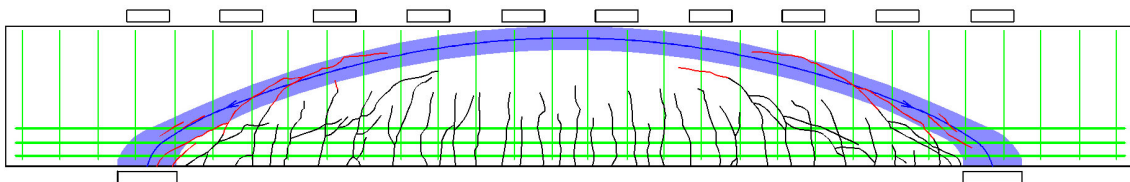


Bild A.3.24: Balken C 6 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

A.3.2 Beispiele aus Heft 151 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.4]

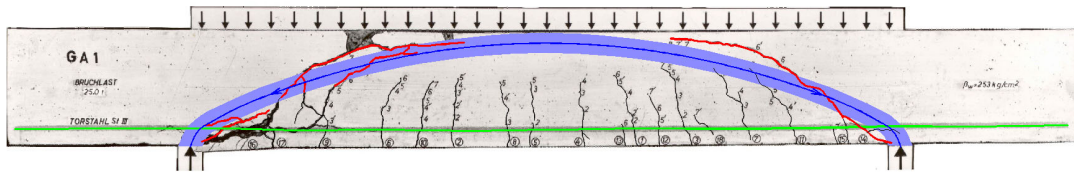


Bild A.3.25: Balken GA 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

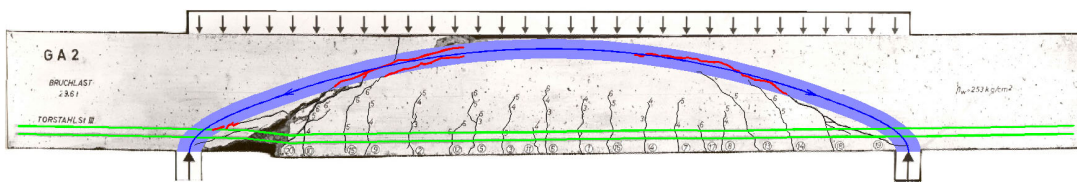


Bild A.3.26: Balken GA 2 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

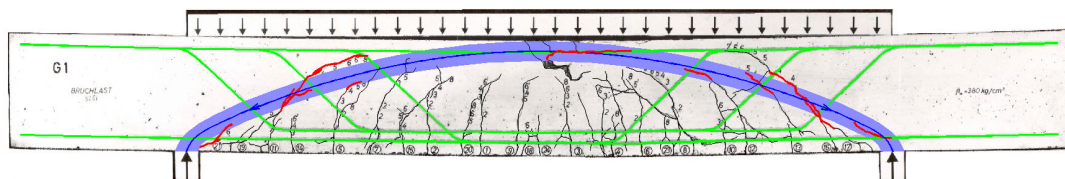


Bild A.3.27: Balken G 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

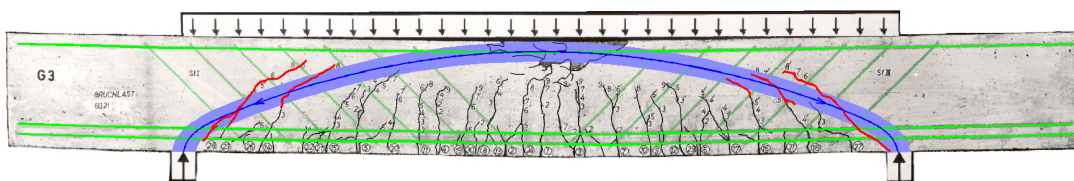


Bild A.3.28: Balken G 3 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

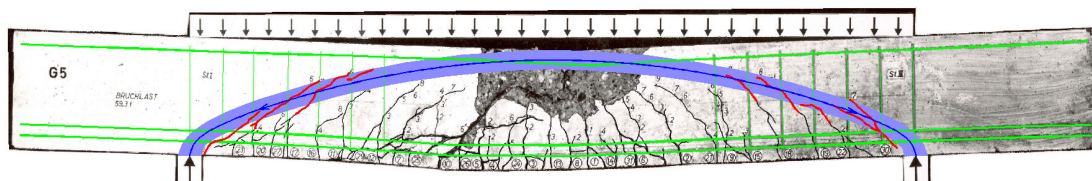


Bild A.3.29: Balken G 5 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

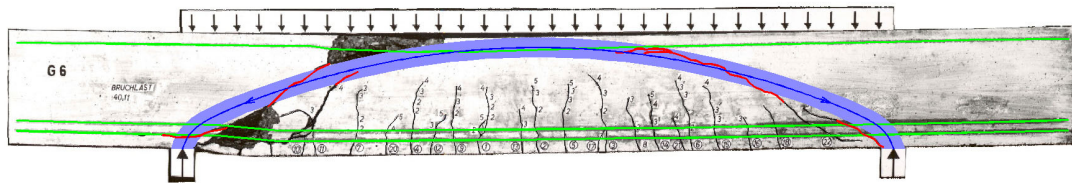


Bild A.3.30: Balken G 6 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

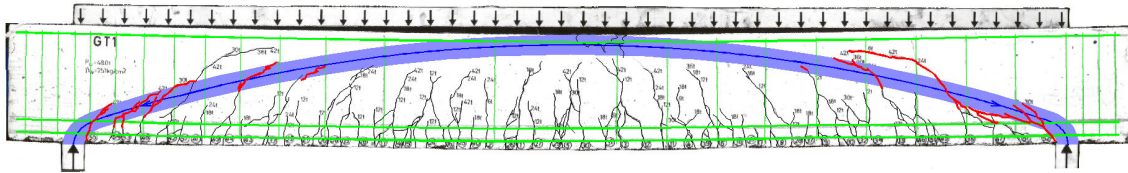


Bild A.3.31: Balken GT 1 mit überlagerter Druckparabel und zugehörigen Rissen

A.4 BEISPIELE ZUR 45°-REGEL

Im Folgenden sind weitere Beispiele für die im *Abschnitt 4.4* aufgezeigte 45°-Regel zusammengestellt, bei der Sekundärrisse nach dem Versagen des Teil-Zuggewölbes im Zustand II.1D_i sehr häufig unter 45° entstehen. Am Fußpunkt der 45°-Linien entstehen auch häufig Biegerisse.

A.4.1 Beispiele aus Heft 151 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.4]

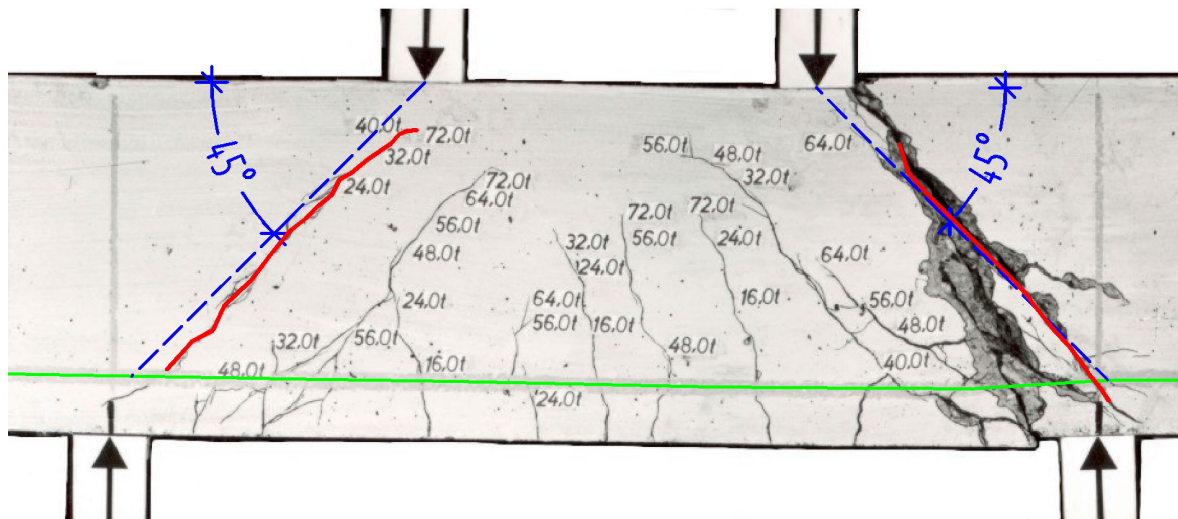


Bild A.4.1: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 1 mit radialen Abschnitten (hier jedoch vor Allem bedingt durch Spaltzug)

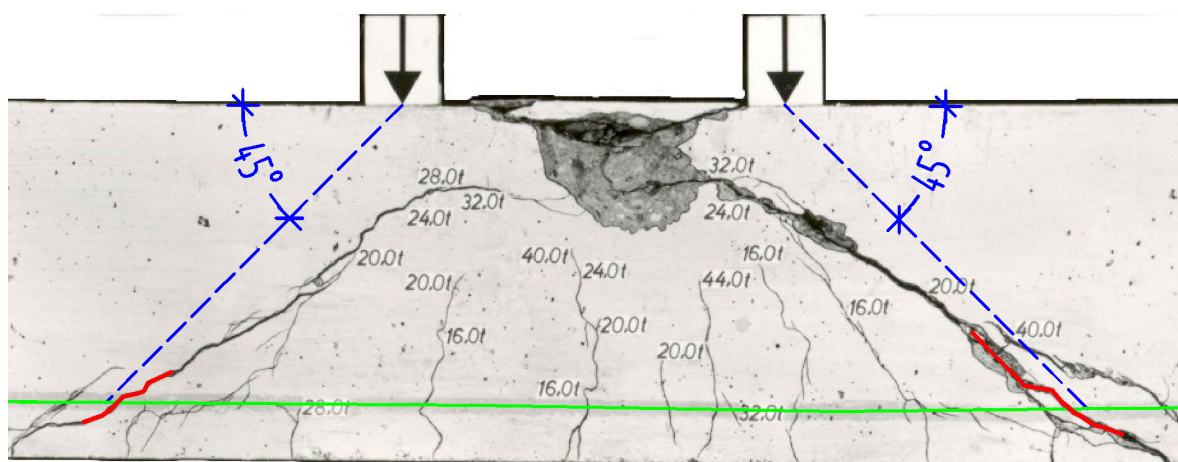


Bild A.4.2: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 2 mit radialen Abschnitten

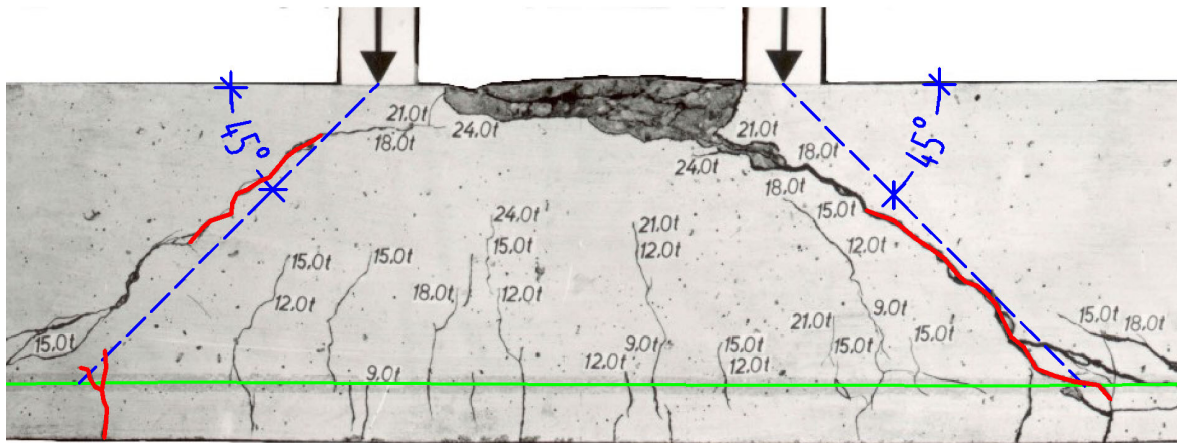


Bild A.4.3: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 3 mit radialen Abschnitten

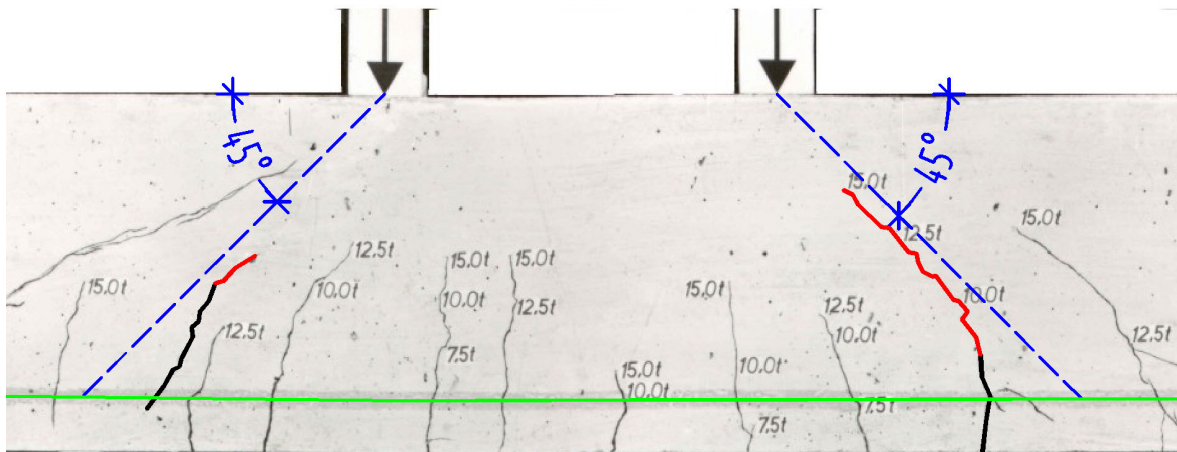


Bild A.4.4: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 4 mit radialen Abschnitten

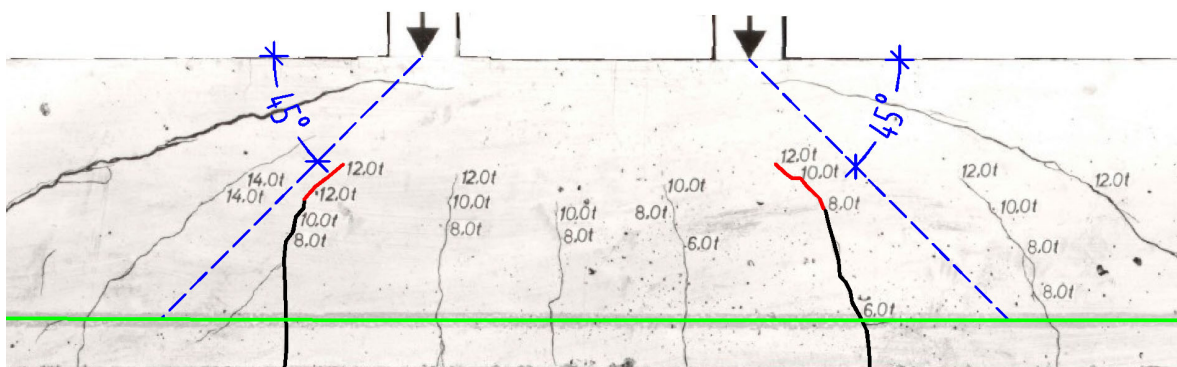


Bild A.4.5: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 5 mit radialen Abschnitten

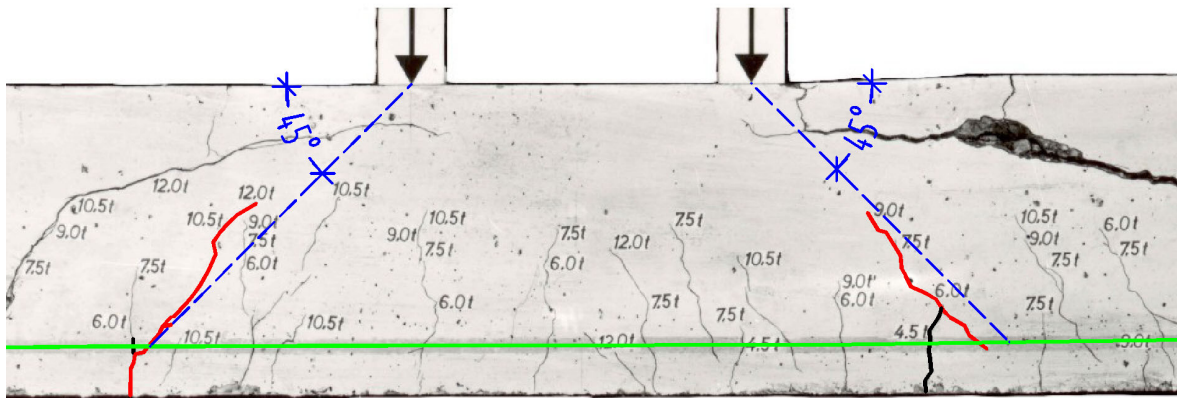


Bild A.4.6: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 6 mit radialen Abschnitten

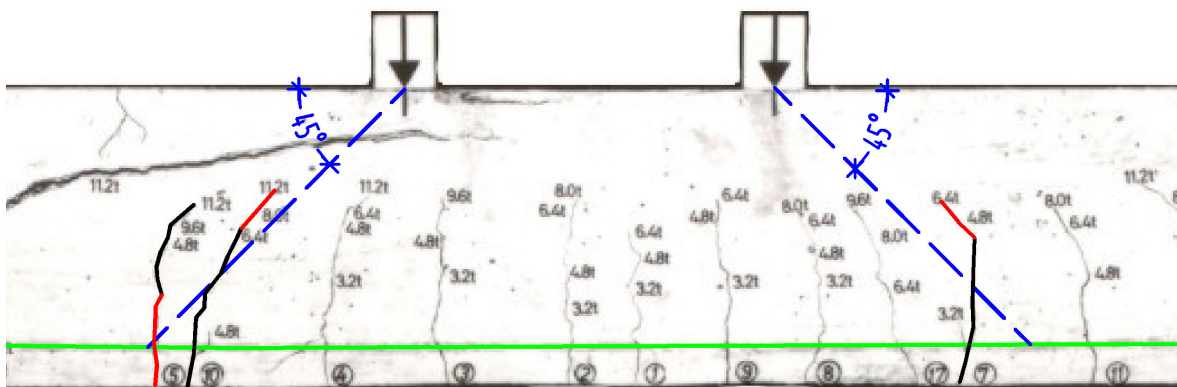


Bild A.4.7: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 7/1 mit radialen Abschnitten

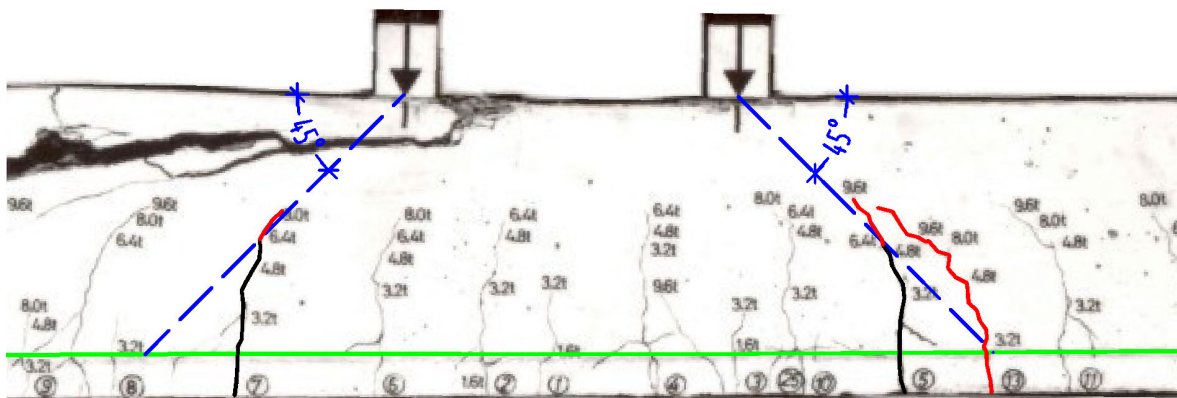


Bild A.4.8: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens 8/1 mit radialen Abschnitten

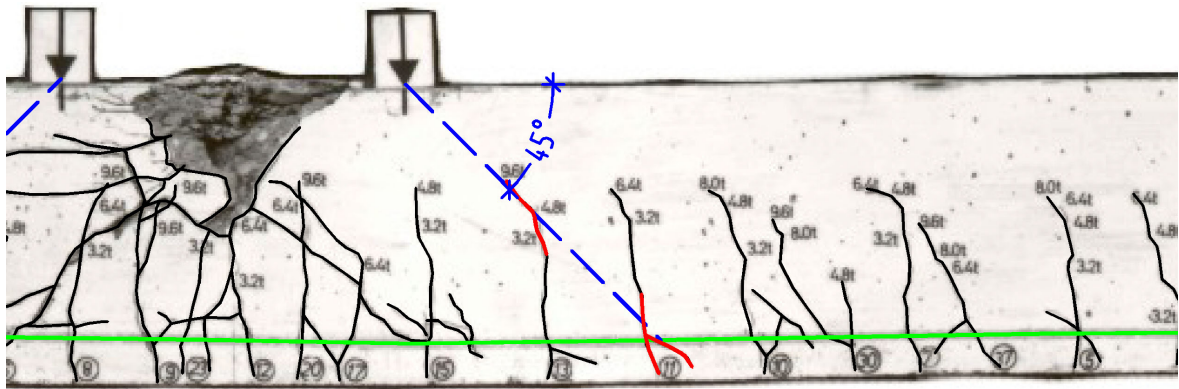


Bild A.4.12: Risse im Krafterleitungsbereich (rechter Teil) des Balkens 10/1 mit radialem Abschnitt

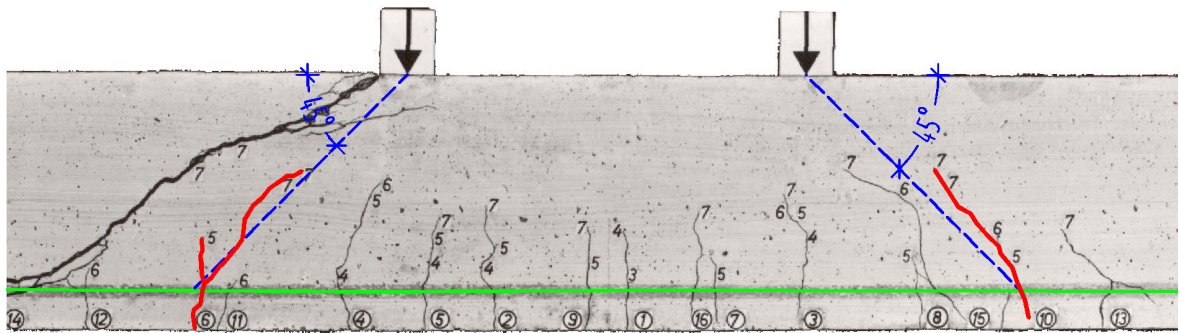


Bild A.4.13: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens EA 1 mit radialen Abschnitten

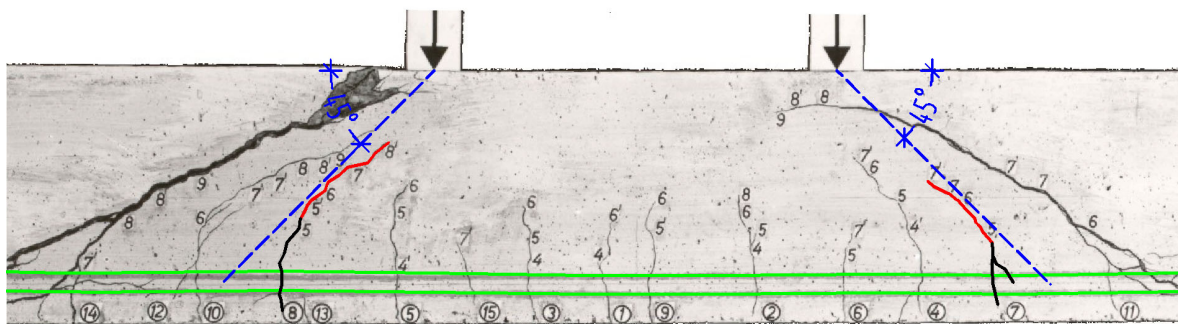


Bild A.4.14: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens EA 2 mit radialen Abschnitten

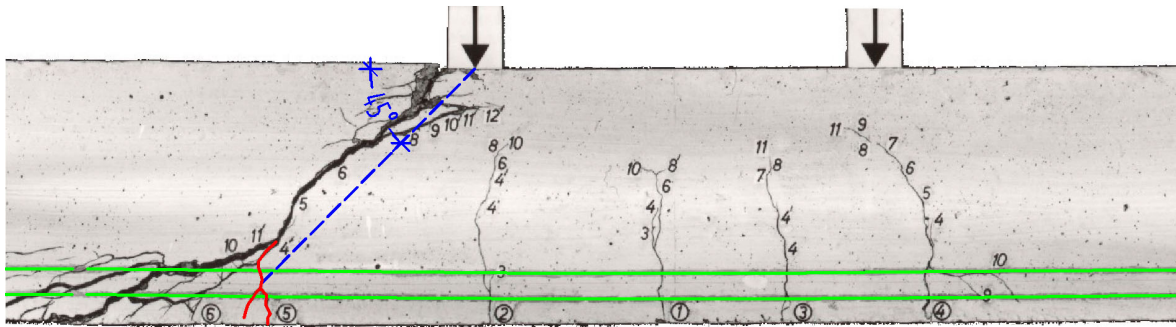


Bild A.4.15: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens EB 2 mit radialem Abschnitt

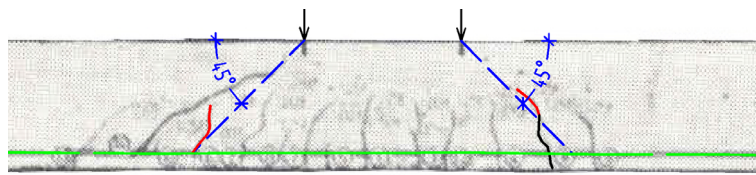


Bild A.4.16: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens D 1/1 mit radialen Abschnitten

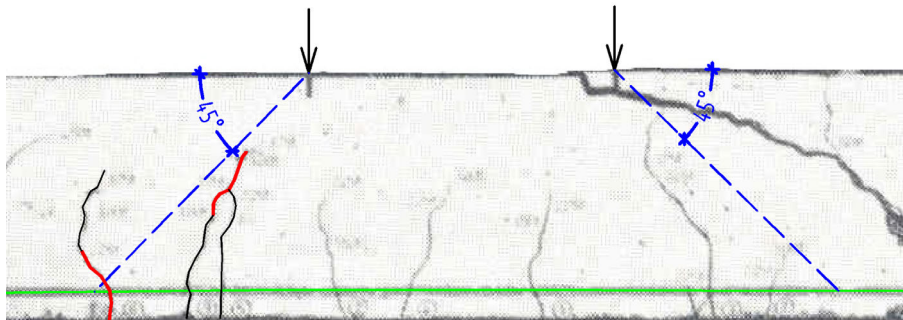


Bild A.4.17: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens D 2/2 mit radialen Abschnitten



Bild A.4.18: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens D 3/2 mit radialen Abschnitten

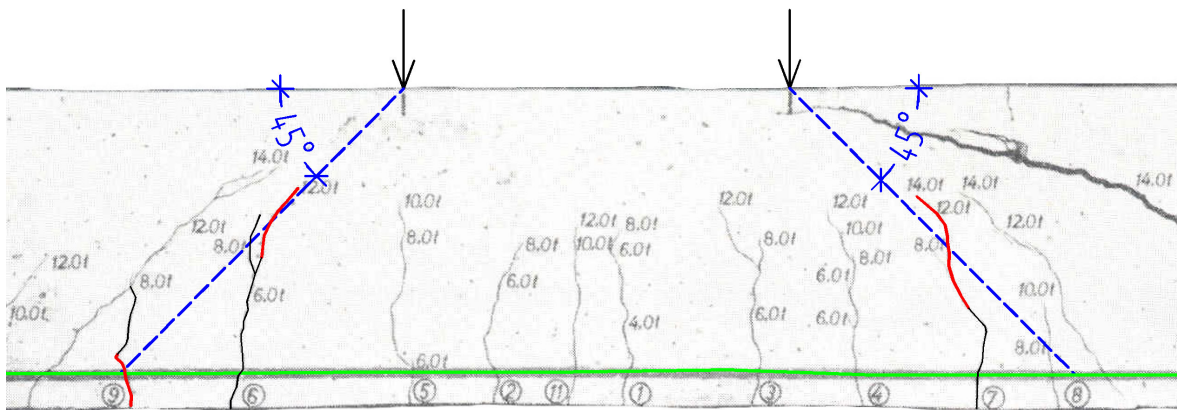


Bild A.4.19: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens D 4/1 mit radialen Abschnitten

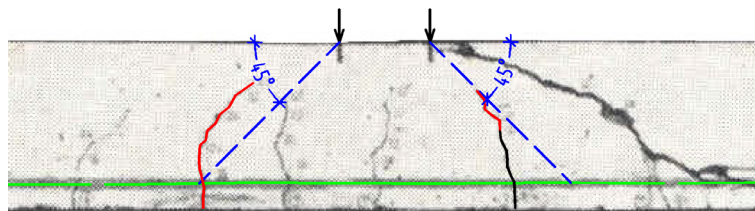


Bild A.4.20: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens C 1 mit radialen Abschnitten

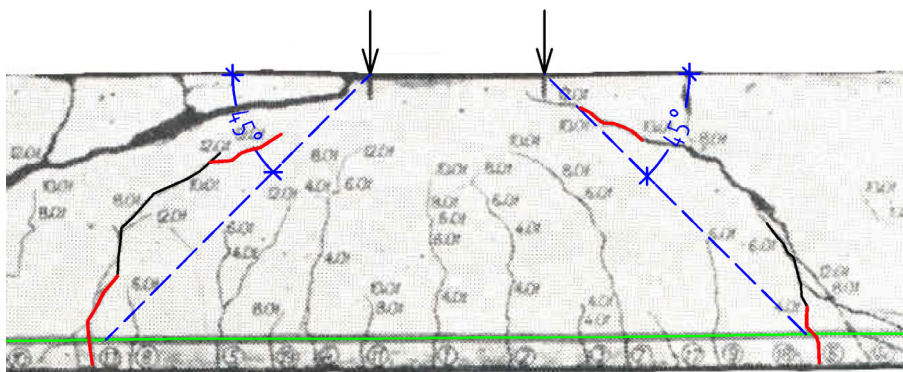


Bild A.4.21: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens C 2 mit radialen Abschnitten

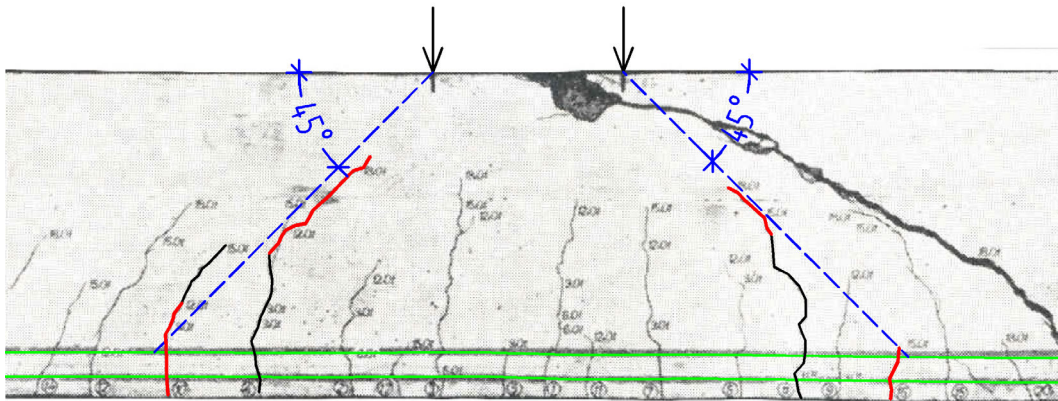


Bild A.4.22: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens C 3 mit radialen Abschnitten

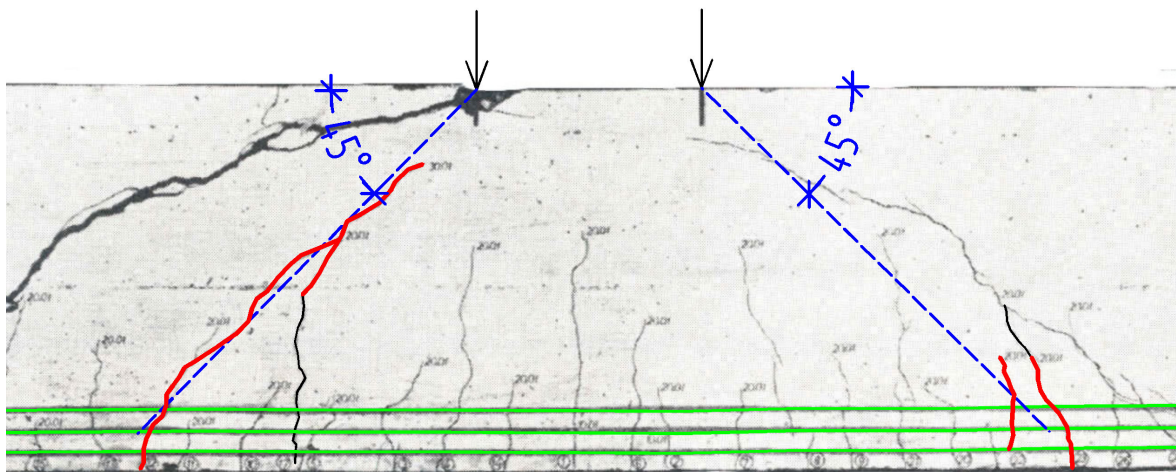


Bild A.4.23: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens C 4 mit radialen Abschnitten

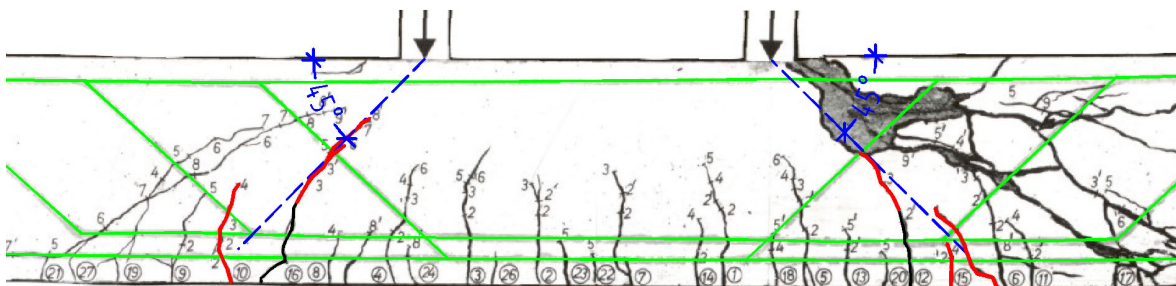


Bild A.4.24: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens E 1 mit radialen Abschnitten

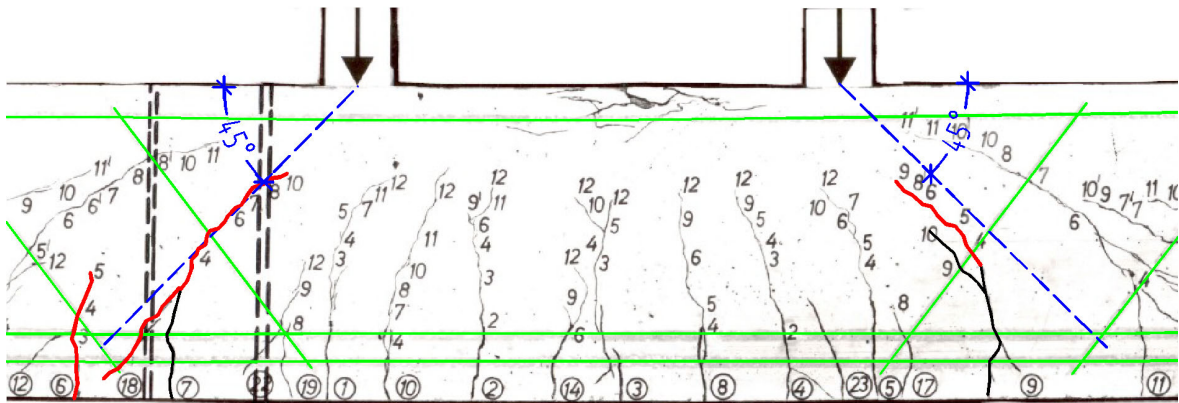


Bild A.4.25: Risse im Krafteinleitungsbereich des Balkens E 2 mit radialen Abschnitten

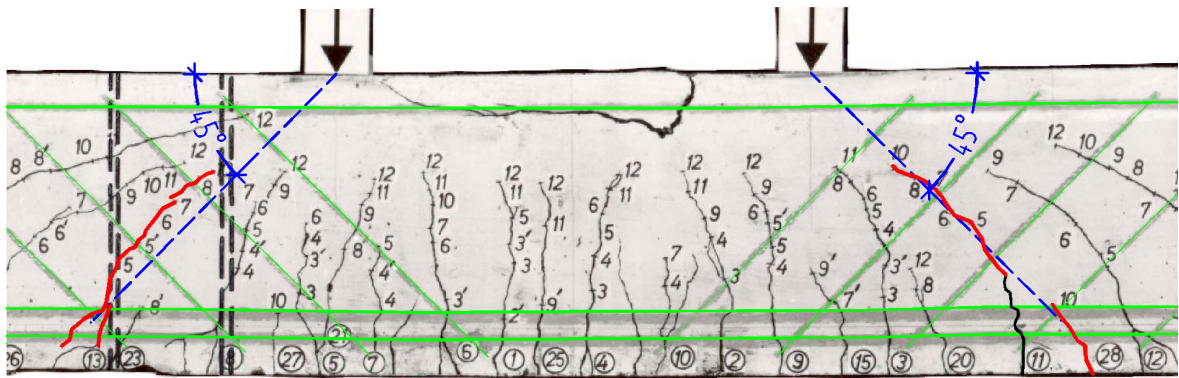


Bild A.4.26: Risse im Krafteinleitungsbereich des Balkens E 3 mit radialen Abschnitten

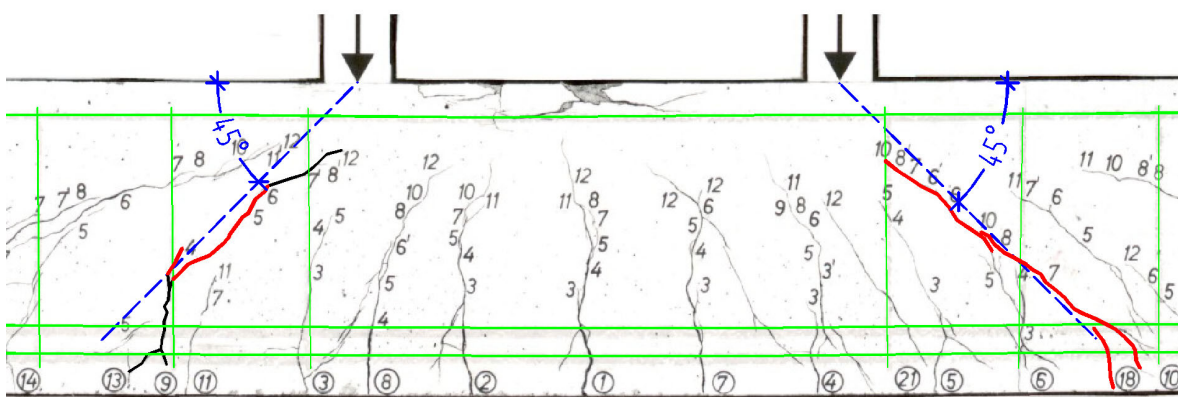


Bild A.4.27: Risse im Krafteinleitungsbereich des Balkens E 4 mit radialen Abschnitten

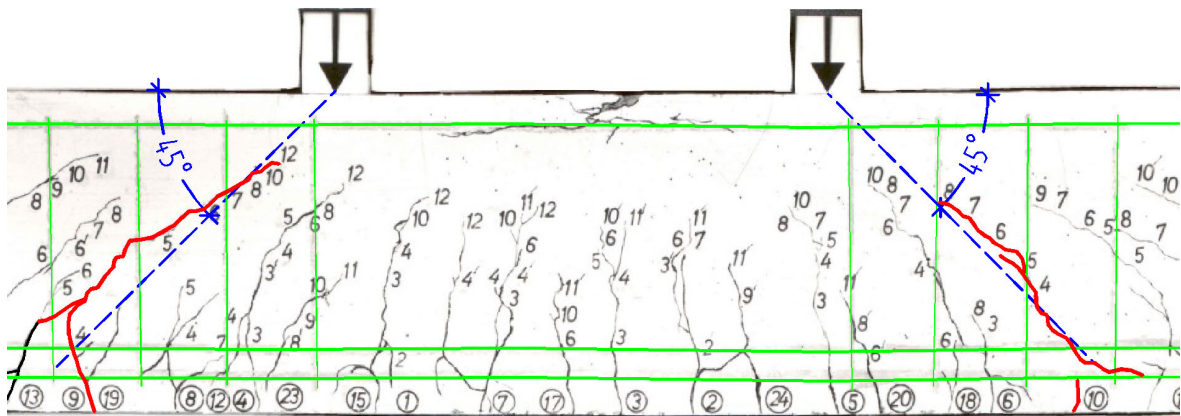


Bild A.4.28 Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens E 5/1 mit radialen Abschnitten

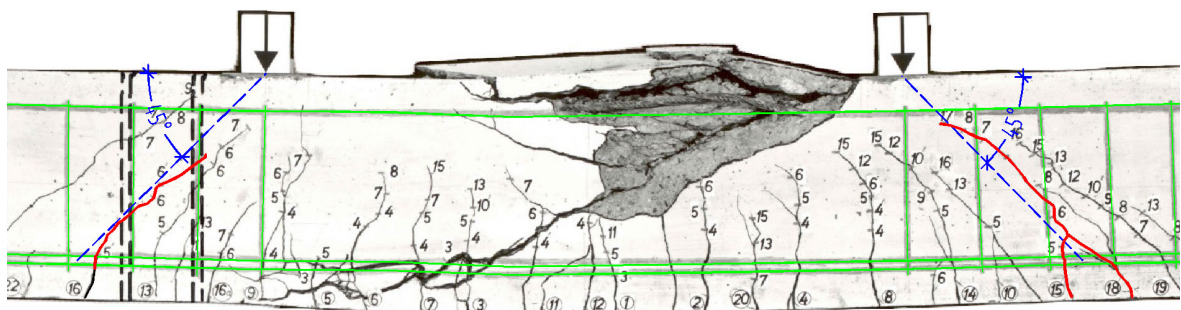


Bild A.4.29: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens E 5/2 mit radialen Abschnitten

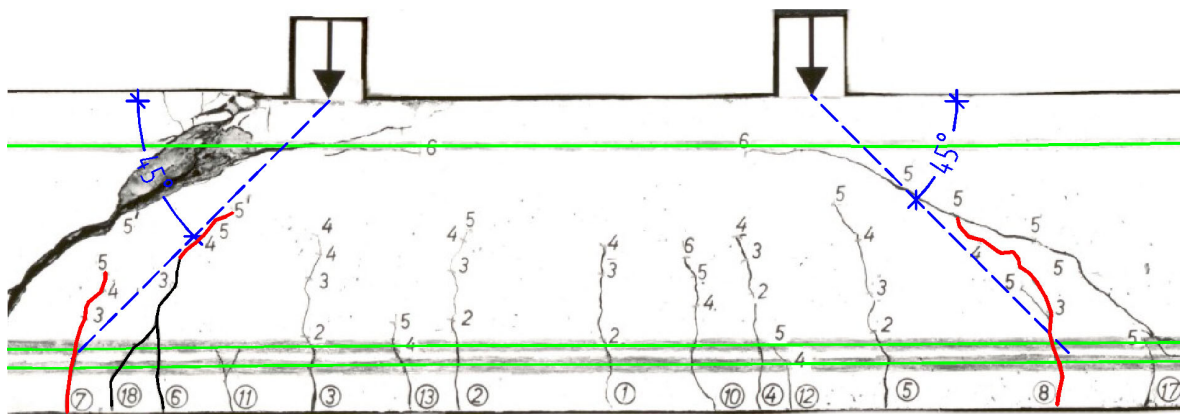


Bild A.4.30: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens E 6 mit radialen Abschnitten

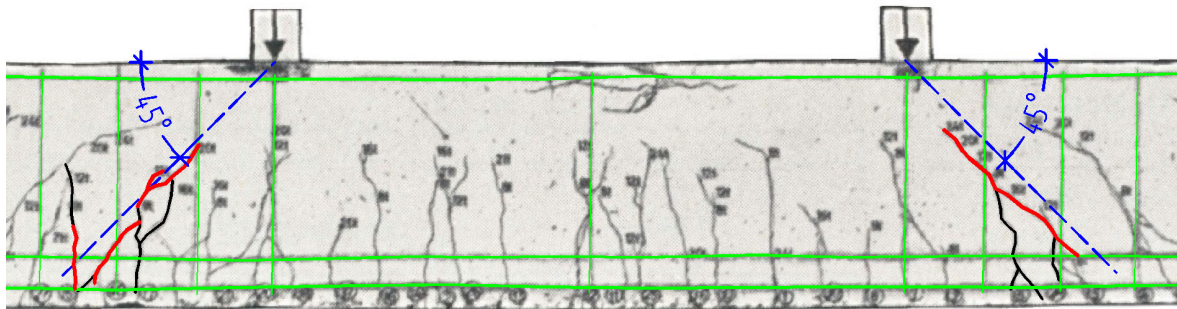


Bild A.4.31: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens ET 1 mit radialen Abschnitten

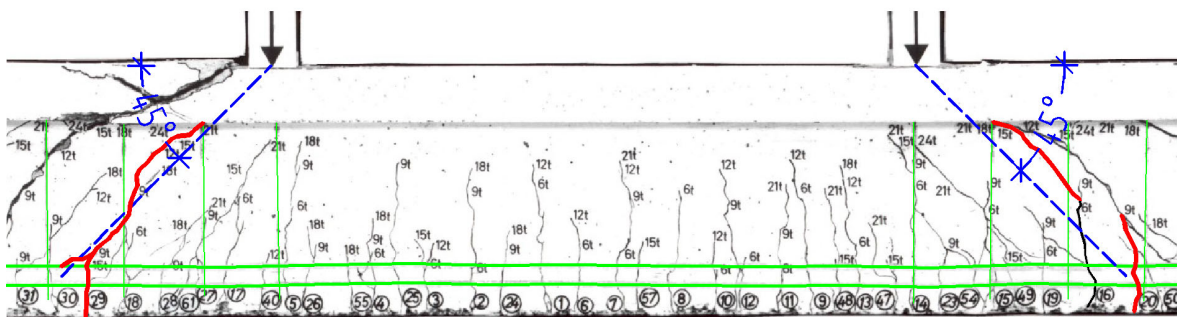


Bild A.4.32: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens ET 2 mit radialen Abschnitten

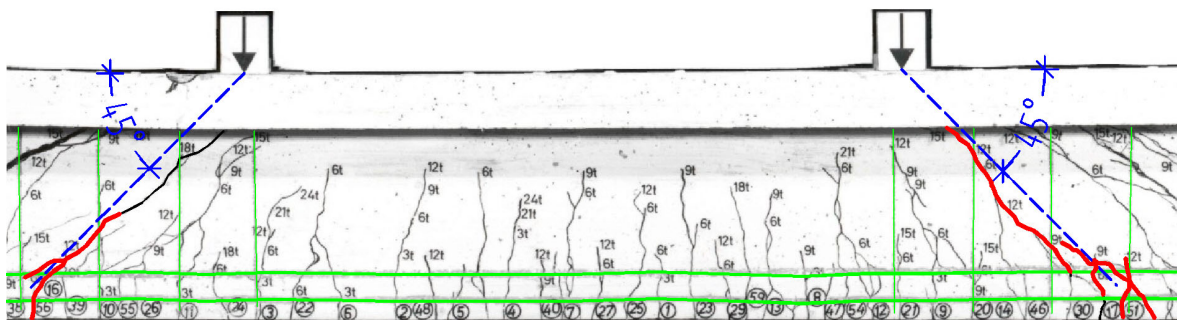


Bild A.4.33: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens ET 3 mit radialen Abschnitten

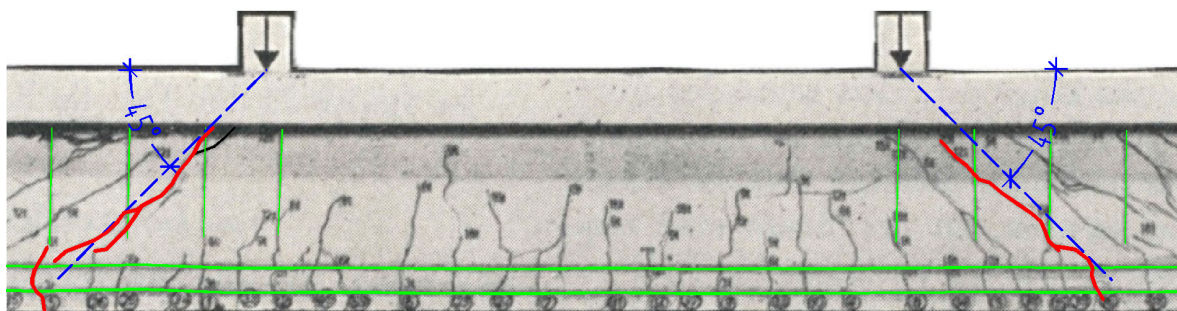


Bild A.4.34: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens ET 4 mit radialen Abschnitten

A.4.2 Beispiele aus Heft 156 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.9]

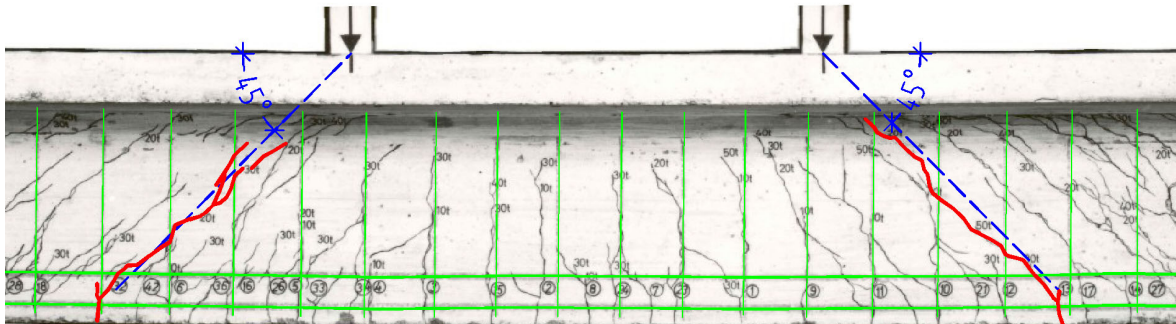


Bild A.4.35: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens TA 1 mit radialen Abschnitten

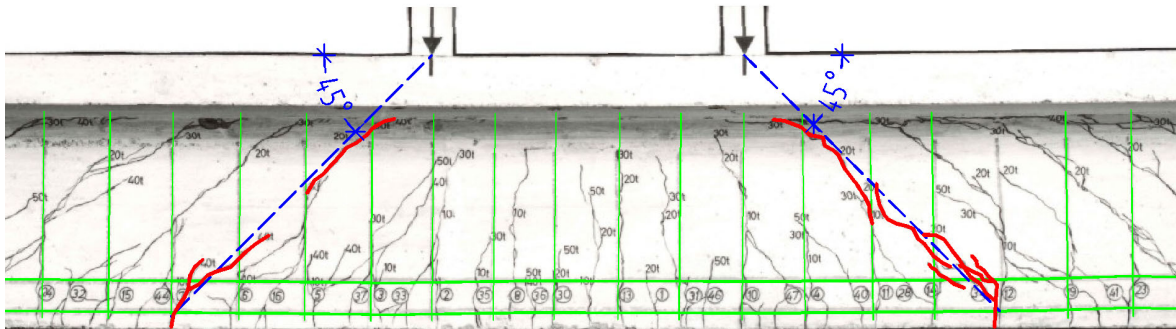


Bild A.4.36: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens TA 2 mit radialen Abschnitten

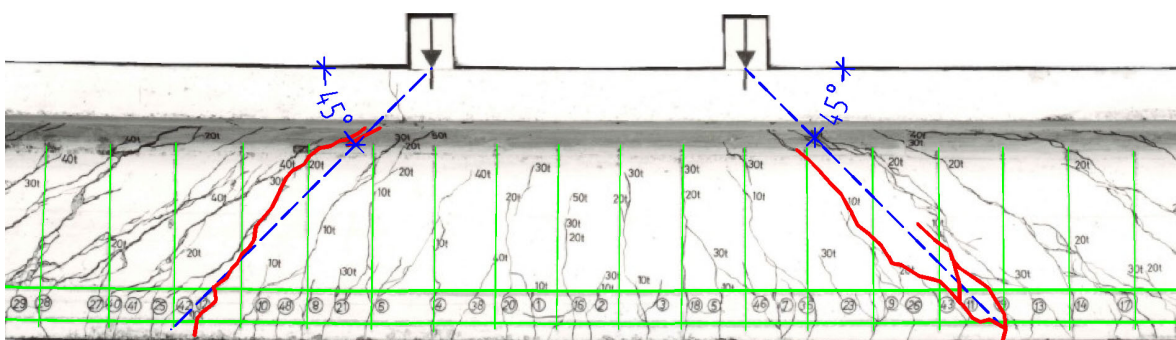


Bild A.4.37: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens TA 3 mit radialen Abschnitten

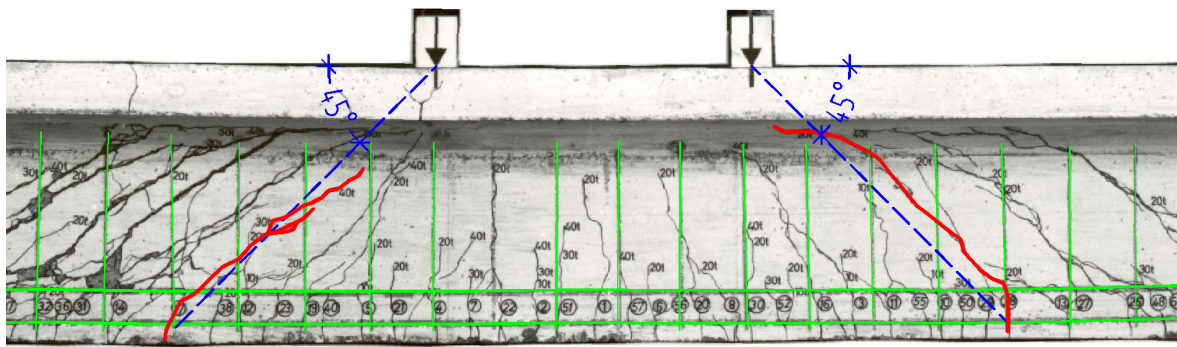


Bild A.4.38: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens TA 4 mit radialen Abschnitten

A.4.3 Beispiele aus Heft 163 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.7]

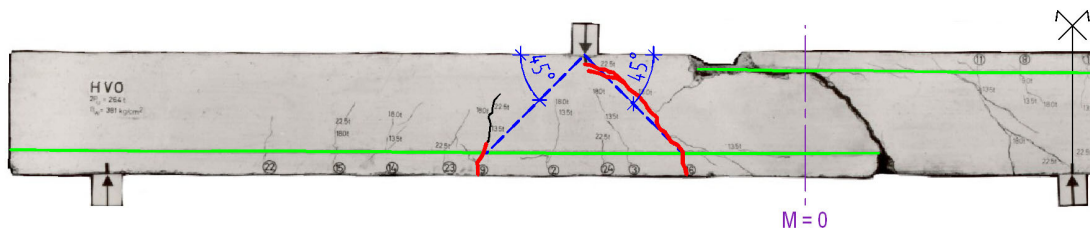


Bild A.4.39: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 0 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

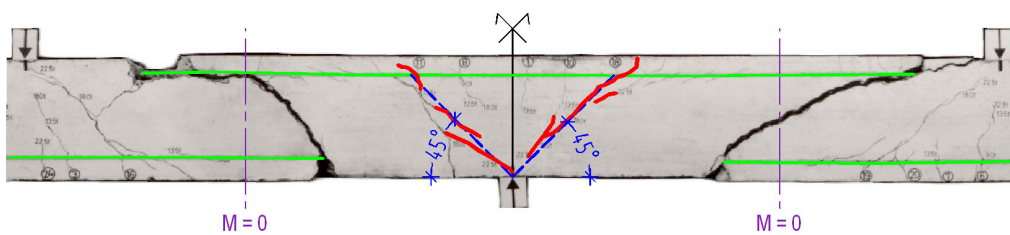


Bild A.4.40: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 0 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

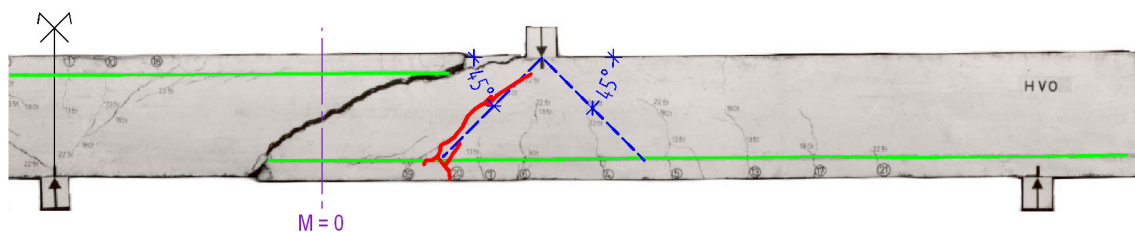


Bild A.4.41: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 0 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

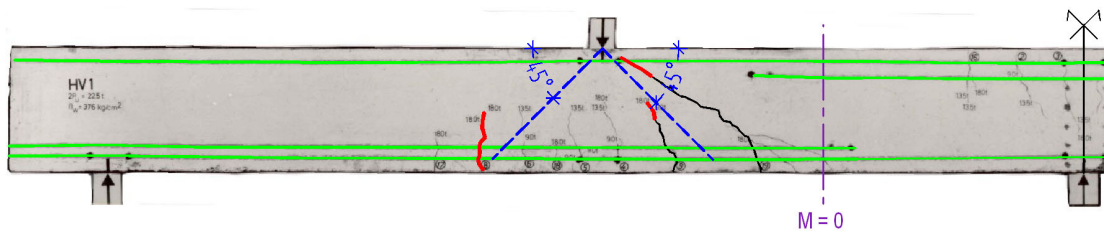


Bild A.4.42: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens HV 1 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

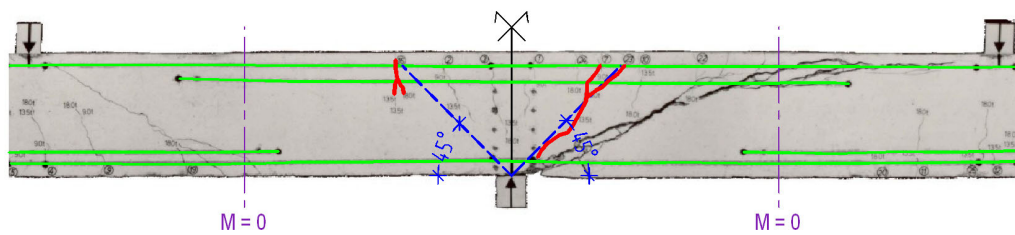


Bild A.4.43: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens HV 1 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

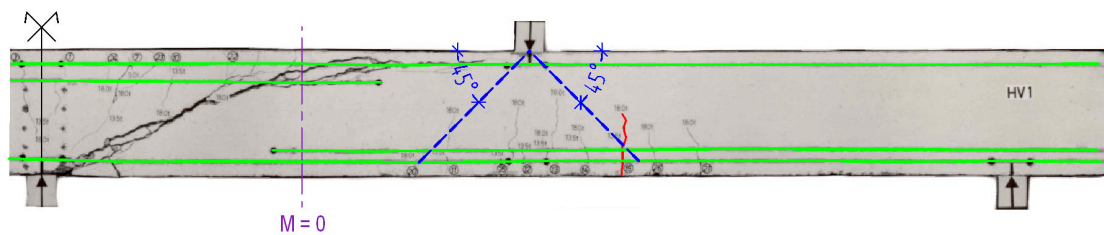


Bild A.4.44: Riss im Kraffteinleitungsbereich des Balkens HV 1 (rechter Teil)

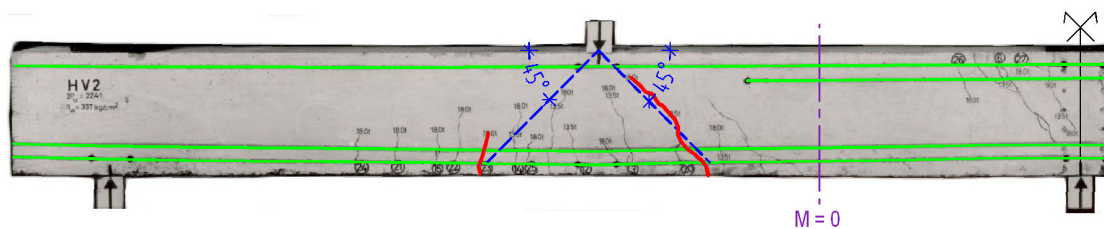


Bild A.4.45: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens HV 2 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

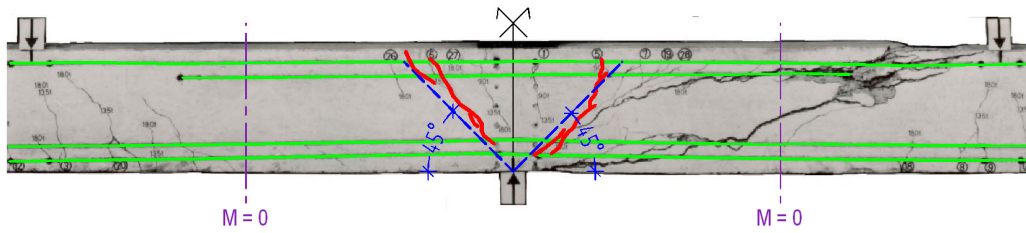


Bild A.4.46: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 2 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

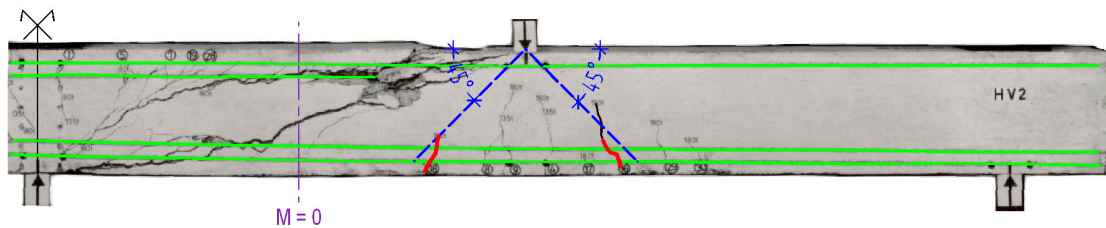


Bild A.4.47: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 2 (rechter Teil)

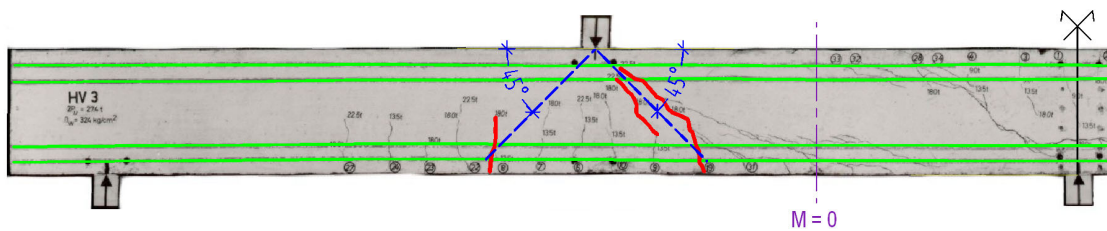


Bild A.4.48: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 3 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

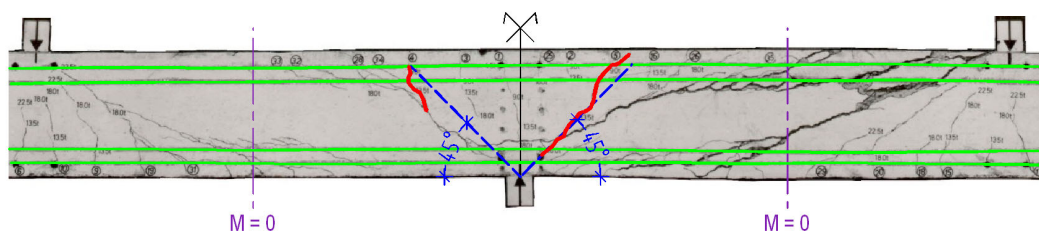


Bild A.4.49: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 3 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

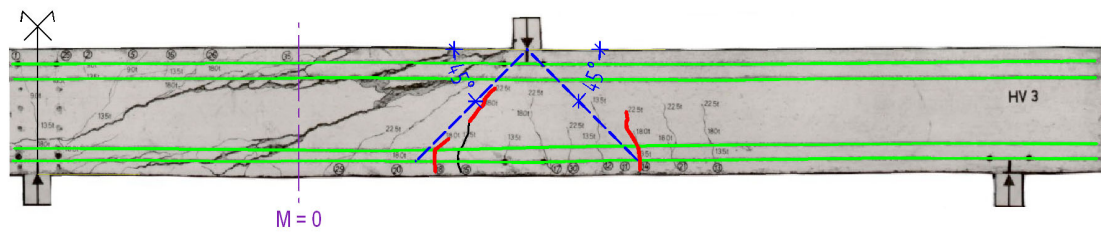


Bild A.4.50: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HV 3 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

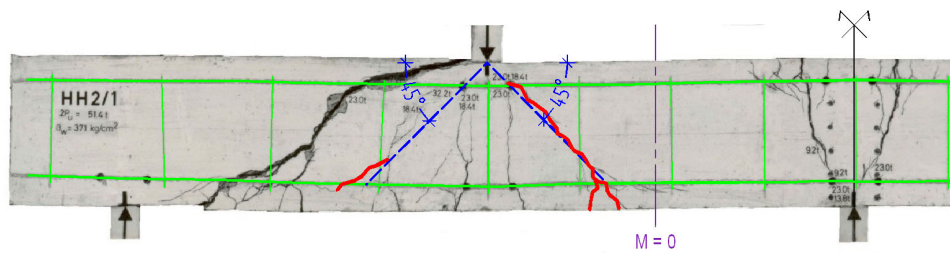


Bild A.4.51: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 2/1 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

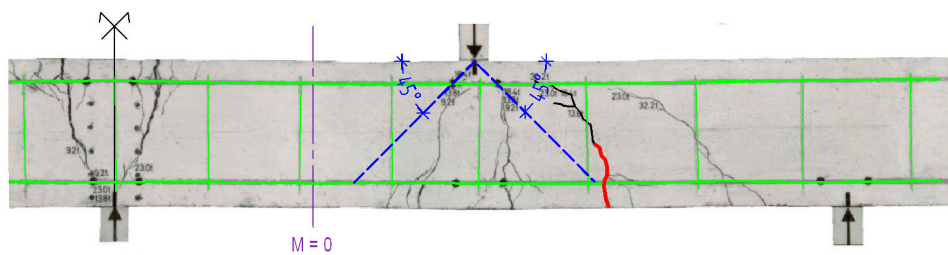


Bild A.4.52: Riss im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 2/1 (rechter Teil)

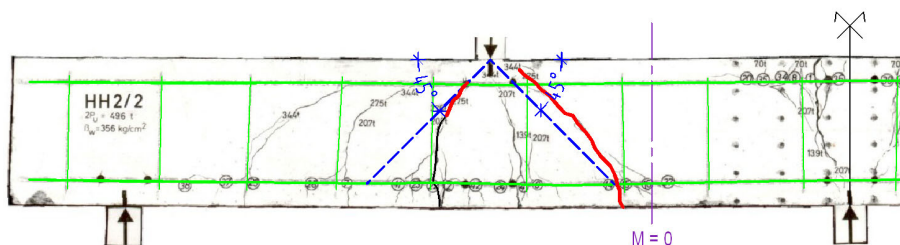


Bild A.4.53: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 2/2 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

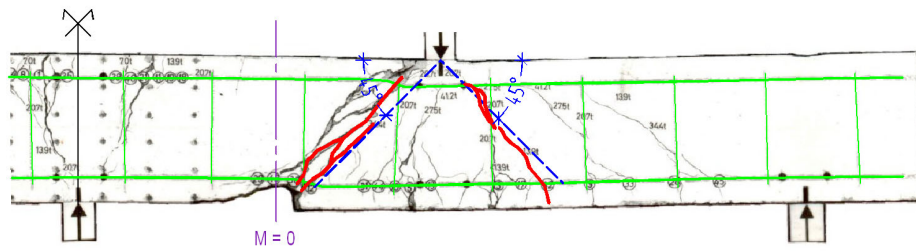


Bild A.4.54: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 2/2 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

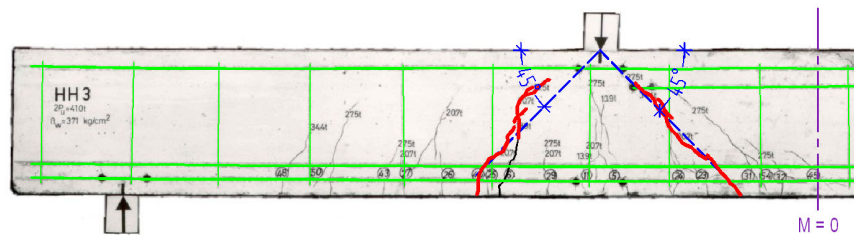


Bild A.4.55: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 3 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

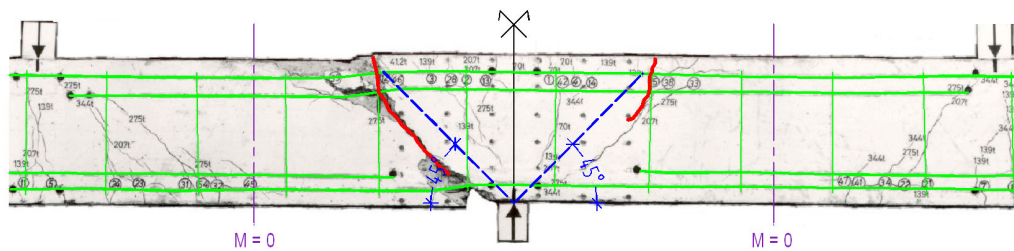


Bild A.4.56: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 3 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

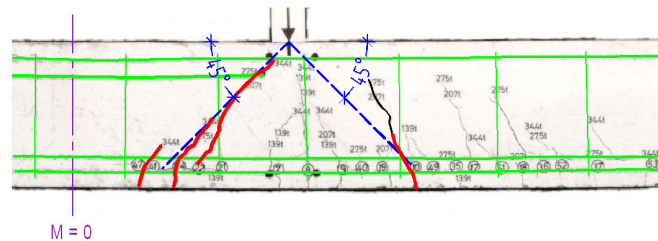


Bild A.4.57: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HH 3 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

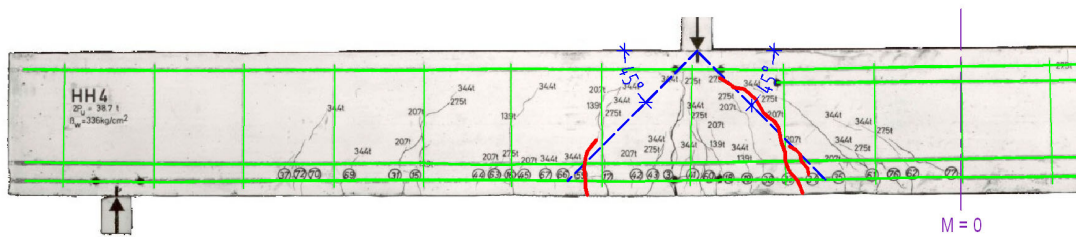


Bild A.4.58: Risse im Kraftübertragungsbereich des Balkens HH 4 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

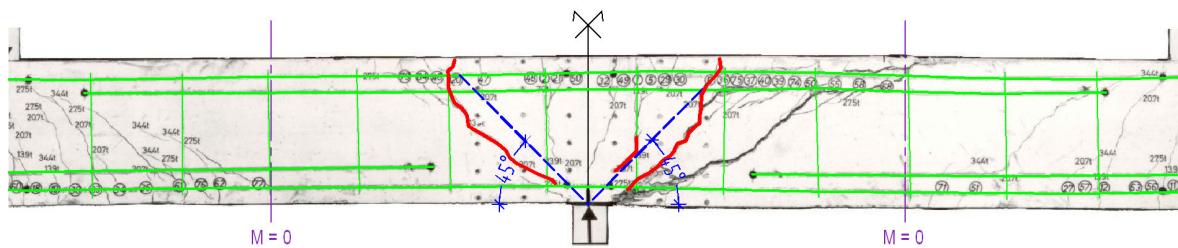


Bild A.4.59: Risse im Kraftübertragungsbereich des Balkens HH 4 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

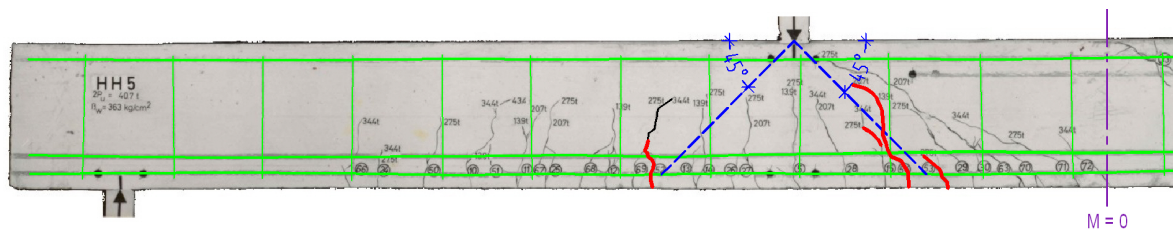


Bild A.4.60: Risse im Kraftübertragungsbereich des Balkens HH 5 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

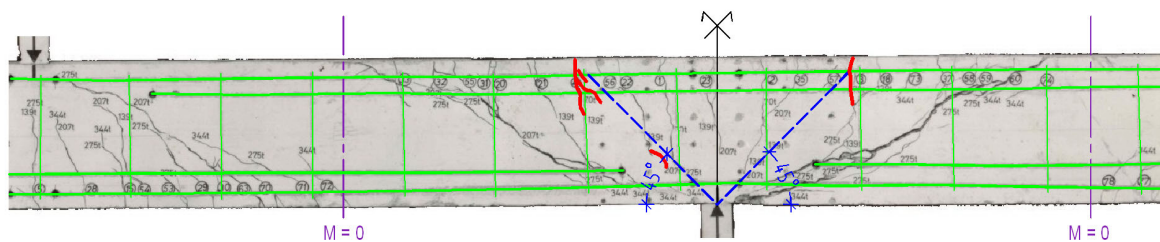


Bild A.4.61: Risse im Kraftübertragungsbereich des Balkens HH 5 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

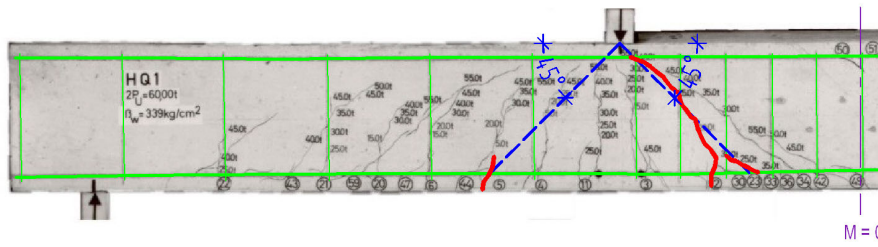


Bild A.4.62: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 1 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

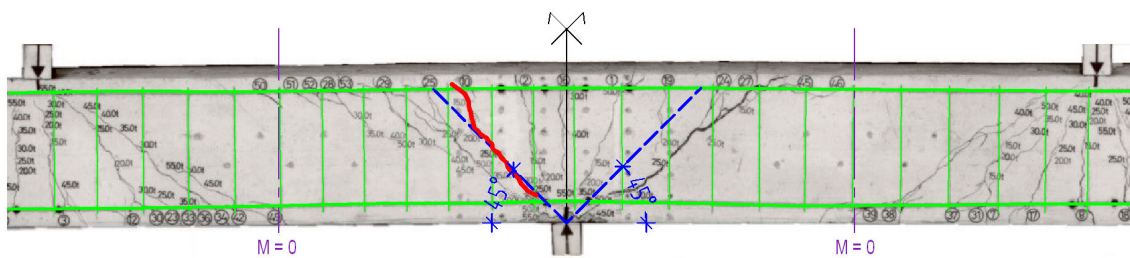


Bild A.4.63: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 1 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

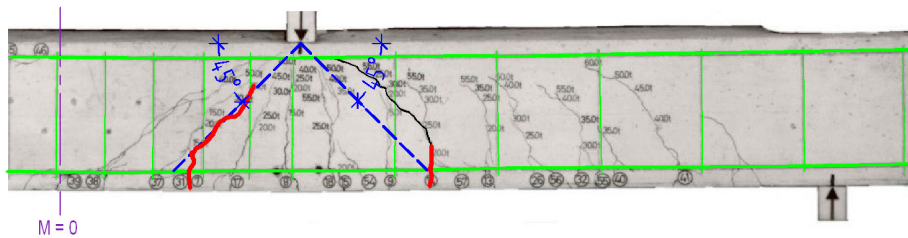


Bild A.4.64: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 1 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

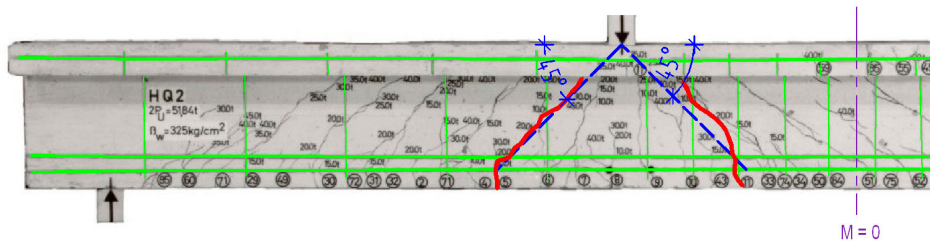


Bild A.4.65: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 2 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

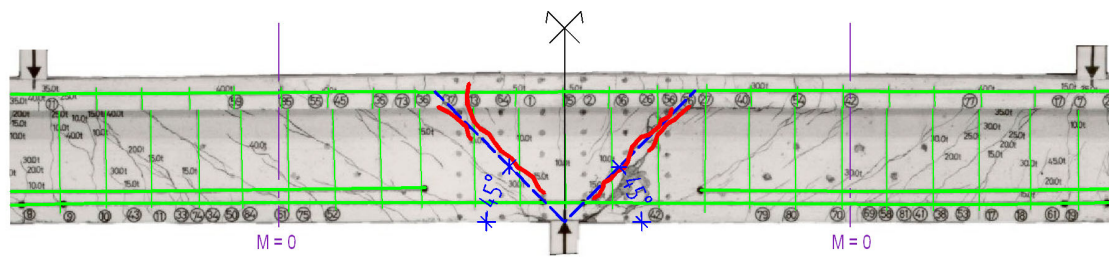


Bild A.4.66: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 2 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

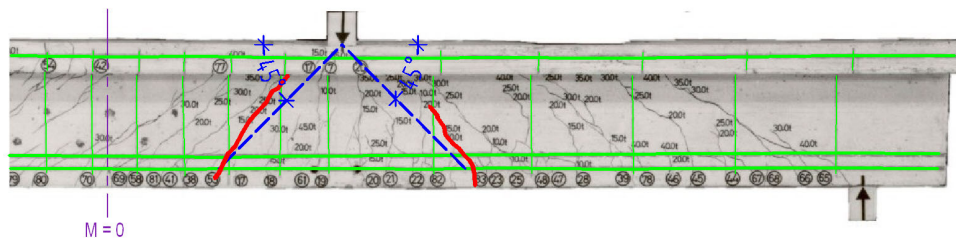


Bild A.4.67: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 2 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten



Bild A.4.68: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 3 (linker Teil) mit radialen Abschnitten

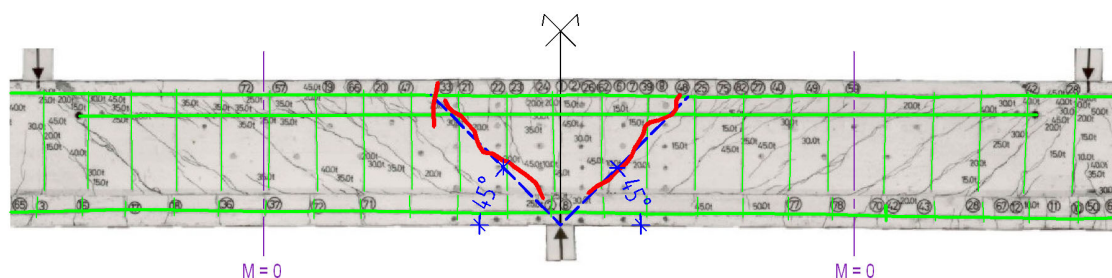


Bild A.4.69: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens HQ 3 (mittlerer Teil) mit radialen Abschnitten

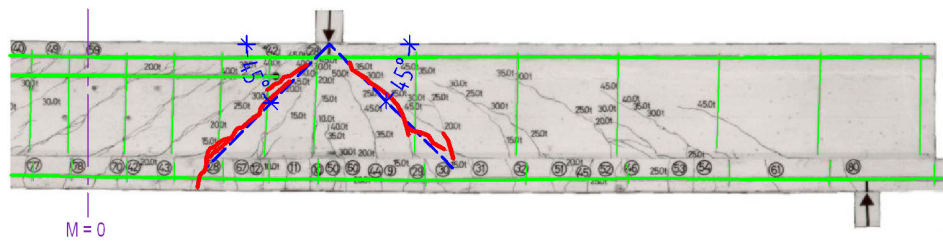


Bild A.4.70: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens HQ 3 (rechter Teil) mit radialen Abschnitten

A.4.4 Beispiele aus Heft 195 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.4]

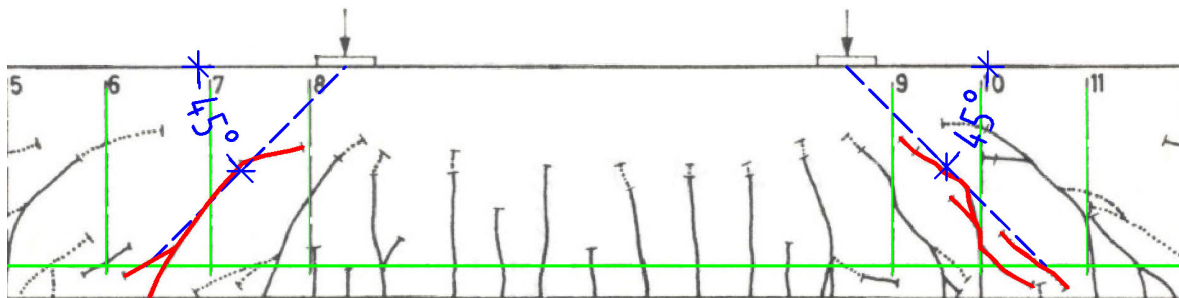


Bild A.4.71: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens 62/1 mit radialen Abschnitten

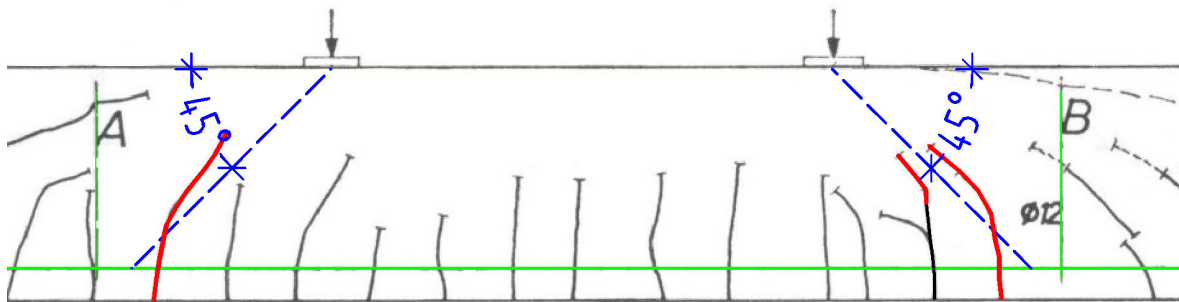


Bild A.4.72: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens 62/2 mit radialen Abschnitten

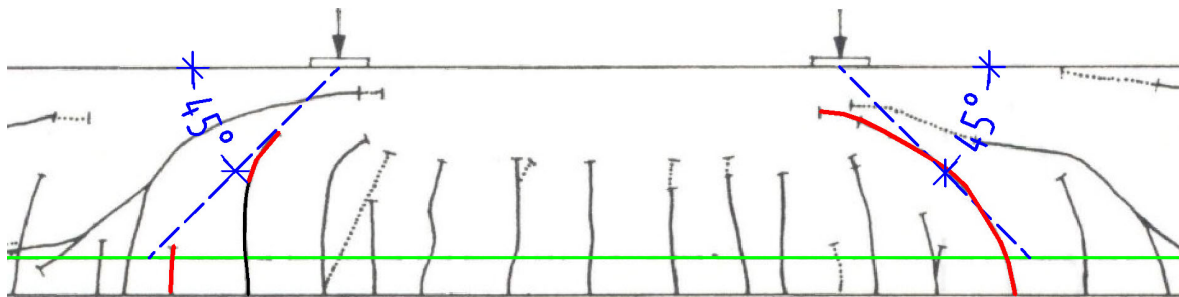


Bild A.4.73: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens 62/3 mit radialen Abschnitten

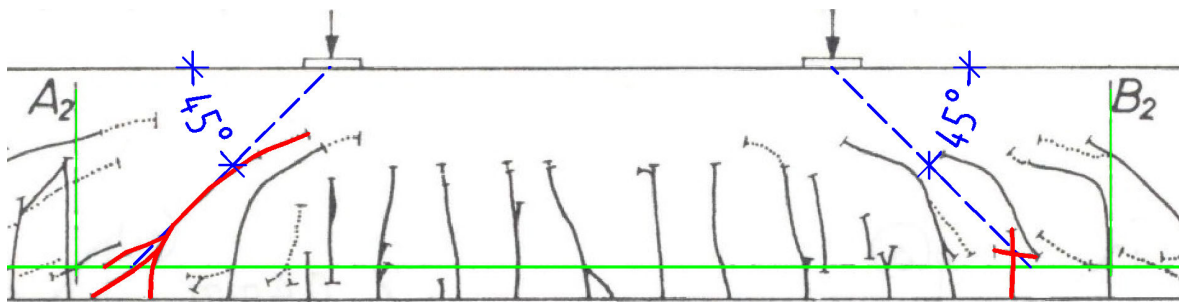


Bild A.4.74: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens 62/4 mit radialen Abschnitten

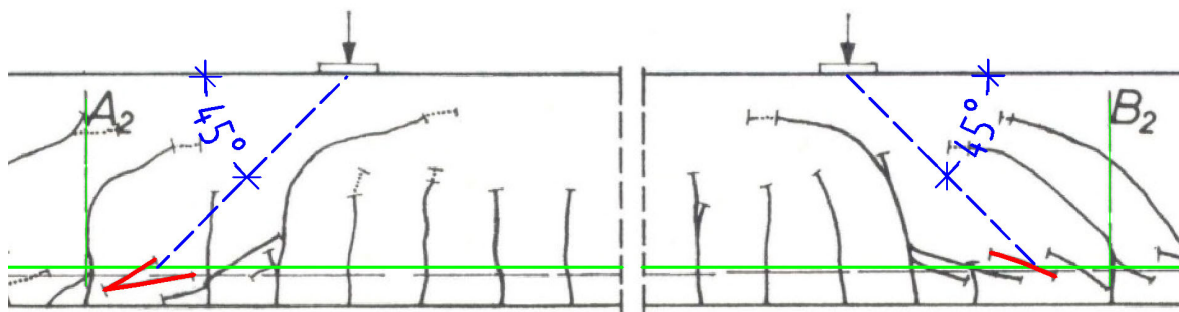


Bild A.4.75: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens 62/5

A.4.5 Beispiele aus Heft 218 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.4]

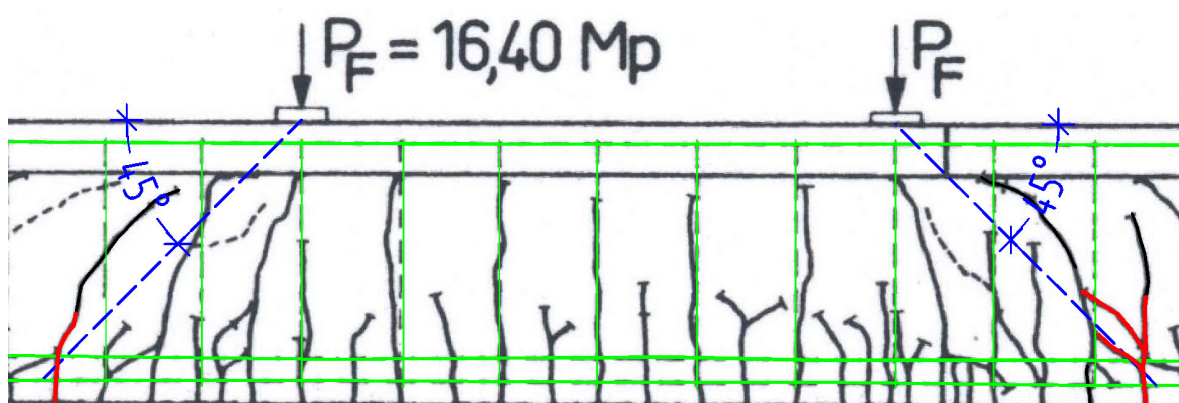


Bild A.4.76: Risse im Krafterleitungsbereich des Balkens 66/1 mit radialen Abschnitten

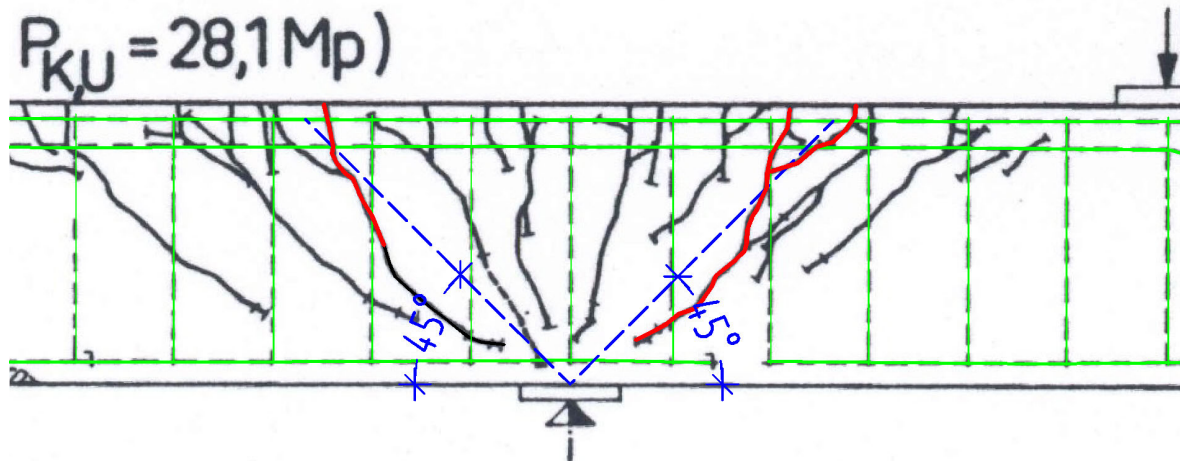


Bild A.4.77: Risse im Stützbereich des Balkens 66/1 mit radialen Abschnitten

A.4.6 Beispiele aus Heft 385 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.5]

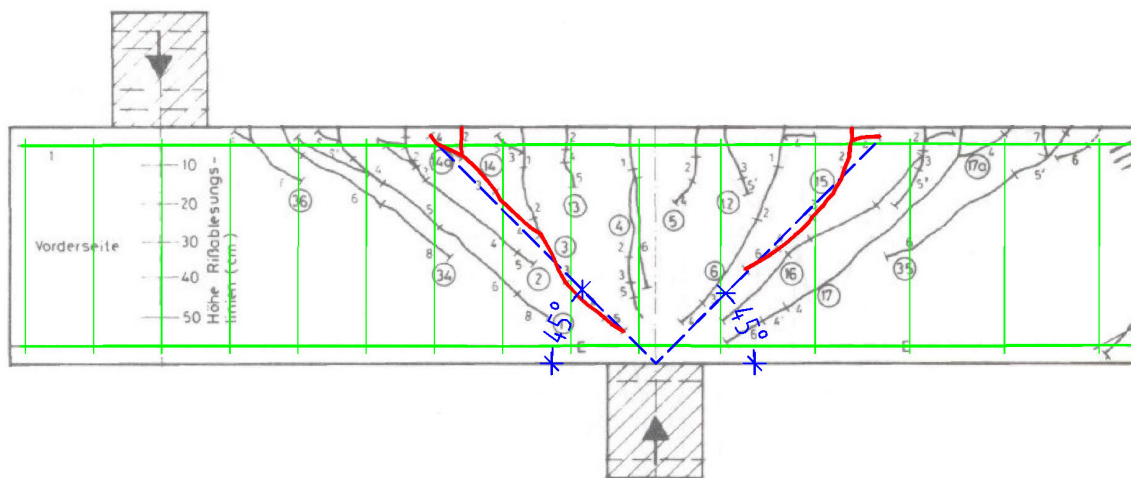


Bild A.4.78: Risse der linken Hälfte des Balkens LB 1 mit radialen Abschnitten

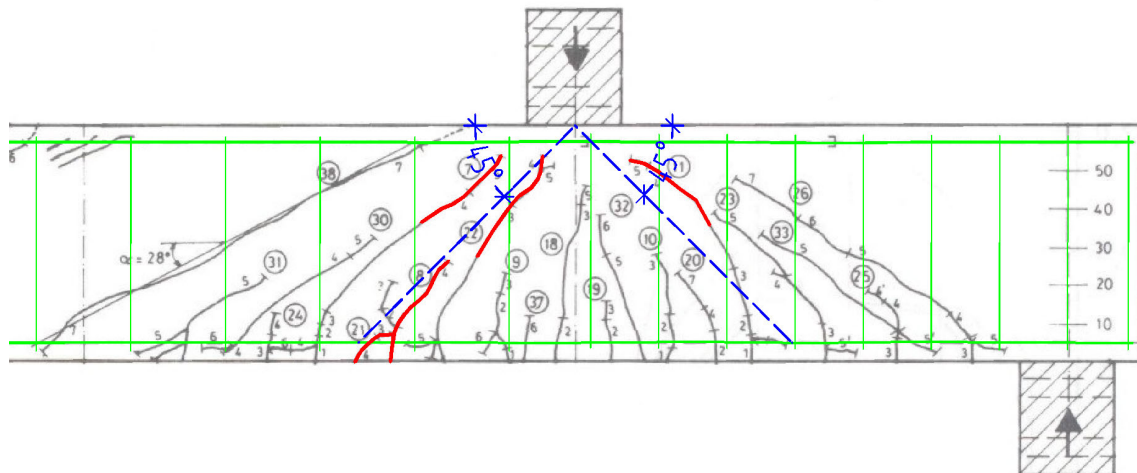


Bild A.4.79: Risse der rechten Hälfte des Balkens LB 1 mit radialen Abschnitten

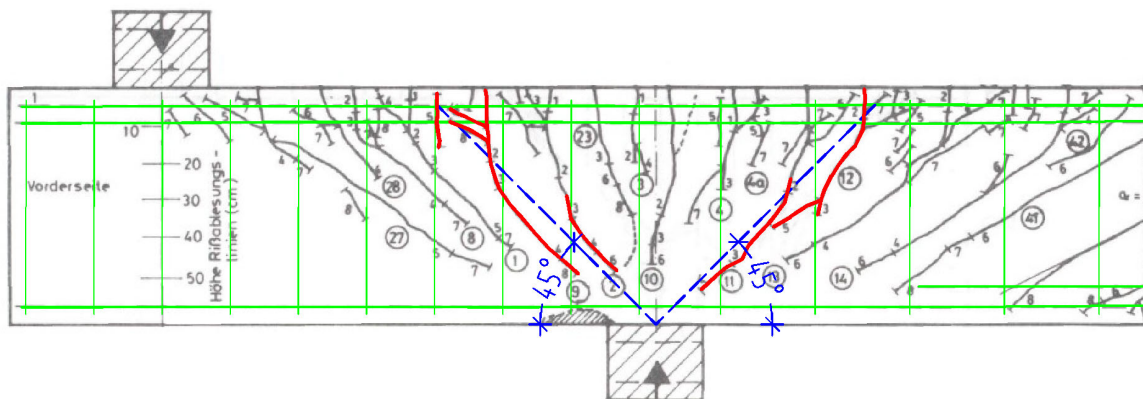


Bild A.4.80: Risse der linken Hälfte des Balkens LB 2 mit radialen Abschnitten

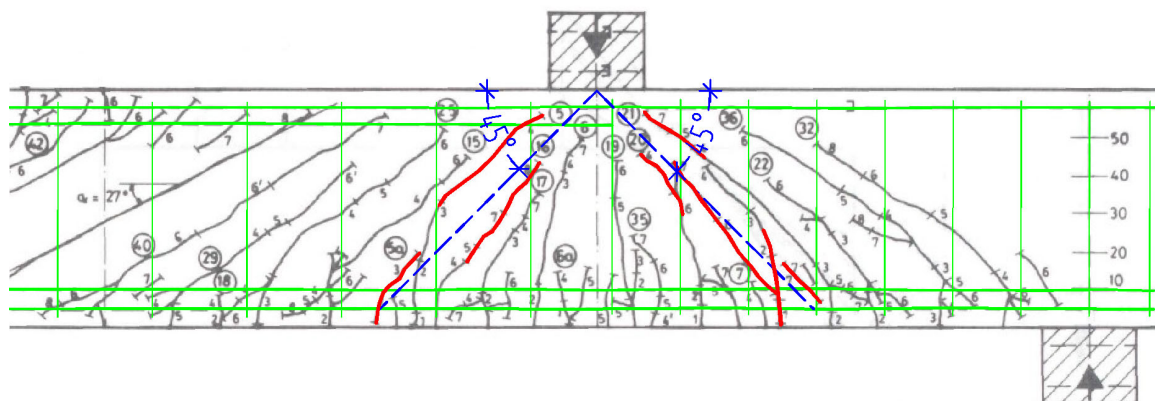


Bild A.4.81: Risse der rechten Hälfte des Balkens LB 2 mit radialen Abschnitten

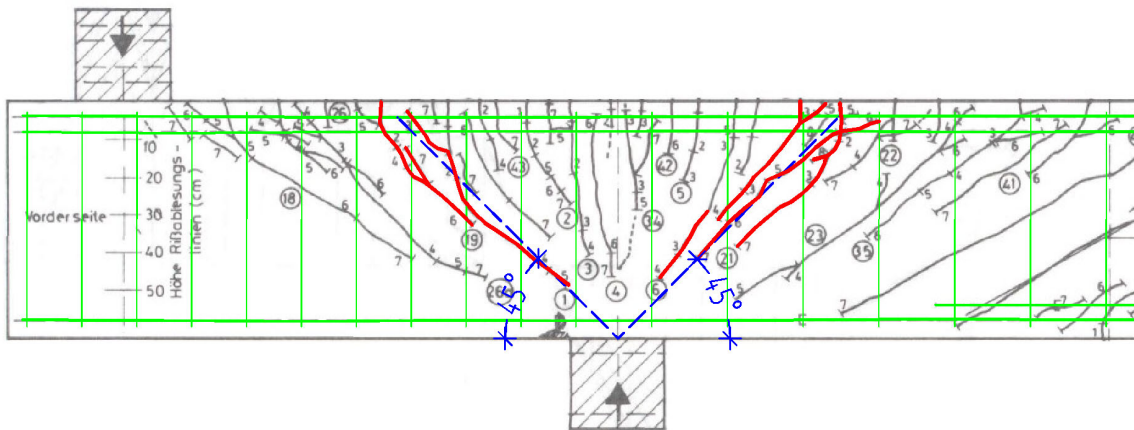


Bild A.4.82: Risse der linken Hälfte des Balkens LB 3 mit radialen Abschnitten

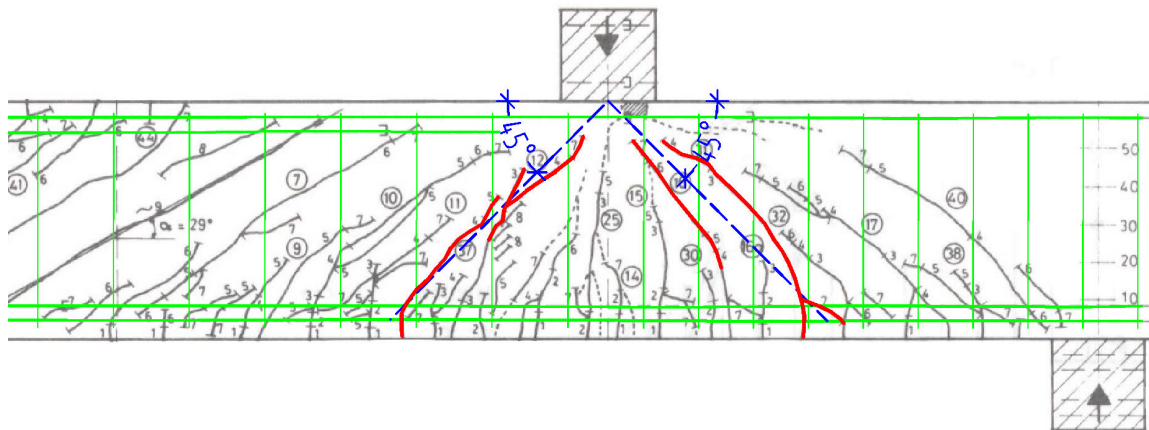


Bild A.4.83: Risse der rechten Hälfte des Balkens LB 3 mit radialen Abschnitten

A.4.7 Beispiele aus Heft 444 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.12]

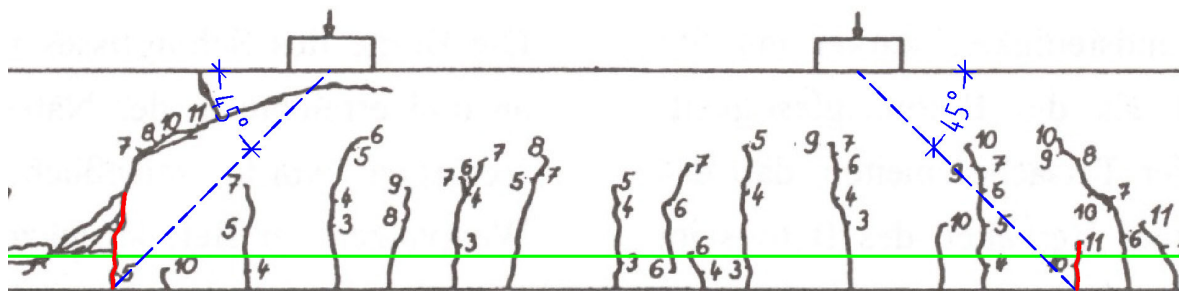


Bild A.4.84: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach Remmel (dort: Bild 5.8 a)

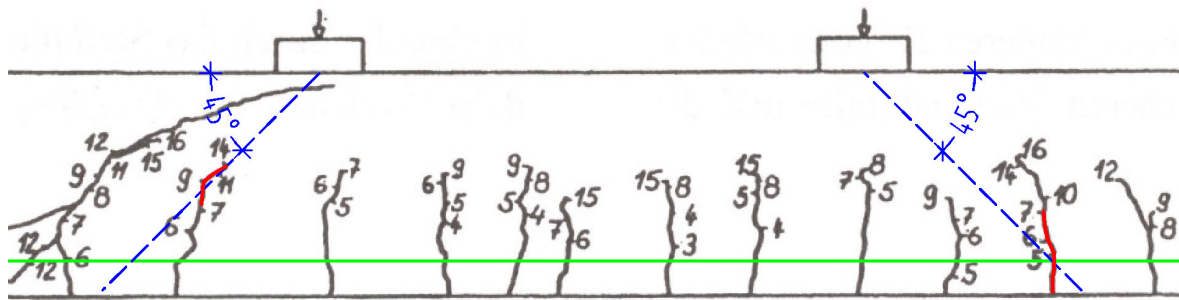


Bild A.4.85: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 b) mit radialen Abschnitten

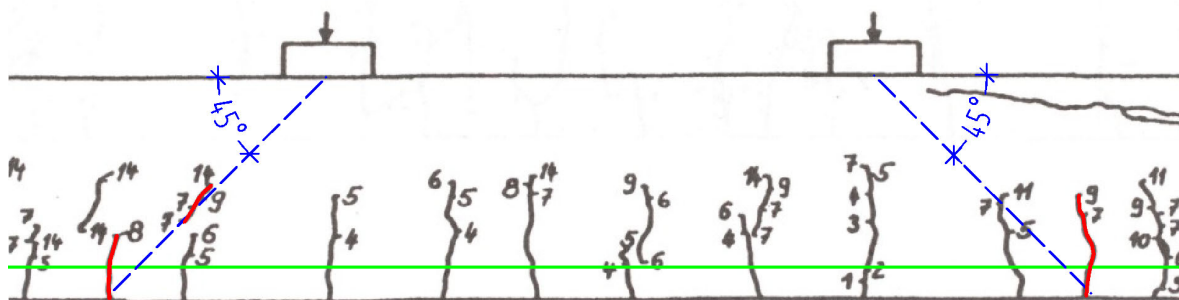


Bild A.4.86: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 c) mit radialen Abschnitten

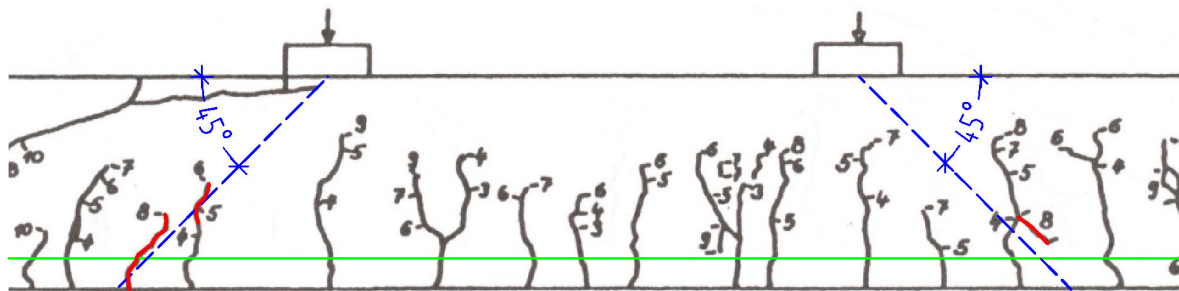


Bild A.4.87: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 d) mit radialen Abschnitten

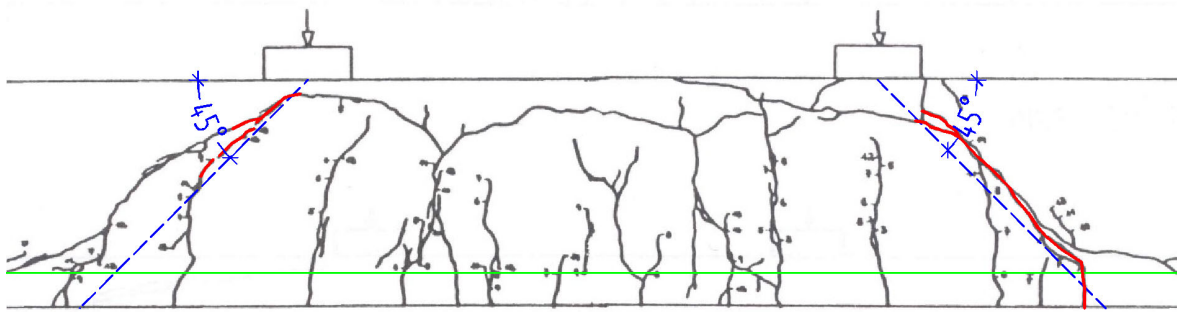


Bild A.4.88: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 oben) mit radialen Abschnitten

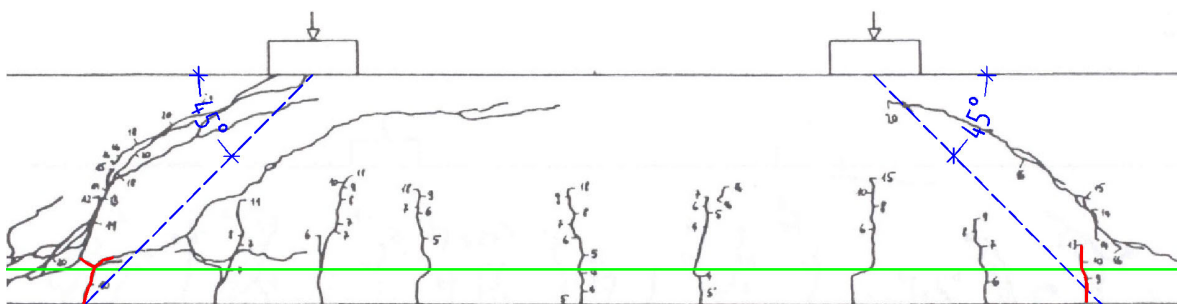


Bild A.4.89: Risse im Kräfteinleitungsbereich beim Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 unten)

A.4.8 Beispiele aus Heft 480 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.1]

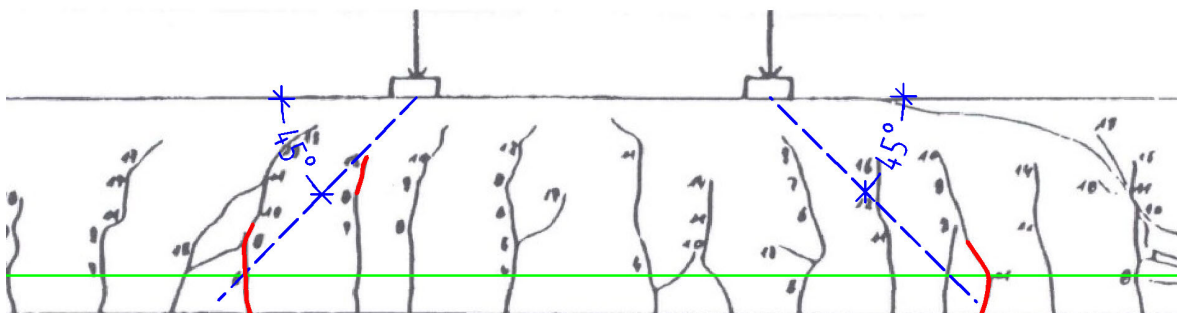


Bild A.4.90: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 1.1

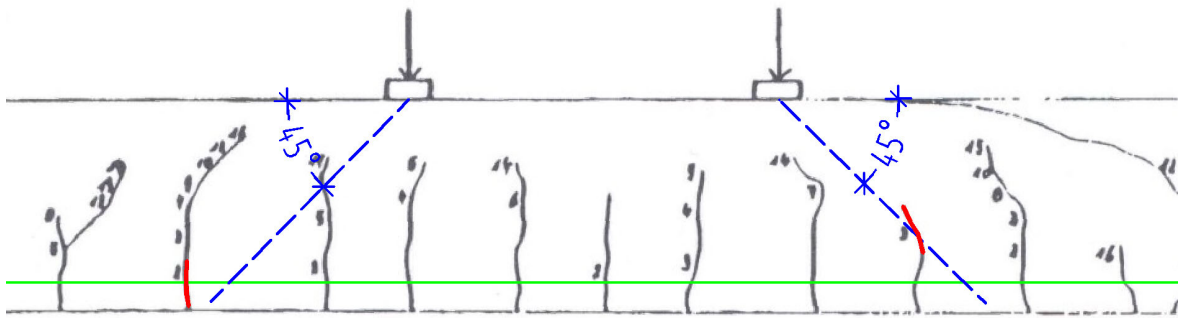


Bild A.4.91: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 1.2

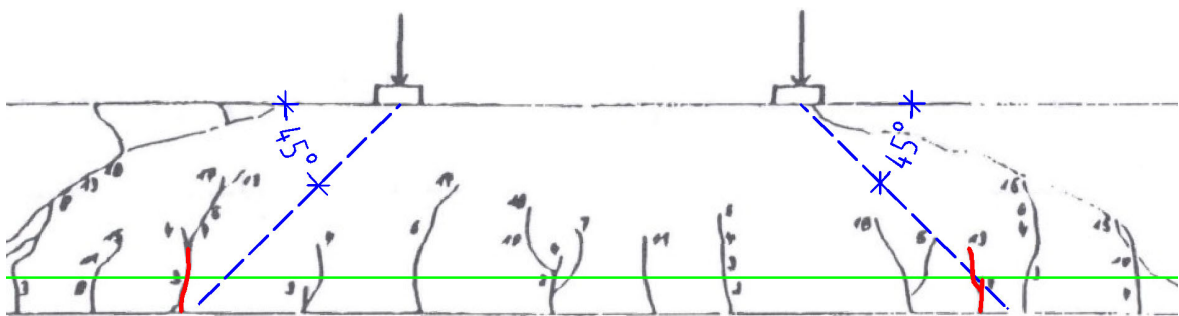


Bild A.4.92: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 1.3

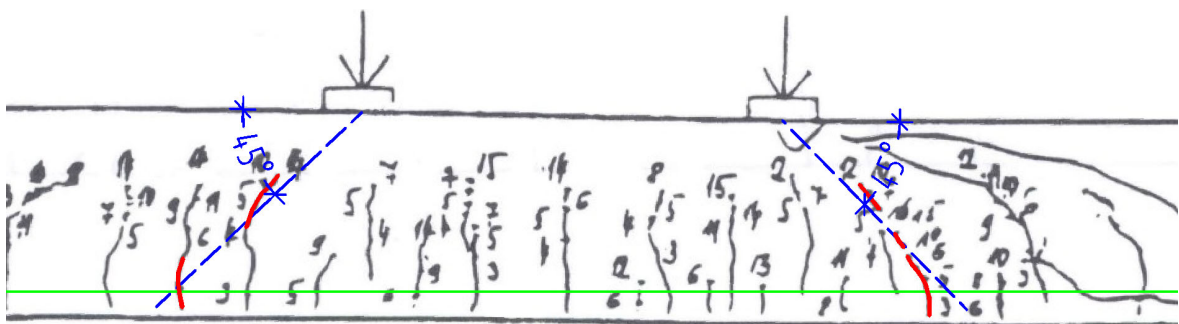


Bild A.4.93: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 2.2 mit radialen Abschnitten

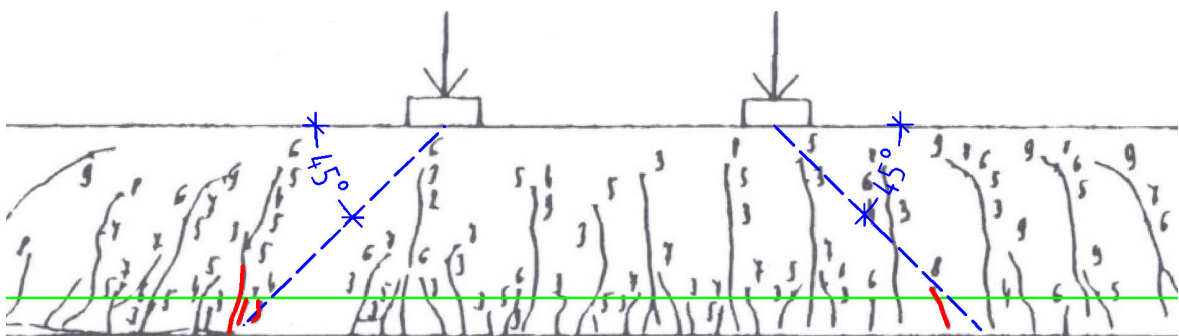


Bild A.4.94: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 3.3

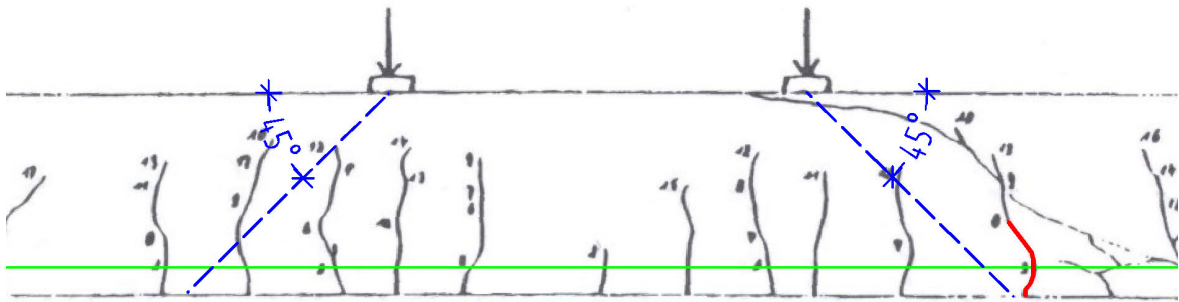


Bild A.4.95: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 4.1

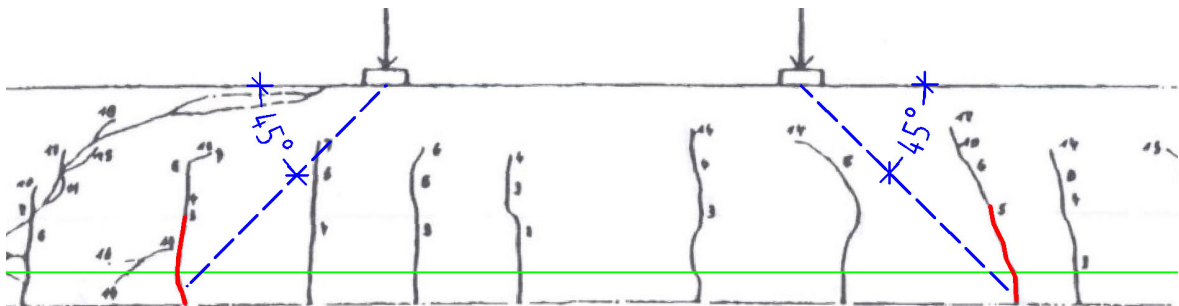


Bild A.4.96: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 4.2

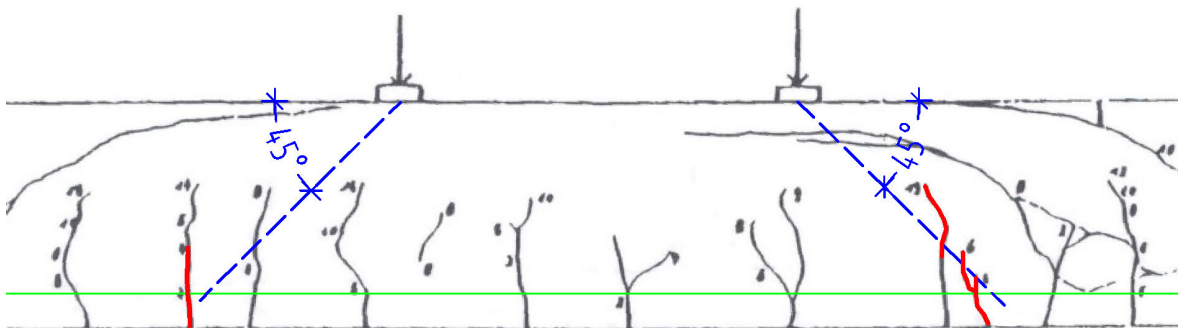


Bild A.4.97: Risse im Kräfteinleitungsbereich des Balkens S 4.3

A.4.9 Beispiele aus Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 8 [A.2]

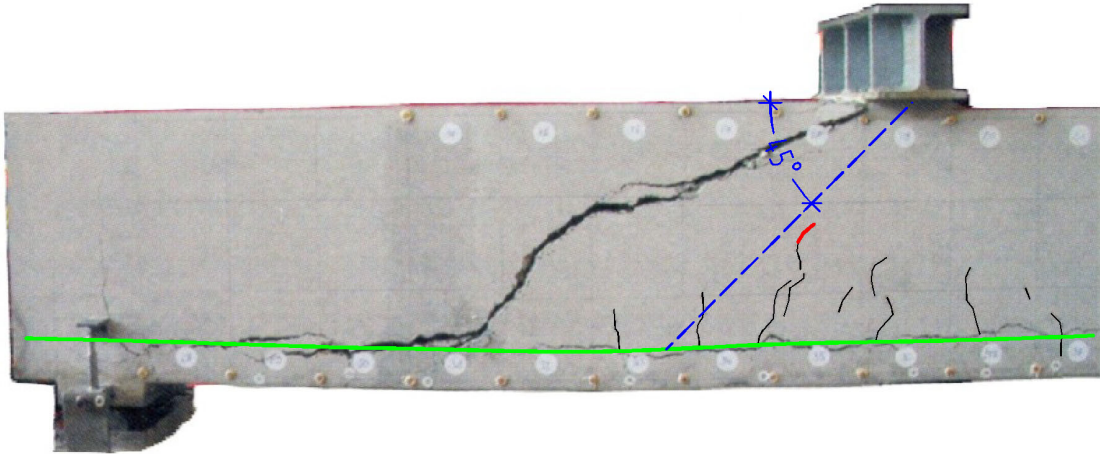


Bild A.4.98: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben links)

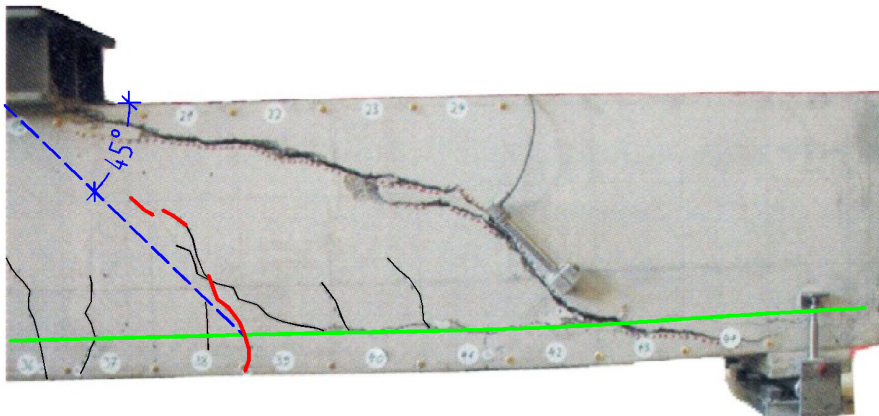


Bild A.4.99: Risse im Kraffteinleitungsbereich des Balkens nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben rechts) mit radialen Abschnitten

A.5 KRITISCHE STEGRISSE IM BEREICH VON SPRENGWERKS-DRUCKSTREBEN

In *Abschnitt 4.5* wurde festgestellt, dass die kritischen Stegrisse in D_{e-i} -Bereichen zumindest abschnittsweise mit der zugehörigen Druckstrebe des Sprengwerks zusammenfallen. Im Folgenden sind hierfür weitere Beispiele zusammengestellt.

A.5.1 Beispiele aus Heft 151 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [2.4]

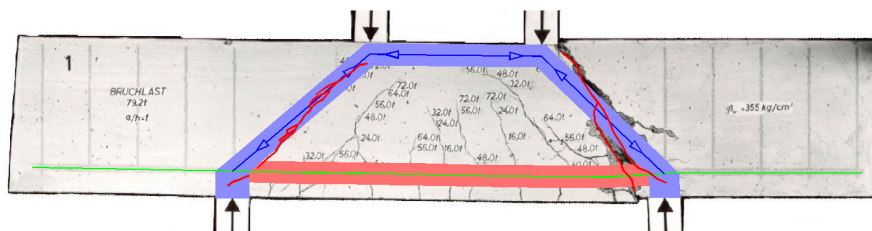


Bild A.5.1: Versuchsbalken 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

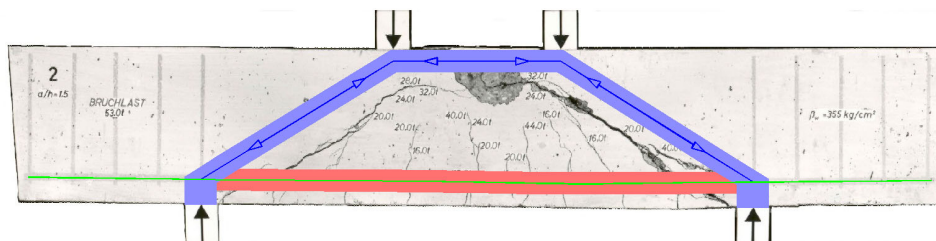


Bild A.5.2: Versuchsbalken 2 mit überlagertem Sprengwerk (kritische Risse hier nur in Folge der Krafteinleitung)

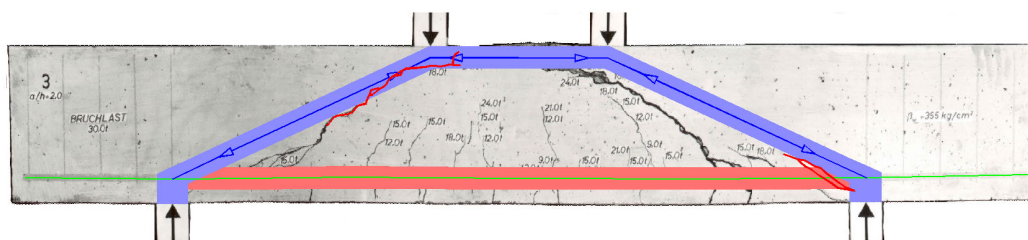


Bild A.5.3: Versuchsbalken 3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

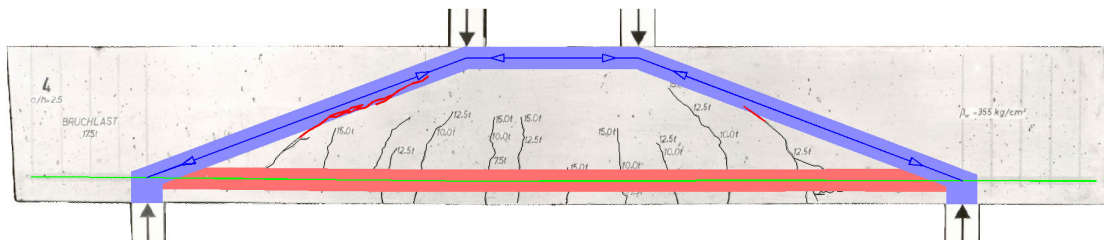


Bild A.5.4: Versuchsbalken 4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

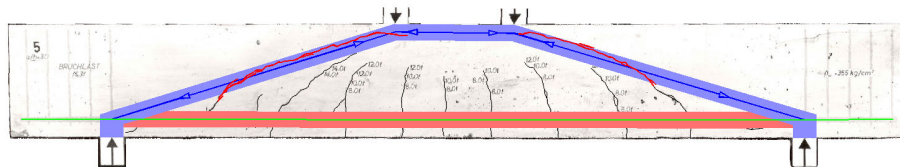


Bild A.5.5: Versuchsbalken 5 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

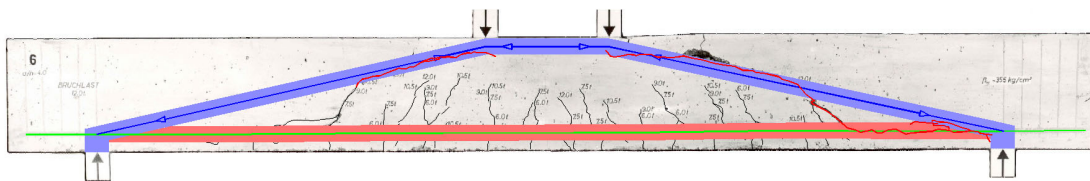


Bild A.5.6: Versuchsbalken 6 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

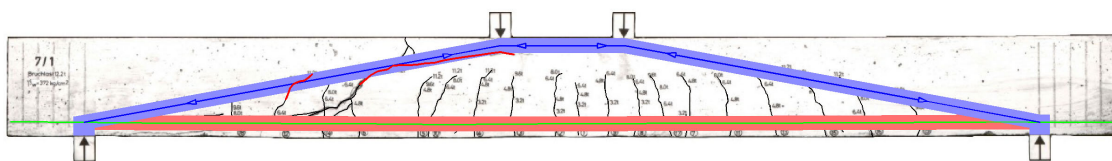


Bild A.5.7: Versuchsbalken 7/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

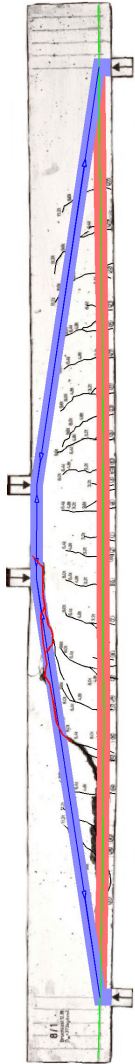


Bild A.5.8: Versuchsbalcken 8/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

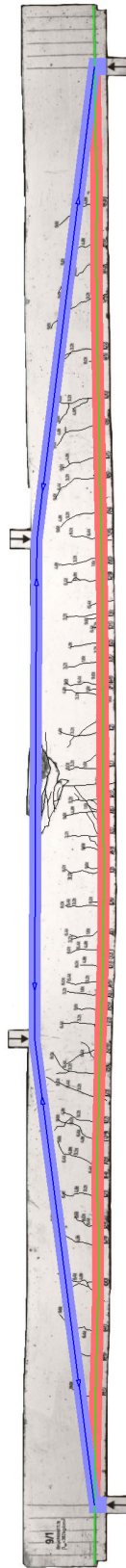


Bild A.5.9: Versuchsbalcken 9/1 mit überlagertem Sprengwerk, kein kritischer Stegriss

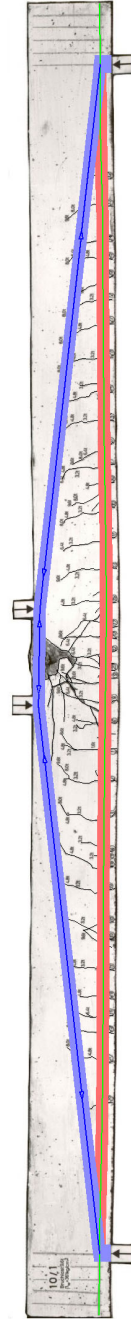


Bild A.5.10: Versuchsbalcken 10/1 mit überlagertem Sprengwerk, kein kritischer Stegriss

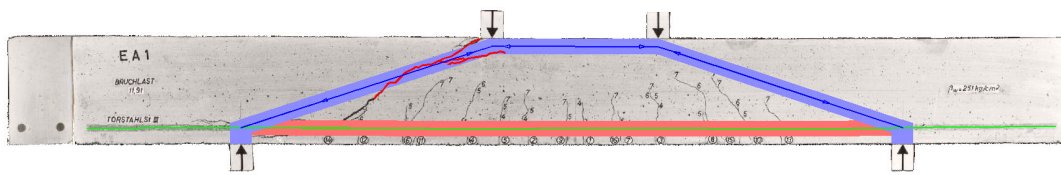


Bild A.5.11: Versuchsbalken EA 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

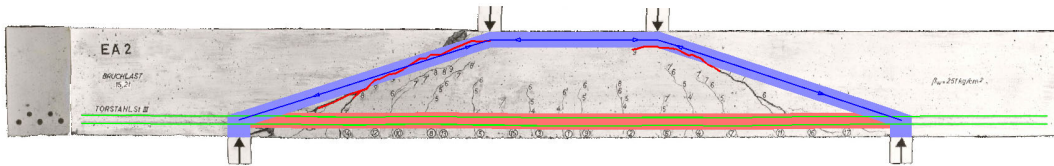


Bild A.5.12: Versuchsbalken EA 2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

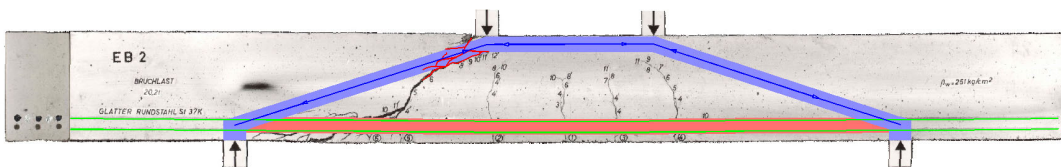


Bild A.5.13: Versuchsbalken EB 2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss (Biegezugbewehrung aus glattem Stahl)

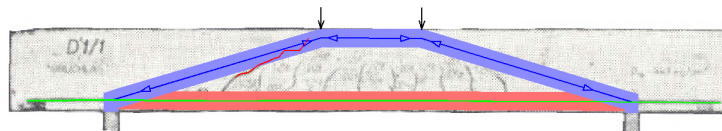


Bild A.5.14: Versuchsbalken D 1/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

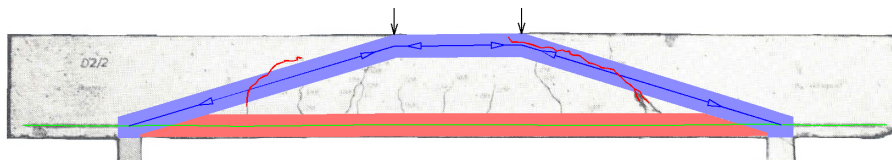


Bild A.5.15: Versuchsbalken D 2/2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

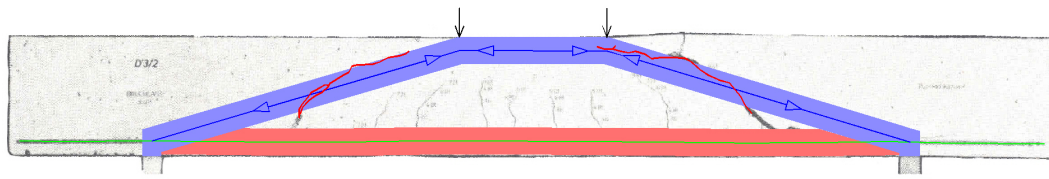


Bild A.5.16: Versuchs balken D 3/2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen StegrisSEN

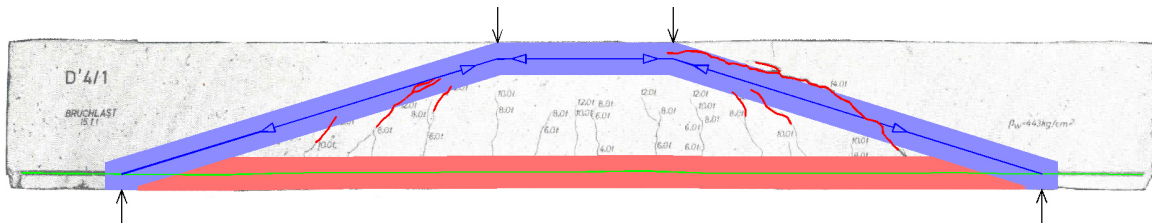


Bild A.5.17: Versuchs balken D 4/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen StegrisSEN

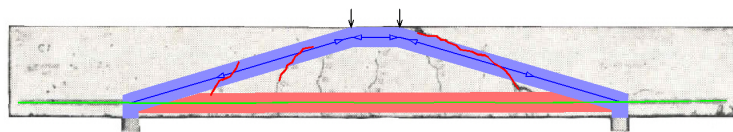


Bild A.5.18: Versuchs balken C 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen StegrisSEN

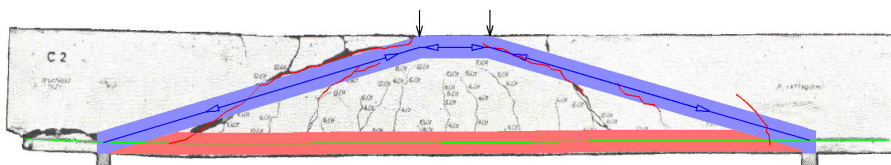


Bild A.5.19: Versuchs balken C 2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen StegrisSEN

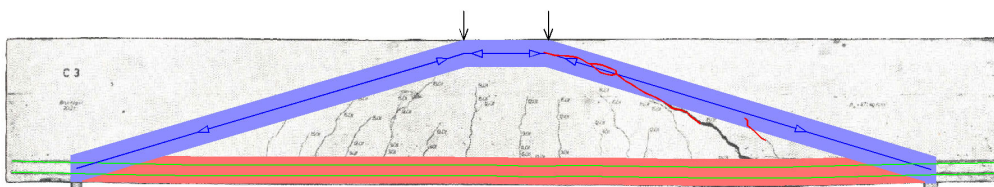


Bild A.5.20: Versuchs balken C 3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischem StegrisS

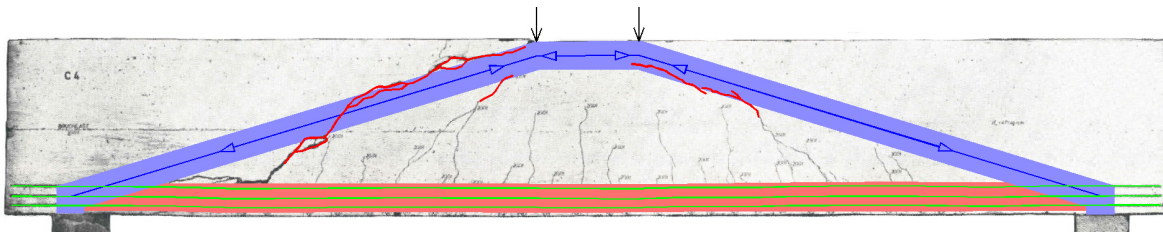


Bild A.5.21: Versuchsbalken C 4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

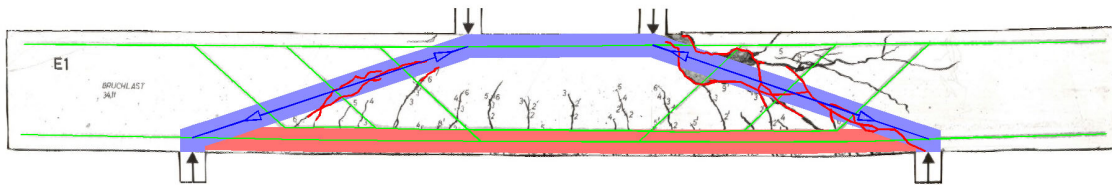


Bild A.5.22: Versuchsbalken E 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

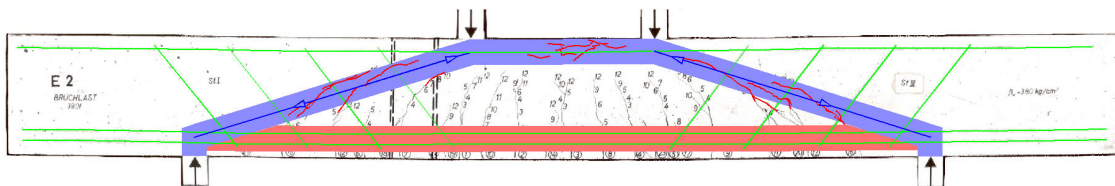


Bild A.5.23: Versuchsbalken E 2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

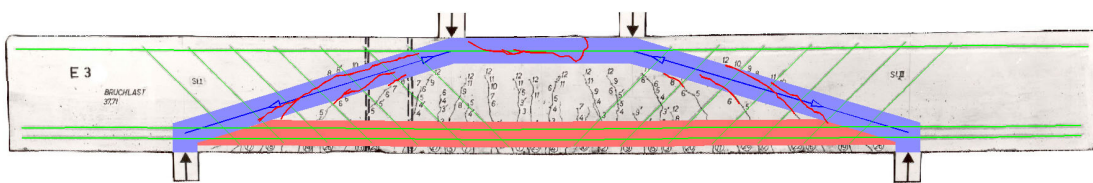


Bild A.5.24: Versuchsbalken E 3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

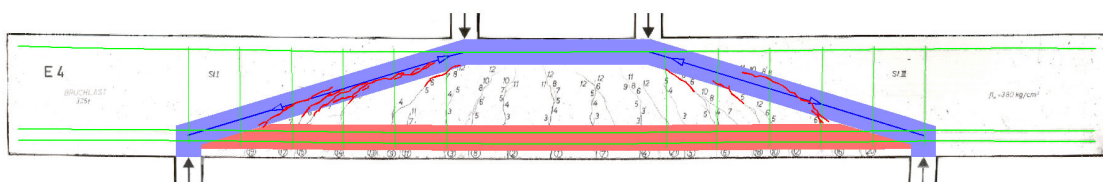


Bild A.5.25: Versuchsbalken E 4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

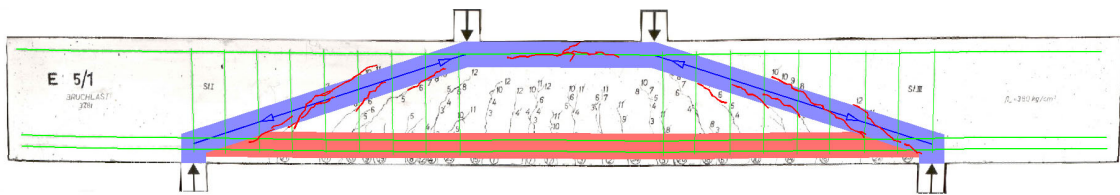


Bild A.5.26: Versuchsbalken E 5/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

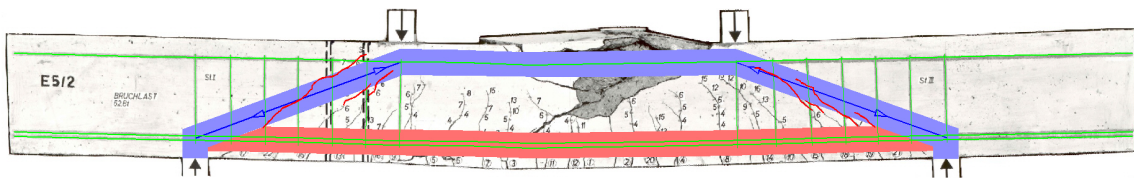


Bild A.5.27: Versuchsbalken E 5/2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

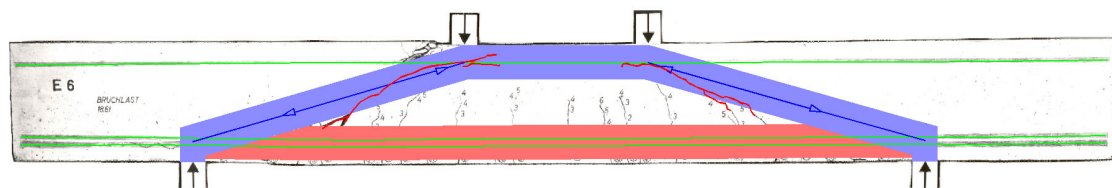


Bild A.5.28: Versuchsbalken E 6 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

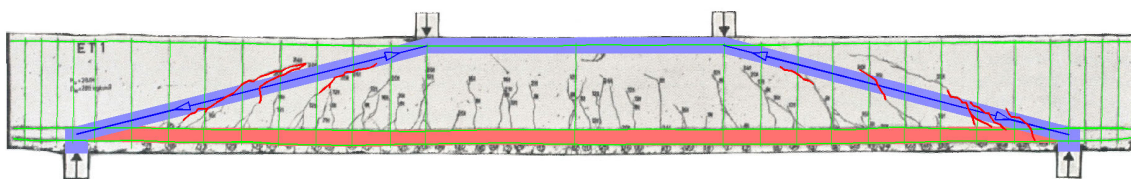


Bild A.5.29: Versuchsbalken ET 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

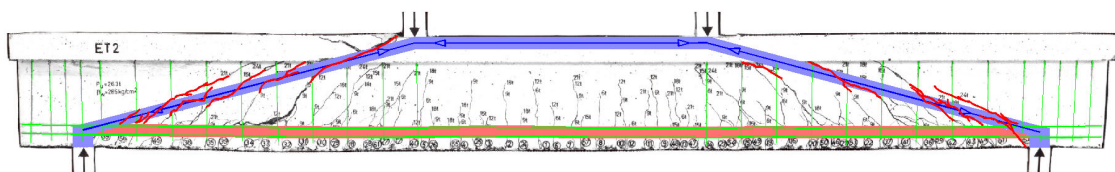


Bild A.5.30: Versuchsbalken ET 2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

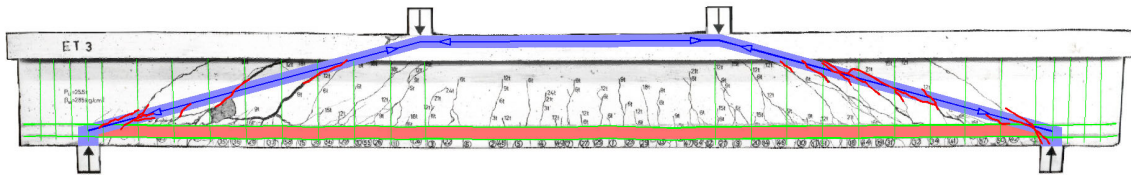


Bild A.5.31: Versuchsbalken ET 3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrißen

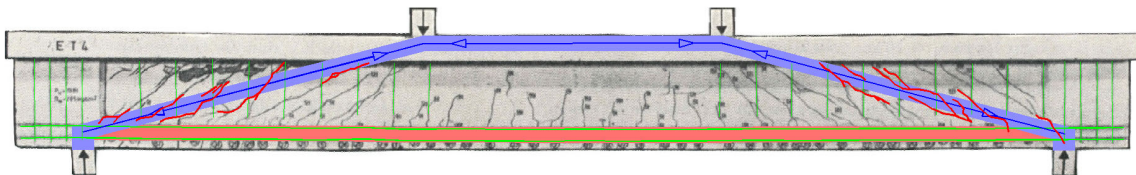


Bild A.5.32: Versuchsbalken ET 4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrißen

A.5.2 Beispiel aus Heft 156 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.9]

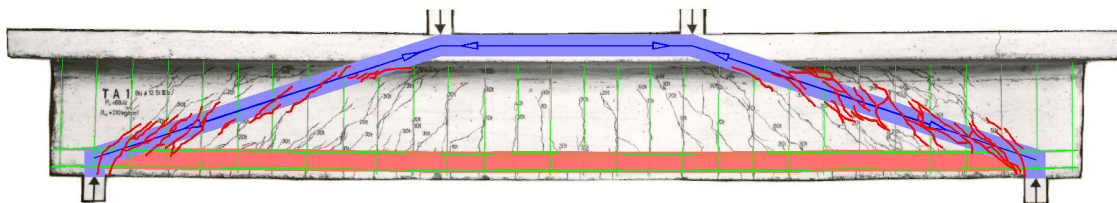


Bild A.5.33: Versuchsbalken TA 1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrißen

A.5.3 Beispiele aus Heft 195 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.4]

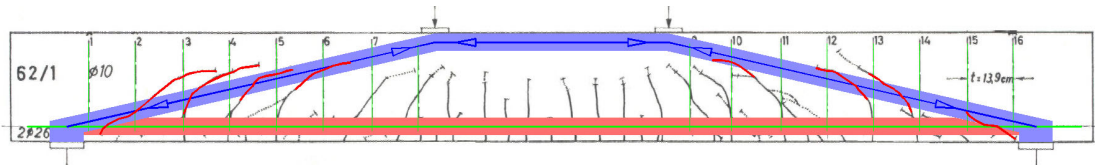


Bild A.5.34: Versuchsbalken 62/1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

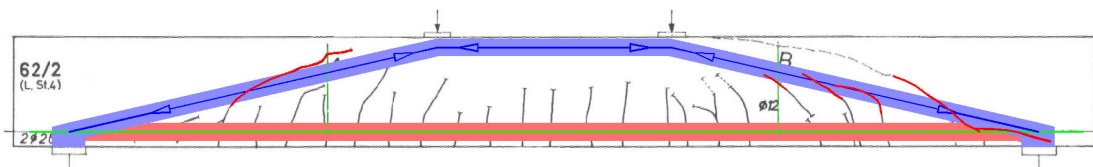


Bild A.5.35: Versuchsbalken 62/2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

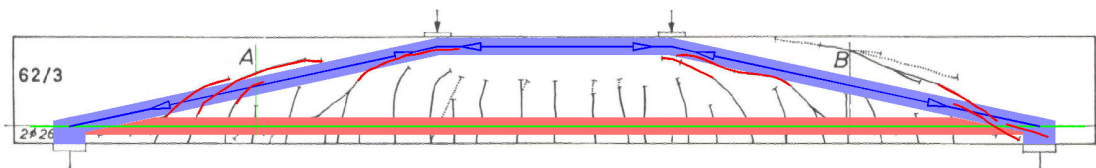


Bild A.5.36: Versuchsbalken 62/3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

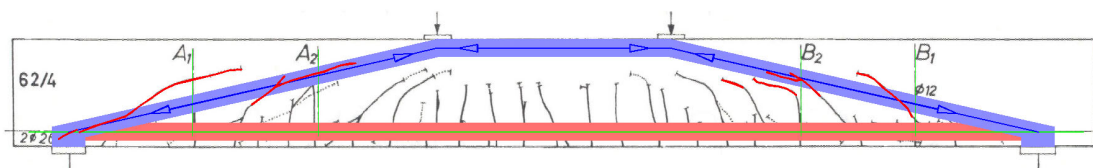


Bild A.5.37: Versuchsbalken 62/4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

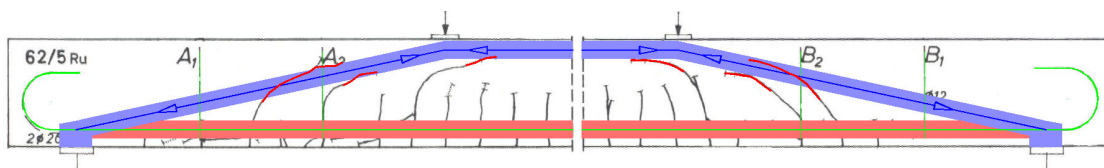


Bild A.5.38: Versuchsbalken 62/5 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

A.5.4 Beispiele aus Heft 381 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.6]

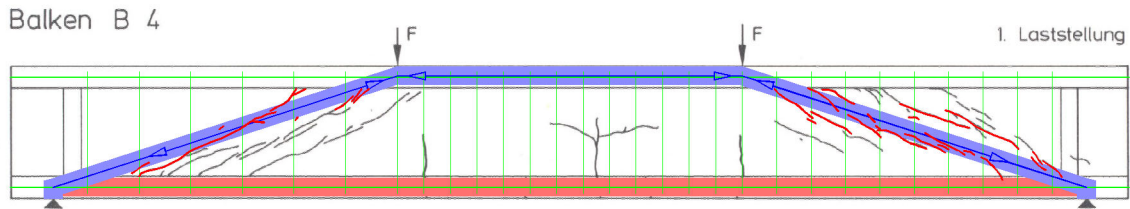


Bild A.5.39: Versuchsbalken B 4 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

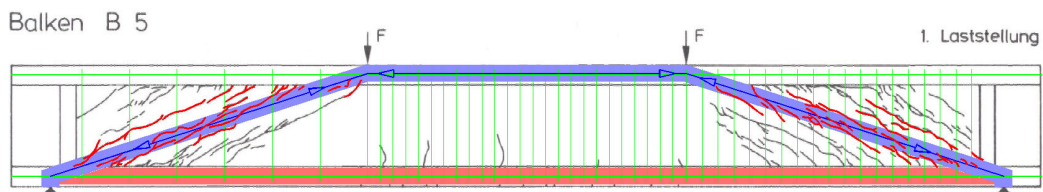


Bild A.5.40: Versuchsbalken B 5 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

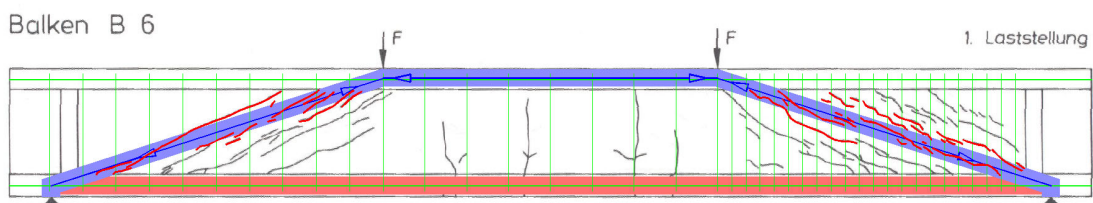


Bild A.5.41: Versuchsbalken B 6 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

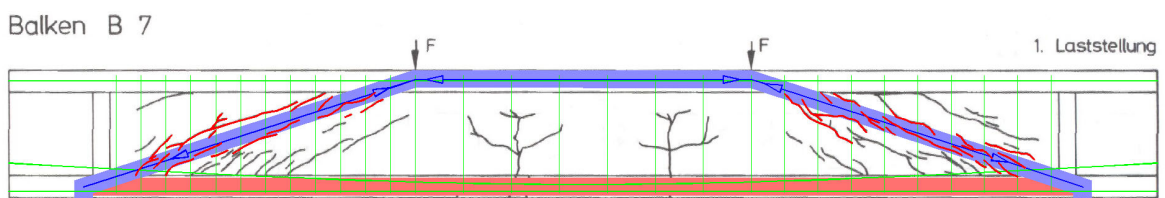


Bild A.5.42: Versuchsbalken B 7 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

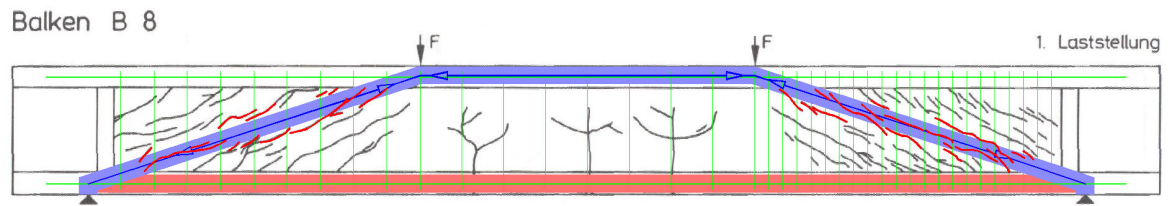


Bild A.5.43: Versuchsbalken B 8 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

A.5.5 Beispiele aus Heft 385 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.5]

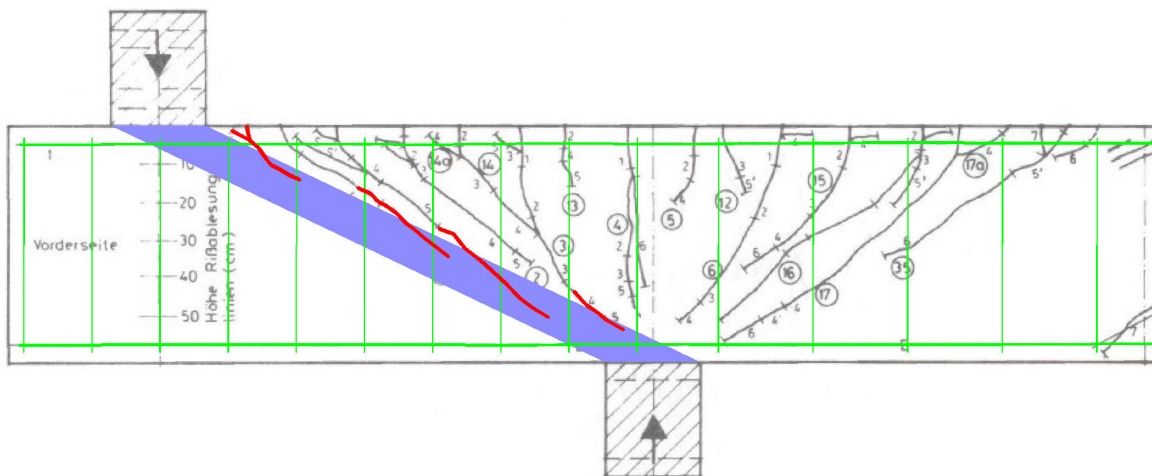


Bild A.5.44: Kragarm des Versuchsbalkens LB 1 mit überlagelter Druckstrebe und kritischen Stegrissen

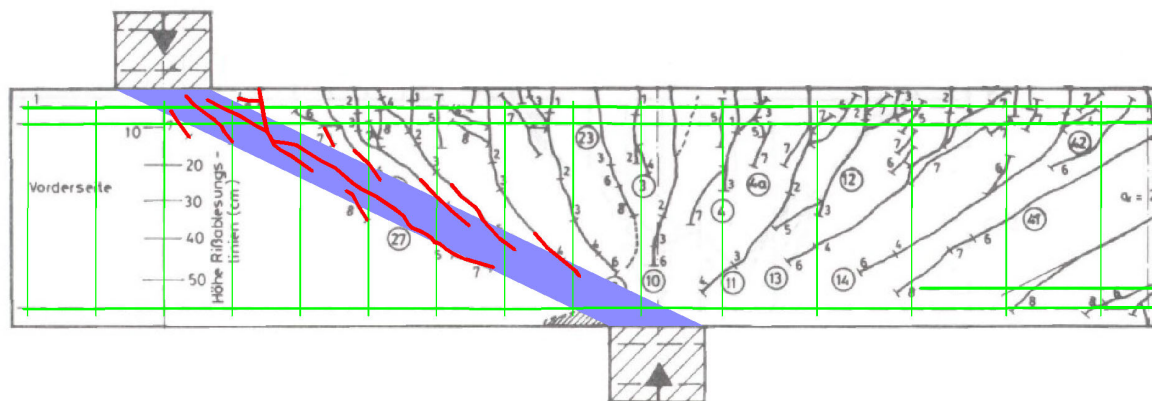


Bild A.5.45: Kragarm des Versuchsbalkens LB 2 mit überlagelter Druckstrebe und kritischen Stegrissen

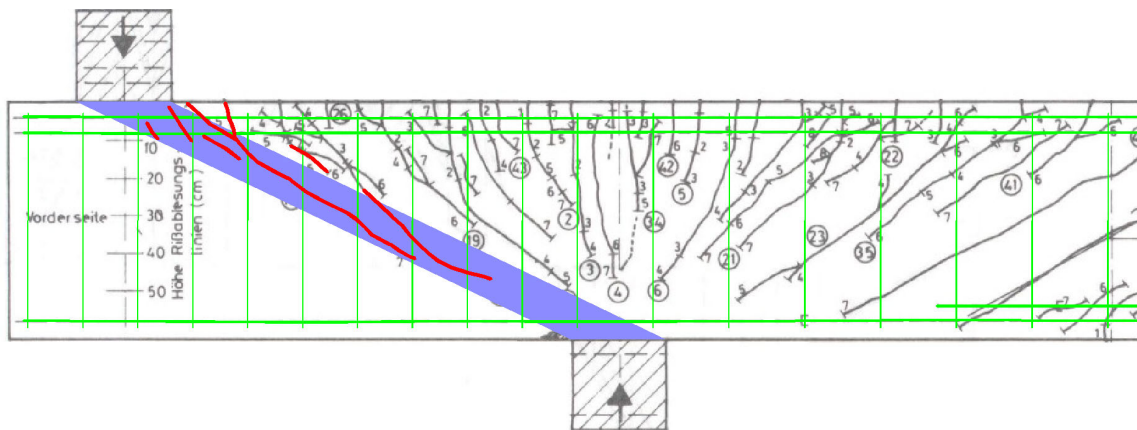


Bild A.5.46: Kragarm des Versuchsbalkens LB 3 mit überlagerter Druckstrebe und kritischen Stegrissen

A.5.6 Beispiele aus Heft 444 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [4.12]

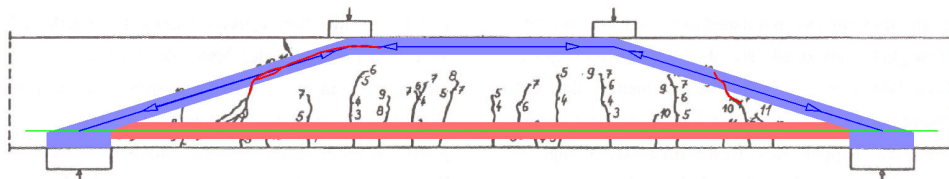


Bild A.5.47: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 a) mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

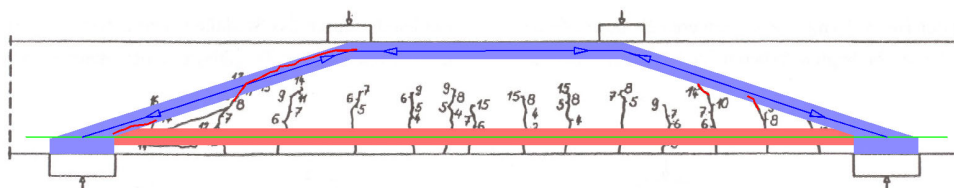


Bild A.5.48: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 b) mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

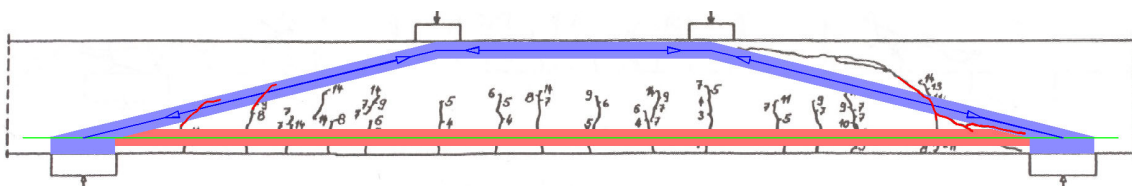


Bild A.5.49: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 c) mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

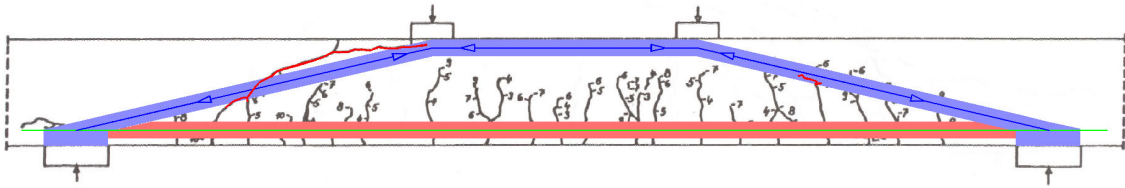


Bild A.5.50: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.8 d) mit überlagertem Sprengwerk und kritischem Stegriss

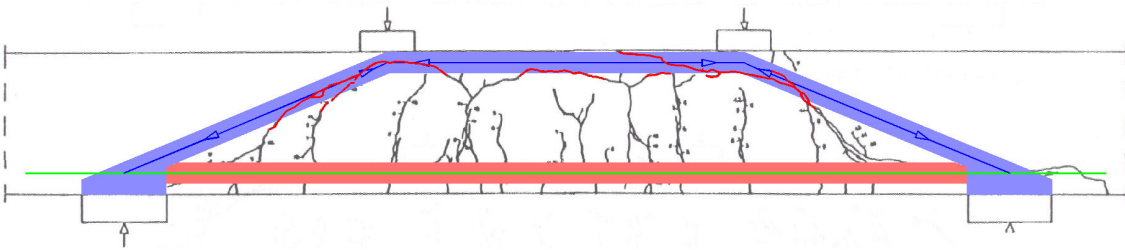


Bild A.5.51: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 oben) mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

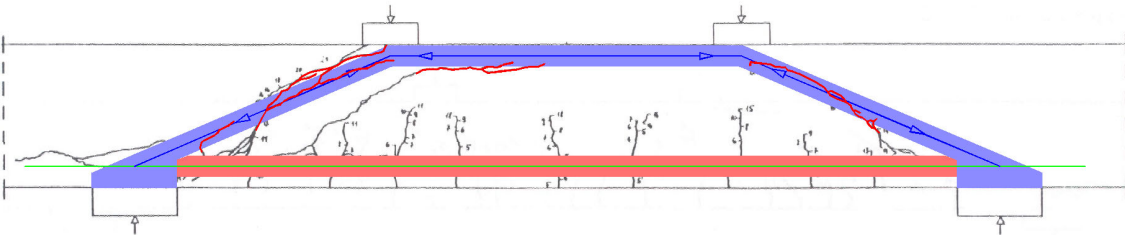


Bild A.5.52: Versuchsbalken nach *Remmel* (dort: Bild 5.9 oben) mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

A.5.7 Beispiele aus Heft 480 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [A.1]

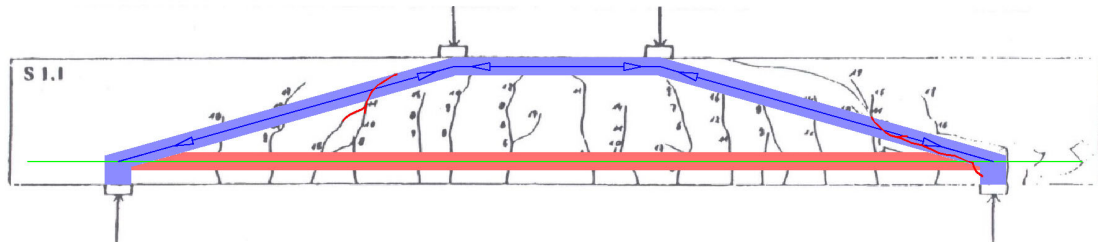


Bild A.5.53: Versuchsbalken S 1.1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

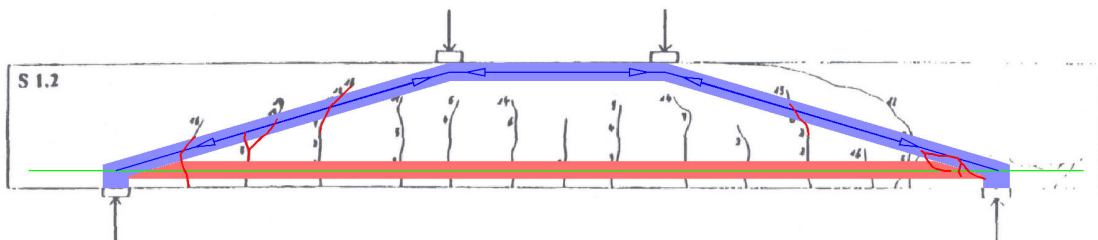


Bild A.5.54: Versuchsbalken S 1.2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

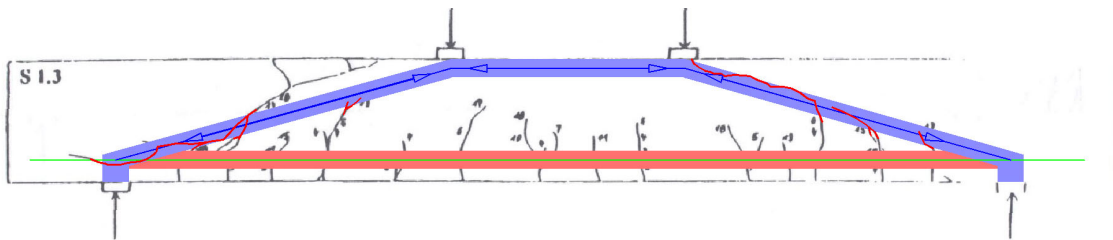


Bild A.5.55: Versuchsbalken S 1.3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

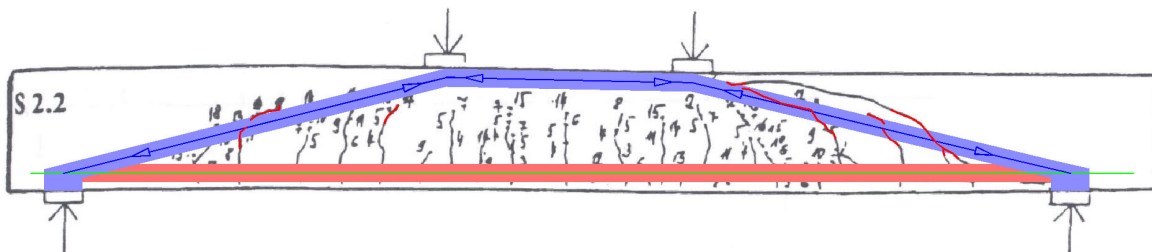


Bild A.5.56: Versuchsbalken S 2.2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

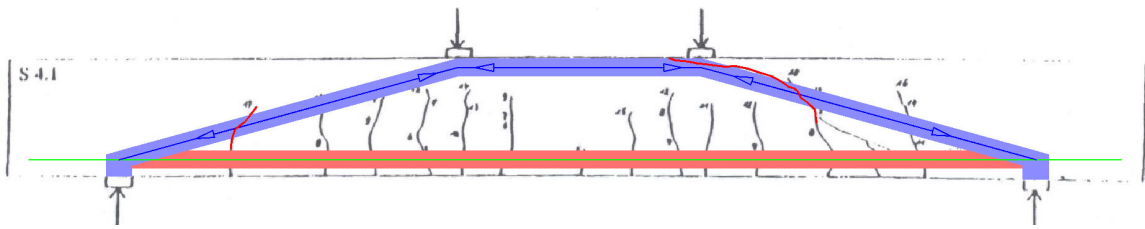


Bild A.5.57: Versuchsbalken S 4.1 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

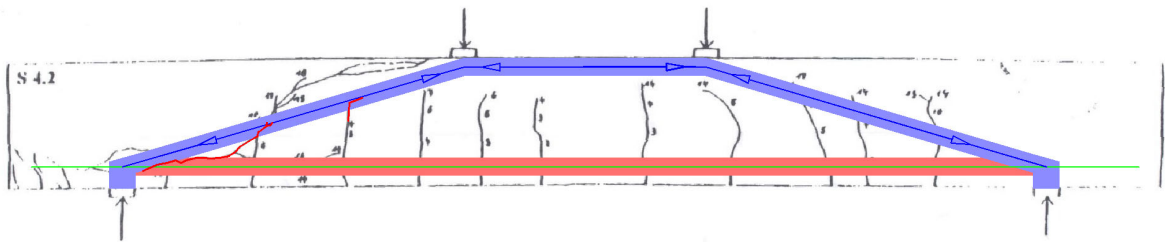


Bild A.5.58: Versuchsbalken S 4.2 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

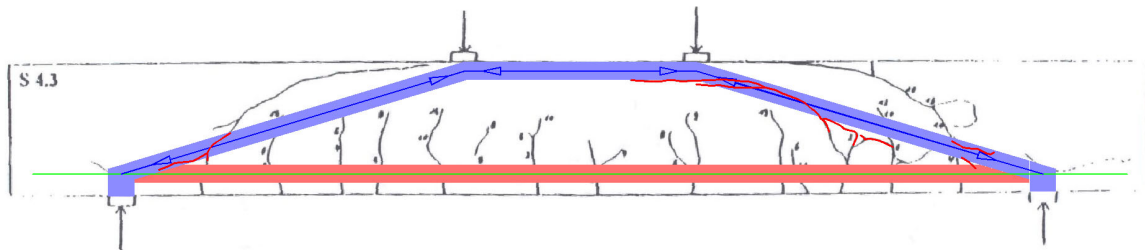


Bild A.5.59: Versuchsbalken S 4.3 mit überlagertem Sprengwerk und kritischen Stegrissen

A.5.8 Beispiele aus Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 8 [A.2]

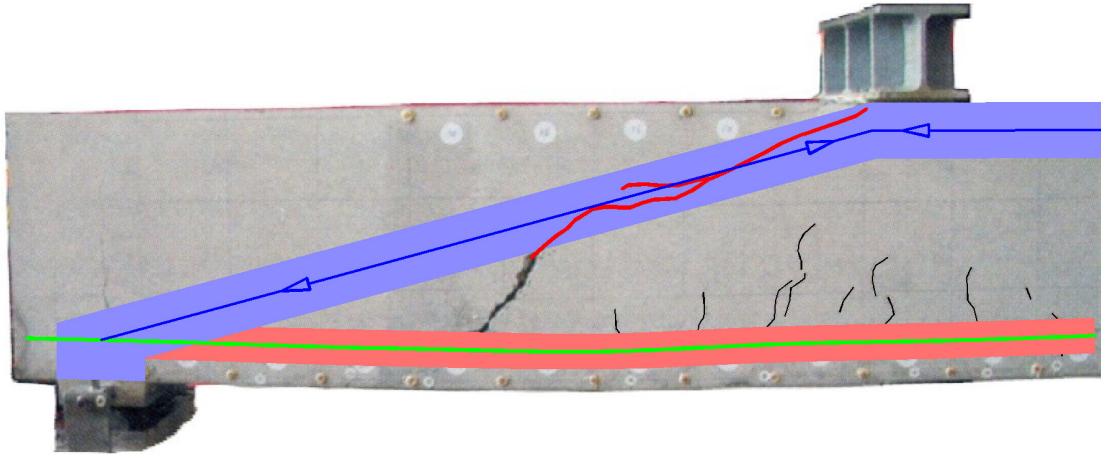


Bild A.5.60: Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben links) mit überlagerter Druckstrebe und kritischem Stegriss

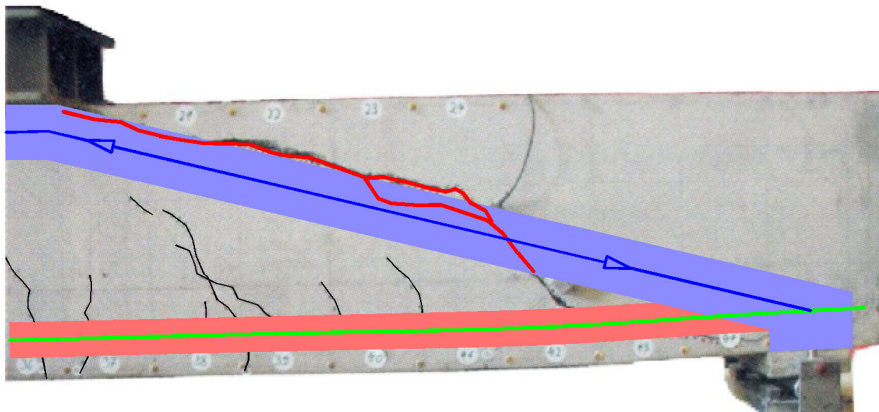


Bild A.5.61: Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 oben rechts) mit überlagerter Druckstrebe und kritischem Stegriss

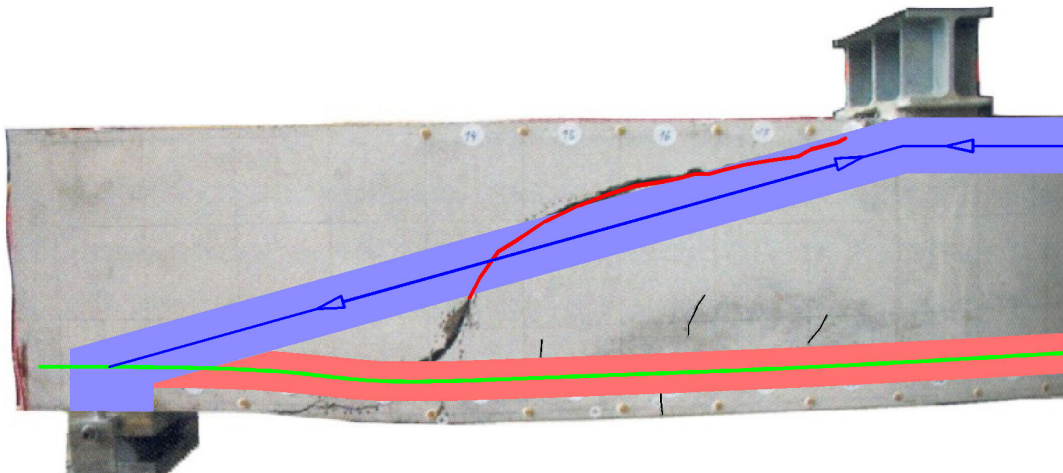


Bild A.5.62: Versuchsbalken nach *Rosenbusch* (dort: Bild 7 unten rechts) mit überlagerter Druckstrebe und kritischem Stegriss

A.5.9 Beispiel aus *Beton- und Stahlbetonbau 96, 2001, Heft 11 [A.3]*

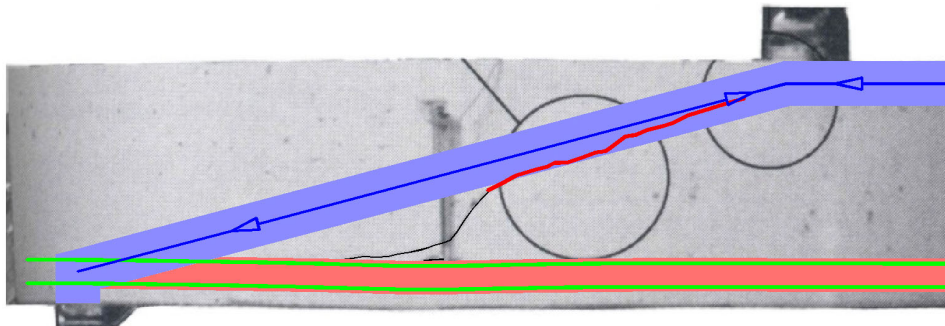


Bild A.5.63: Versuchsbalken nach *Hegger et al.* (dort: Bild 4) mit überlagerter Druckstrebe und kritischem Stegriss

I M P R E S S U M

Fachhochschule Augsburg
 Kompetenzzentrum Konstruktiver Ingenieurbau
 Abteilung Massivbau
 Baumgartnerstraße 16 / G 2.26
 86 161 Augsburg

www.kki-augsburg.de
 Prof.Rojek@kki-augsburg.de

Projektleiter:

Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek



- 1944 Geboren in Wurzing (Österreich).
- 1970 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der TU Stuttgart.
- 1970 - 85 Projektleiter im Ingenieurbüro Leonhardt und Andrä in Stuttgart.
- 1984 Nebenberufliche Promotion.
- Seit 1985 Professor für Massivbau an der Fachhochschule Augsburg; freiberufliche Nebentätigkeit, u. a. Forschungsvorhaben.
- Seit 1989 Prüfenieur für Baustatik, Fachrichtung Massivbau.
- Seit 2001 Durchführung von Forschungsvorhaben im Rahmen des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.

Wissenschaftliche Mitarbeiter:



Dipl.-Ing. Univ. Andreas Bürklin

- 1972 Geboren in Lindau.
- 1998 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der TU München.
- 1998 - 2003 Mitarbeiter der Ingenieurgesellschaft Rojek + Kollegen, Augsburg.
- Seit 2003 Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.

**Dipl.-Ing. Univ. Ralph Romer**

- 1971 Geboren in Augsburg.
- 2000 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der TU München.
- 2000 - 02 Mitarbeiter der Ingenieurgesellschaft Rojek + Kollegen, Augsburg.
- 2002 - 03 Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.
- Seit 2003 Mitarbeiter der Ingenieurgesellschaft Rojek + Kollegen, Augsburg.

**Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller**

- 1975 Geboren in Augsburg.
- 2001 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der Fachhochschule Augsburg.
- 2001 - 02 Mitarbeiter der Ingenieurgesellschaft Rojek + Kollegen, Augsburg.
- Seit 2002 Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.